

УДК 532.529.5

## СУЩЕСТВОВАНИЕ РЕШЕНИЙ ДЛЯ СТАЦИОНАРНОЙ ДЕТОНАЦИИ ГАЗОВЗВЕСЕЙ

Д. В. Воронин

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, 630090 Новосибирск

Исследовано существование решений типа бегущих волн для системы уравнений, описывающих одномерное движение взвеси испаряющихся частиц в вязком и теплопроводном химически реагирующем газе. С использованием топологических методов показано, что при определенных ограничениях на энерговыделение и массообмен существуют решения, соответствующие недосжатой, пересжатой детонации и детонации Чепмена — Жуге.

Задача построения профилей, соответствующих бегущим волнам в двухфазных средах, является актуальной. Прежде всего это связано с исследованием ударных или детонационных волн в газокапельных, пузырьковых средах, системах газ — твердые частицы, газ — жидкая пленка и т. д. Задача о структуре ударных волн или волн детонации в одномерном течении включает две основные проблемы: существование решений уравнений движения вязкой жидкости (являющейся несущей фазой для гетерогенных сред) с областью быстрого изменения параметров и описание профиля волны. Решение первой проблемы требует привлечения аналитических методов. Вторая проблема эффективно решается с помощью численных методов.

Начальное состояние среды перед волной и конечное, соответствующее равновесному состоянию за волной, являются, как правило, особыми точками динамической системы обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающих движение фаз. Поэтому прежде чем численно интегрировать эту систему, нужно доказать существование траектории, концы которой являются особыми точками.

Исследование волн следует проводить в рамках модели гидродинамики реальных жидкостей, учитывающей вязкость, теплопроводность и диффузию вещества. Первое качественное решение задачи проведено для ударных волн в работах [1, 2], для газовой детонации — в [3–6], причем на параметры потока накладывались сильные ограничения. Например, проведенный в [3–6] анализ справедлив только при числе Льюиса  $Le = 1$  и числе Прандтля  $Pr = 3/4$ . Численные и приближенные аналитические профили детонационных волн в двухфазных средах построены в работе [7]. Подробно эти исследования, а также вопросы существования волн дефлаграции (горения) изложены в [8, 9]. Теорема существования и единственности гомогенной детонации в вязком и теплопроводном газе доказана в работе [10], а с учетом диффузии вещества — в [11].

В настоящей работе доказывается теорема существования решений, соответствующих стационарным детонационным волнам в реагирующей взвеси частиц в вязком и теплопроводном газе. В работе [12] дана постановка этой задачи, а также сформулированы условия существования решений. Строгое доказательство теоремы, приведенное ниже, основано на использовании индекса Конли — топологического инварианта, являющегося обобщением индекса Морса [11, 13].

**Постановка задачи.** Исследуем движение частиц (конденсированная или к-фаза), взвешенных в вязком и теплопроводном газе, удовлетворяющем уравнению состояния идеального газа. Предполагаем, что движение среды одномерное, а взаимодействие частиц

осуществляется только через газовую фазу, что справедливо при их достаточно малой объемной концентрации. При этом система исходных уравнений, описывающих движение двухфазной среды, разбивается на две подсистемы (для газа и к-фазы), связанные между собой только через правые части [14]. Считаем, что межфазный массообмен определяется испарением к-фазы, когда температура газа выше температуры частиц, а также газификацией частиц вследствие межфазного трения при разных скоростях фаз; в начальном состоянии покоя температуры и скорости фаз одинаковы; химические реакции протекают только в газе; испаренное вещество реагирует мгновенно, и величина теплового эффекта определяется его массовой концентрацией; внутренняя энергия частиц и средняя молекулярная масса газа постоянны. Не ограничивая общности, положим, что коэффициенты вязкости  $\eta$ , теплопроводности  $\lambda$  и показатель адиабаты  $\gamma$  газа также постоянные величины.

