

УДК 539.3

ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ РАСТЯНУТОГО СТЕРЖНЯ ПО ЕГО ИЗМЕРЕННЫМ МАГНИТНЫМ ХАРАКТЕРИСТИКАМ

Э. С. Горкунов, И. Г. Емельянов, С. Ю. Митропольская

Институт машиноведения УрО РАН, 620219 Екатеринбург
E-mails: emelyanov@imach.uran.ru, mitr@imach.uran.ru

Экспериментально получены диаграммы напряжение — деформация для образцов из углеродистой стали при одноосном растяжении и соответствующие им зависимости коэрцитивной силы от деформации при нагружении и после разгрузки. На основе этих диаграмм разработана методика определения напряжений, действующих в элементах конструкции, по значению коэрцитивной силы в нагруженном состоянии, а также предложен способ оценки максимальных ранее действовавших напряжений по значениям коэрцитивной силы, измеренной в разгруженном состоянии.

Ключевые слова: образец-свидетель, коэрцитивная сила, напряженное состояние.

Введение. В настоящее время экспериментально установлена связь между физико-механическими и магнитными свойствами ферромагнетиков. В магнитных методах структуроскопии и неразрушающего контроля наиболее широко используется коэрцитивная сила H_C , которая является основной характеристикой петли магнитного гистерезиса и по определению не зависит от геометрических размеров образца. Коэрцитивная сила равна величине размагничивающего поля, которое необходимо приложить к намагниченному ферромагнетику, чтобы уменьшить его намагниченность до нуля. Имеющиеся стандартные приставные коэрцитиметры позволяют измерять эту характеристику для различных изделий и элементов конструкций, в том числе в полевых условиях.

Как известно, коэрцитивная сила реагирует на изменение структурного состояния материала, его химический состав, внутренние и внешние напряжения. Например, зависимость коэрцитивной силы H_C от размера зерна d_3 в общем случае имеет вид [1]

$$H_C \simeq A/d_3 + B,$$

где A, B — некоторые числовые коэффициенты. Данная формула подобна известной зависимости между пределом текучести и размером зерна Холла — Петча [2]

$$\sigma_T = \sigma_0 + K_y d_3^{-1/2},$$

где σ_0 — параметр, характеризующий сопротивление кристаллической решетки движению дислокаций; K_y — коэффициент, характеризующий вклад границ зерен в упрочнение.

На практике широко используется зависимость коэрцитивной силы от объемной доли V дисперсных частиц в структуре материала [3]

$$H_C \simeq KV^n/M_s,$$

где K — некоторый числовой коэффициент; M_s — намагниченность насыщения материала; показатель степени n в зависимости от размера частиц может меняться от $1/3$ до 1 . Данная формула аналогична известной зависимости предела текучести от объемной доли дисперсных частиц

$$\sigma_T \simeq G|\mathbf{b}|V^{1/3}/d,$$

где G — модуль сдвига; \mathbf{b} — вектор Бюргера; d — размер частиц.

Влияние плотности дислокаций N на коэрцитивную силу описывается зависимостью [4]

$$H_C \simeq \lambda_s G|\mathbf{b}|\sqrt{N}/M_s,$$

где λ_s — магнитострикция насыщения. Имеется аналогичная зависимость предела текучести материала от плотности дислокаций

$$\sigma_T \simeq a|\mathbf{b}|G\sqrt{N}$$

(a — числовой коэффициент).

Приведенные выше зависимости и данные различных экспериментальных работ свидетельствуют о наличии общих закономерностей влияния структурных параметров на магнитные и механические характеристики и соответственно о существовании устойчивых корреляционных связей между напряженно-деформированным состоянием изделия и изменениями его магнитных характеристик [5–7]. Аналогичные выводы содержатся в теоретической работе [8], выполненной на стыке механики сплошных сред и физики твердого тела, где описано взаимодействие между континуумом решетки (носителем деформации) и полем намагниченности.

По мнению большинства исследователей, в упругой области нагружения изменения коэрцитивной силы обусловлены в основном формированием магнитной текстуры напряжений и имеют обратимый характер. В пластической области нагружения, когда значительно возрастает плотность дислокаций и других дефектов структуры, коэрцитивная сила, как правило, необратимо растет. Следует отметить, что математический аппарат, позволяющий оценивать напряженное состояние тела по результатам магнитных измерений, пока не разработан. Тем не менее на практике существует необходимость определения напряженно-деформированного состояния элементов конструкций по их магнитным характеристикам и разработки соответствующих методов.