Пусть  $D$  — скорость бегущей волны,  $x$  — пространственная координата в лабораторной системе координат,  $t$  — время. Введем автомодельную переменную  $\xi = Dt - x$ . В системе координат, движущейся со скоростью  $D$ , исходная система уравнений в частных производных сводится к системе обыкновенных дифференциальных уравнений относительно переменной  $\xi$ , аналогичной приведенной в [12]:

$$\begin{aligned} \eta \frac{du}{d\xi} &= \rho_{\text{H}} D \left( \frac{RT}{u} + u \right) - (p_0 + \Omega + \rho_{\text{H}} D^2) \equiv F_1(u, T, k, w), \\ \lambda \frac{dT}{d\xi} &= \rho_{\text{H}} D \left( \frac{RT}{\gamma - 1} - \frac{u^2}{2} + Q + \frac{\Omega(u - w/2 - D/2)}{\rho_{\text{H}} D} - I_0(k) - \frac{D^2}{2} + u \left( D + \frac{p_0}{\rho_{\text{H}} D} \right) \right) \equiv F_2(u, T, k, w), \\ \frac{dk}{d\xi} &= (1 - k) \frac{C_1(w - u)^n + C_2(T - T_0)}{w} \equiv F_3(u, T, k, w), \\ \frac{dw}{d\xi} &= \frac{C_3(u - w)}{w} \equiv F_4(u, T, k, w), \quad p = \rho RT, \quad \rho u = \rho_{\text{H}} D. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь  $u$ ,  $T$ ,  $\rho$ ,  $k$ ,  $w$  — скорость газа в системе координат, движущейся со скоростью  $D$ , температура и плотность газа, степень выгорания и скорость к-фазы соответственно ( $k = 1 - v/v_0$ , где  $v$  — объем одной частицы). Индекс 0 соответствует начальному состоянию параметров фаз среды;  $p$  — давление;  $R$  — газовая постоянная;  $Q = -kq$  — тепловой эффект химических реакций;  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$ ,  $q$ ,  $n$  ( $n > 1$ ) — константы;

$$I_0 = (\gamma p_0 / (\gamma - 1) + k \sigma_0 e_0) / \rho_{\text{H}}, \quad \Omega = (1 - k) \sigma_0 D^2 (1 - w/D), \quad \rho_{\text{H}} = \rho_0 + k \sigma_0, \quad (2)$$

$\sigma_0$ ,  $e_0$  — начальная плотность и термодинамическая составляющая внутренней энергии частиц соответственно;  $\rho_{\text{H}}$  — средняя начальная плотность среды.

Исходная автономная динамическая система уравнений (1), (2) адекватно описывает процессы межфазного взаимодействия при  $k \in [0, 1]$  и  $T \geq T_0$ . Ниже будем исследовать решения системы при любых значениях  $T$  и  $k$ ; решение, существование которого доказано ниже, удовлетворяет ограничениям  $k \in [0, 1]$ ,  $T \geq T_0$ .

Уточним модель тепловыделения. Для этого введем температуру воспламенения  $T_i > T_0$  и положим, что испаренное вещество к-фазы не реагирует, если  $T < T_i$ . Затем аналогично работе [11] введем узкую зону перехода в окрестности гиперплоскости  $T = T_i$ , где испаренное вещество быстро сгорает. При переходе через эту зону фазовые траектории сохраняют непрерывность и гладкость, и в дальнейшем величина теплового эффекта определяется только скоростью газификации. Процедура построения изолирующих окрестностей как для уточненной модели, так и для более простой аналогичны.

Обезразмерим систему (1), (2) с помощью констант, соответствующих начальным значениям параметров газа:  $p_0$ ,  $\rho_0$ ,  $T_0$ ,  $u_0$  ( $u_0^2 \equiv p_0/\rho_0$ ). В безразмерном виде система примет вид

$$\begin{aligned} \eta \frac{du}{d\xi} &= F_1(u, T, k, w), & \lambda \frac{dT}{d\xi} &= F_2(u, T, k, w), \\ \frac{dk}{d\xi} &= F_3(u, T, k, w), & \frac{dw}{d\xi} &= F_4(u, T, k, w), \end{aligned} \quad (3)$$

где функции  $F_i$ ,  $i = 1, \dots, 4$  безразмерных переменных  $u$ ,  $T$ ,  $k$ ,  $w$  (обозначения всех основных переменных для удобства сохраним) получаются из исходных формальной заменой  $RT$  на  $T$ , а  $p_0$ ,  $\rho_0$ ,  $T_0$  — на 1.