В настоящей работе проведено сопоставление диаграммы напряжение — деформация стали с изменением ее коэрцитивной силы, измеренной непосредственно при действии нагрузки P и после разгрузки. Одноосному растяжению подвергались плоские образцы (размер рабочей части $2 \times 20 \times 90$ мм), вырезанные вдоль направления прокатки горячекатаного листа стали 45 промышленной выплавки. Образцы намагничивались вдоль оси растяжения. Методика проведения эксперимента и параметры установки для измерения магнитных характеристик сталей в условиях нагружения описаны в работе [7].

Постановка задачи и основные уравнения. Для того чтобы при расчете напряженного состояния элементов конструкций учесть реальные свойства материала, необходимо найти зависимость между компонентами напряжений и деформаций в таком виде, чтобы при этом не нарушались уравнения теории упругости и расчет был максимально простым. Для случая нагружения материала в условиях изотермической пластической деформации его состояние можно определить набором параметров σ_{ij} , ε_{ij} , q_i , k_i (σ_{ij} , ε_{ij} — компоненты тензора напряжений и деформаций; q_i — параметры упрочнения; k_i — константы материала) [9].

В теории пластичности [10] принимается, что при простом нагружении, т. е. тогда, когда все нагружающие силы P растут пропорционально одному параметру (в данном случае времени), существует инвариантная связь

$$\sigma_i = f(\varepsilon_i)\varepsilon_i \quad (1)$$

(σ_i, ε_i — интенсивность напряжений и деформаций).

При упругом деформировании зависимость (1) имеет вид

$$\sigma_i = E\varepsilon_i,$$

где E — модуль упругости.

Зависимость (1) справедлива и при состоянии одноосного нагружения, в котором находится исследуемый в данной работе материал. В инженерных приложениях зависимость $f(\varepsilon)$ можно аппроксимировать непрерывной билинейной прямой [9–12]:

$$f(\varepsilon) = \begin{cases} E, & \varepsilon_i < \varepsilon_T, \\ E_c, & \varepsilon_i > \varepsilon_T \end{cases}$$

(E_c — модуль упругости на участке упрочнения). Существуют различные аналитические аппроксимации кривых растяжения $f(\varepsilon)$, учитывающие фазовые превращения в процессе пластического течения, эволюцию дислокационной структуры и т. п. [9]. Однако универсальных аналитических зависимостей, точно описывающих “зуб” текучести, площадку текучести и область развитой пластической деформации, не существует.

Для того чтобы по результатам измерений коэрцитивной силы определить напряженное состояние элемента конструкции, работающего при осевом растяжении, необходимо знать зависимости напряжение — деформация $\sigma(\varepsilon)$ и коэрцитивная сила — деформация $H_C(\varepsilon)$ для образца-свидетеля. Следует отметить, что геометрические размеры образца-свидетеля принципиального значения не имеют, поскольку в общем случае коэрцитивная сила не зависит от площади и формы поперечного сечения ферромагнетика.

Для образца, находящегося в условиях одноосного растяжения, при простом нагружении экспериментально построим зависимость $\sigma(\varepsilon)$ для n шагов деформации. Таким образом, имеем

$$\sigma = f_1(\varepsilon), \quad d\sigma > 0. \quad (2)$$

Определяя на каждом шаге нагружения значение коэрцитивной силы, находим зависимость

$$H_C = f_2(\varepsilon), \quad P > 0. \quad (3)$$

Разгружая образец после каждого шага нагружения и определяя значения остаточной деформации и коэрцитивной силы H_C^* в разгруженном состоянии, получаем зависимость

$$H_C^* = f_3(\varepsilon_{\text{ост}}), \quad P = 0. \quad (4)$$

Аппроксимируя функции f_1, f_2, f_3 в виде n кусочно-линейных зависимостей с произвольными шагами по деформации ε_k ($k = 0, 1, 2, \dots, n$), определим значения напряжения и коэрцитивной силы в нагруженном и разгруженном состояниях на первом участке ($\varepsilon_0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_1$), т. е. при $k = 1$:

$$\sigma = \frac{\sigma_k - \sigma_{k-1}}{\varepsilon_k - \varepsilon_{k-1}} (\varepsilon - \varepsilon_{k-1}); \quad (5)$$

$$H_C = H_{C0} + \frac{H_{Ck} - H_{Ck-1}}{\varepsilon_k - \varepsilon_{k-1}} (\varepsilon - \varepsilon_{k-1}); \quad (6)$$

$$H_C^* = H_{C0}^* + \frac{H_{Ck}^* - H_{Ck-1}^*}{\varepsilon_k - \varepsilon_{k-1}} (\varepsilon - \varepsilon_{\text{упр}} - \varepsilon_{k-1}). \quad (7)$$

Здесь σ_k , H_{Ck} — напряжение и коэрцитивная сила при деформации ε_k ; $H_{C0} = H_{C0}^*$ — значение коэрцитивной силы до начала испытания образца, характеризующие материал в исходном состоянии; $\varepsilon_{\text{упр}}$ — упругая деформация.

Поскольку на данном участке угловые коэффициенты функций f_1 , f_2 и f_3 постоянны:

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_0}{\varepsilon_1 - \varepsilon_0} = \frac{\Delta\sigma_1}{\Delta\varepsilon_1} = \text{tg } \alpha_1 = \text{const},$$

$$\frac{H_{C1} - H_{C0}}{\varepsilon_1 - \varepsilon_0} = \frac{\Delta H_{C1}}{\Delta\varepsilon_1} = \text{tg } \beta_1 = \text{const}, \quad \frac{H_{C1}^* - H_{C0}^*}{\varepsilon_1 - \varepsilon_0} = \frac{\Delta H_{C1}^*}{\Delta\varepsilon_1} = \text{tg } \beta_1^* = \text{const},$$

для этого участка можно ввести весовые коэффициенты

$$C_1 = \frac{\text{tg } \alpha_1}{\text{tg } \beta_1} = \frac{\Delta\sigma_1}{\Delta H_{C1}}; \quad (8)$$

$$C_1^* = \frac{\text{tg } \alpha_1}{\text{tg } \beta_1^*} = \frac{\Delta\sigma_1}{\Delta H_{C1}^*}. \quad (9)$$

Таким образом, учитывая соотношения (5), (6) и (8), напряжения, возникающие на первом шаге нагружения, можно определить по значению коэрцитивной силы:

$$\sigma = C_1(H_C - H_{C0}). \quad (10)$$

Здесь $H_{C0} \leq H_C \leq H_{C1}$ при $dH_C > 0$, $H_{C0} \geq H_C \geq H_{C1}$ при $dH_C < 0$.

Из соотношений (5), (7) и (9), пренебрегая величиной $\varepsilon_{\text{упр}}$ из-за ее малости, можно определить напряжение, возникающее в образце на первом шаге нагружения, по значению коэрцитивной силы, измеренной на образце после разгрузки:

$$\sigma = C_1^*(H_C^* - H_{C0}^*). \quad (11)$$

Поскольку соотношения (10) и (11) имеют один и тот же вид, в дальнейшем связь между напряжением и коэрцитивной силой будем определять для нагруженного состояния, а полученные окончательные зависимости — экстраполировать на зависимости с коэрцитивной силой, измеряемой на разгруженном образце.

Аналогично определим значения напряжений и коэрцитивной силы в нагруженном состоянии на втором участке ($\varepsilon_1 < \varepsilon \leq \varepsilon_2$), т. е. при $k = 2$:

$$\sigma = \Delta\sigma_{k-1} + \frac{\sigma_k - \sigma_{k-1}}{\varepsilon_k - \varepsilon_{k-1}} (\varepsilon - \varepsilon_{k-1}); \quad (12)$$

$$H_C = H_{C0} + \Delta H_{Ck-1} + \frac{H_{Ck} - H_{Ck-1}}{\varepsilon_k - \varepsilon_{k-1}} (\varepsilon - \varepsilon_{k-1}). \quad (13)$$

Вводя для второго участка коэффициенты

$$C_k = \frac{\sigma_k - \sigma_{k-1}}{H_{Ck} - H_{Ck-1}} = \frac{\Delta\sigma_k}{\Delta H_{Ck}}, \quad (14)$$

из уравнений (12), (13) определим напряжения по значению коэрцитивной силы:

$$\sigma = C_2(H_C - H_{C0}) + (C_1 - C_2)\Delta H_{C1}.$$

Здесь $H_{C1} < H_C \leq H_{C2}$ при $dH_C > 0$, $H_{C1} > H_C \geq H_{C2}$ при $dH_C < 0$.

Таким образом, можно определить напряжения, возникающие на любом k -м участке нагружения:

$$\sigma = C_k(H_C - H_{C0}) + \sum_{i=1}^{k-1} (C_i - C_k)\Delta H_{Ci}. \quad (15)$$

Здесь $H_{C(k-1)} < H_C \leq H_{C(k)}$ при $dH_C > 0$, $H_{C(k-1)} > H_C \geq H_{C(k)}$ при $dH_C < 0$.

Представляя уравнение (15) в виде

$$\sigma = C_k H_C + D_k, \quad (16)$$

где

$$D_k = \sum_{i=1}^{k-1} (C_i - C_k)\Delta H_{Ci} - C_k H_{C0}, \quad (17)$$

легко заметить, что на любом k -м участке напряжение определяется линейной зависимостью, в которую входят текущее значение коэрцитивной силы и две константы C_k и D_k , зависящие от физико-механических свойств конкретного ферромагнетика.

Результаты аппроксимации экспериментальных кривых. На рис. 1 показаны экспериментальные зависимости (2), (3) при числе шагов нагружения $n = 34$. Из рис. 1 следует, что при оценке напряженного состояния элементов конструкций, находящихся в растянутом состоянии, для исследуемого материала (сталь 45) можно использовать кусочно-линейную ($n = 3$) аппроксимацию зависимостей $\sigma(\varepsilon)$ и $H_C(\varepsilon)$. На зависимости $\sigma(\varepsilon)$ первый участок соответствует упругой стадии деформирования, а второй и третий — стадиям пластической деформации с различной степенью деформационного упрочнения, причем зависимость $H_C(\varepsilon)$ подобна зависимости $\sigma(\varepsilon)$.

Выбрав четыре характерные экспериментальные точки для аппроксимации функций f_1 и f_2 : 1) $\varepsilon_0 = 0$, $\sigma = 0$, $H_{C0} = 0,59$ кА/м; 2) $\varepsilon_1 = 0,003$, $\sigma_1 = 374$ МПа, $H_{C1} = 0,63$ кА/м; 3) $\varepsilon_2 = 0,05$, $\sigma_2 = 594$ МПа, $H_{C2} = 0,80$ кА/м; 4) $\varepsilon_3 = 0,22$, $\sigma_3 = 772$ МПа,

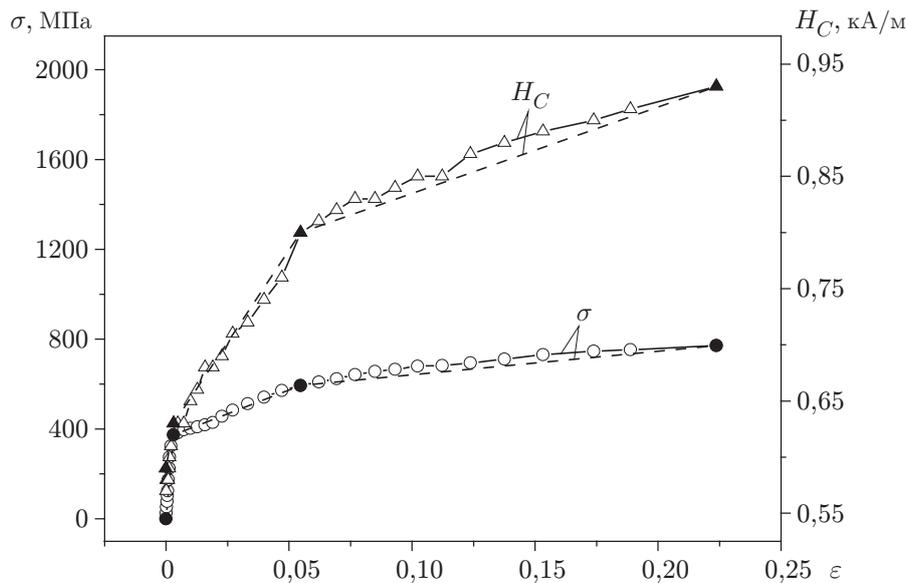


Рис. 1. Диаграмма напряжение — деформация $\sigma(\varepsilon)$ и зависимость коэрцитивной силы от деформации $H_C(\varepsilon)$ в нагруженном состоянии для горячекатаной стали 45: сплошные линии — экспериментальные данные; штриховые — кусочно-линейная аппроксимация ($n = 3$)

$H_{C3} = 0,93$ кА/м и вычислив коэффициенты по формулам (14), (17), находим три линейные зависимости вида (16) для определения напряжений по значениям коэрцитивной силы H_C :

$$\sigma = \begin{cases} 9343H_C - 5512, & 0,59 \leq H_C \leq 0,63, \\ 1298H_C - 444, & 0,63 < H_C \leq 0,80, \\ 1367H_C - 499, & 0,80 < H_C \leq 0,93. \end{cases} \quad (18)$$

Таким образом, полученные линейные зависимости (18) для образца-свидетеля из стали 45 (погрешность вычисления составляет менее 3 %) можно использовать для определения уровня напряжений в элементах конструкций из стали 45, работающих при осевом растяжении, по результатам измерений коэрцитивной силы H_C в нагруженном состоянии.

Как отмечено выше, в силу формального совпадения соотношений (10) и (11) все расчеты, проведенные при получении зависимости $\sigma = f(H_C)$, справедливы и при определении коэрцитивной силы в разгруженном состоянии H_C^* . Следовательно, связь между возникающим в образце напряжением и значением коэрцитивной силы H_C^* , измеренным на разгруженном образце, определяется зависимостью, аналогичной зависимости (16):

$$\sigma = C_k^* H_C^* + D_k^*.$$

Здесь

$$D_k^* = \sum_{i=1}^{k-1} (C_i^* - C_k^*) \Delta H_{Ci}^* - C_k^* H_{C0}^*. \quad (19)$$

На рис. 2 показаны экспериментальные зависимости (2), (4) при числе шагов нагружения $n = 34$. Из рис. 2 следует, что при оценке напряженного состояния элементов конструкций, находящихся в растянутом состоянии, для исследуемого материала (сталь 45) можно

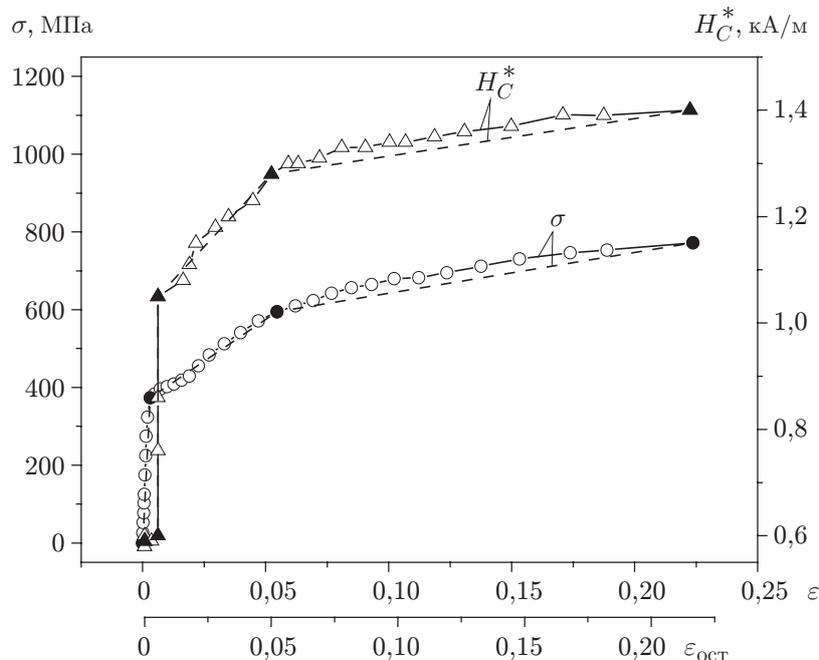


Рис. 2. Диаграмма напряжение — деформация $\sigma(\varepsilon)$ и зависимость коэрцитивной силы от остаточной деформации $H_C^*(\varepsilon_{ост})$ в разгруженном состоянии для горячекатаной стали 45:

сплошные линии — экспериментальные данные; штриховые — кусочно-линейная аппроксимация ($n = 4$)

использовать кусочно-линейную ($n = 4$) аппроксимацию зависимостей $\sigma(\varepsilon)$ и $H_C^*(\varepsilon)$. На зависимости $H_C^*(\varepsilon)$ первый участок соответствует упругой стадии деформирования, второй — резкому увеличению коэрцитивной силы в точке текучести, третий и четвертый — деформации с различной степенью упрочнения.

Выбрав пять характерных экспериментальных точек для аппроксимации функций f_1 и f_3 : 1) $\varepsilon_0 = 0$, $\sigma_0 = 0$, $H_{C0}^* = 0,59$ кА/м; 2) $\varepsilon_1 = 0,003$, $\sigma_1 = 374$ МПа, $H_{C1}^* = 0,6$ кА/м; 3) $\varepsilon_2 = 0,003$, $\sigma_2 = 374$ МПа, $H_{C2}^* = 1,05$ кА/м; 4) $\varepsilon_3 = 0,05$, $\sigma_3 = 594$ МПа, $H_{C3}^* = 1,31$ кА/м; 5) $\varepsilon_4 = 0,22$, $\sigma_4 = 772$ МПа, $H_{C4}^* = 1,4$ кА/м и вычислив коэффициенты по формулам (19), получаем четыре линейные зависимости для определения напряжений по значениям коэрцитивной силы H_C^* :

$$\sigma = \begin{cases} 37400H_C^* - 22066, & 0,59 \leq H_C^* \leq 0,60, \\ 374, & 0,60 < H_C^* \leq 1,05, \\ 846H_C^* - 514, & 1,05 < H_C^* \leq 1,31, \\ 1978H_C^* - 1997, & 1,31 < H_C^* \leq 1,40. \end{cases} \quad (20)$$

Таким образом, полученные линейные зависимости (20) для образца-свидетеля из стали 45 (погрешность вычисления составляет менее 3 %) можно использовать для определения максимального уровня растягивающих напряжений, возникающих в элементах конструкций из стали 45 при простом нагружении, по результатам измерений их магнитной характеристики — коэрцитивной силы H_C^* в разгруженном состоянии.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Yensen T. D., Ziegler N. A.** Magnetic properties of iron as affected by carbon, oxygen and grain-size // Trans. Amer. Soc. Met. 1935. V. 23. P. 556–557.
2. **Хоникомб Р.** Пластическая деформация металлов. М.: Мир, 1972.
3. **Kersten M.** Über die Bedeutung der Versetzungsdichte für die Theorie der Koerzitivkraft rekristallisierter Werkstoffe // Z. angew. Phys. 1956. Bd 8, N 10. S. 496–502.
4. **Тройбле Г., Зегер А.** Влияние дефектов кристаллической решетки на процессы намагниченности в ферромагнитных монокристаллах // Пластическая деформация монокристаллов / Под ред. Р. Бернер, Г. Кронмюллер. М.: Мир, 1969. С. 201–264.
5. **Бабич В. К., Пирогов В. А.** О природе изменения коэрцитивной силы при деформации отожженных углеродистых сталей // Физика металлов и металловедение. 1969. Т. 28, № 3. С. 447–453.
6. **Atherton D. L., Jiles D. C.** Effects of stress on magnetization // Non-Destructive Test. Intern. 1986. V. 19, N 1. P. 15–19.
7. **Горкунов Э. С., Смирнов С. В., Задворкин С. М. и др.** Взаимосвязь между параметрами напряженно-деформированного состояния и магнитными характеристиками углеродистых сталей // Физика металлов и металловедение. 2007. № 3. С. 1–6.
8. **Можен Ж.** Механика электромагнитных сплошных сред. М.: Мир, 1991.
9. **Троценко В. П.** Сопротивление материалов деформированию и разрушению: Справ. пособие / В. П. Троценко, А. Я. Красовский, В. В. Покровский и др. Киев: Наук. думка, 1994. Ч. 2.
10. **Илюшин А. А.** Пластичность. М.: Изд-во АН СССР, 1963.
11. **Теребушко О. И.** Основы теории упругости и пластичности. М.: Наука, 1984.
12. **Филин А. П.** Прикладная механика деформируемого тела. М.: Наука, 1975. Т. 1.