Заметим, что энерговыделение в данном случае определяется только степенью газификации  $k$ . Уравнением кинетики является третье уравнение системы (3). В теории горения скорость химической реакции необходимо полагать равной нулю при температурах, несколько превышающих исходную, так как ненулевая скорость приводит к неограниченному росту параметров на бесконечности. В данном случае при  $k = 1$  правая часть третьего уравнения равна нулю, что в известной мере аналогично требованию обращения в нуль скорости реакции. Ни одна из траекторий системы, проходящих через точки с  $k < 1$ , не пересекает гиперплоскость фазового пространства  $k = 1$ , за исключением кривых, асимптотически приближающихся к точкам, соответствующим состояниям равновесия.

Дальнейшее исследование будем проводить в фазовом пространстве  $(u, T, k, w)$ . Такой подход широко применяется в теории горения и детонации [9]. Ниже показано существование траекторий в фазовом пространстве, имеющих в качестве предельных изолированных особые точки — состояния равновесия (точки покоя) системы (3). Эти точки будем называть начальным и конечным состояниями среды, хотя, строго говоря, при конечном значении  $\xi$  среда не может выходить или приходить в эти состояния из других точек фазового пространства. Отметим, что вдоль искомым траекторий в силу монотонности  $k$  ( $F_3 > 0$ ) устанавливается однозначное соответствие между значениями параметра  $\xi$ , исключаемого при переходе в фазовую плоскость, и степенью газификации  $k$ :  $dk = F_3 d\xi$ .

**Особые точки динамической системы.** Исследуем поведение траекторий системы (3) в фазовом пространстве  $(u, T, k, w)$ . Считаем, что значения параметра  $D$  (скорость бегущей волны) больше некоторого критического  $D_*$  ( $D_*^2 > \gamma$ ), что соответствует ударным и детонационным волнам. Если  $k \neq 1$ , то единственной особой точкой, в которой все правые части системы (3) одновременно обращаются в нуль, будет точка  $A_0(D, 1, 0, D)$ , соответствующая начальному состоянию среды перед волной.

Если  $k = 1$ , то система (3) распадается на две подсистемы, поскольку функции  $F_1$  и  $F_2$  не зависят от  $w$ . В этой фазовой гиперплоскости линия  $F_1(u, T, 1) = 0$  представляет собой параболу, ветви которой обращены вниз (по отношению к осям  $u$ ,  $T$ ). Линия  $F_2(u, T, 1) = 0$  — парабола, ветви которой обращены вверх (рис. 1). Для каждого фиксированного значения величины теплового эффекта химических реакций  $q$  при  $D > D_*$  эти параболы имеют две точки пересечения:  $A_1$ , где  $u^2 > \gamma p/\rho$ , и  $B_1$ , где  $u^2 < \gamma p/\rho$  (точки соответствуют недосжатой и пересжатой детонации). При  $D = D_*$  параболы касаются друг друга и две точки сливаются в одну ( $u^2 = \gamma p/\rho$ ), что соответствует детонации Чепмена — Жуге. Если  $D < D_*$ , то единственной особой точкой системы (3) остается  $A_0$ .

Отметим, что при неидеальной детонации (в частности, гетерогенной) состояние Чепмена — Жуге может быть достигнуто при конечном значении  $\xi$ . Это выполняется в случае, если вся система уравнений разбивается на две подсистемы, связанные между собой только через правые части. Если возмущения распространяются только через несущую фазу (газ), то в точке Жуге в нуль обращаются правые части только газодинамической подсистемы. При этом изображающая точка выходит из состояния равновесия при конечном

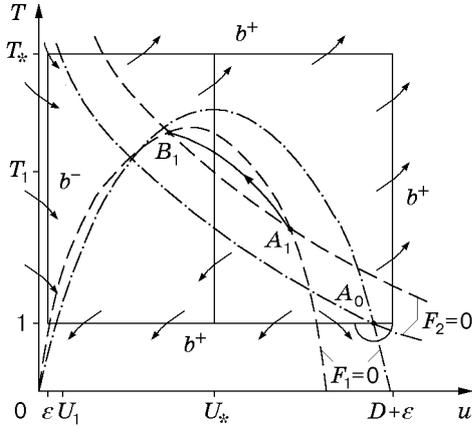


Рис. 1. Проекция изолирующих окрестностей на плоскость  $(u, T)$ : штриховые линии —  $k = 1$ , штрихпунктирные —  $k = 0$

значении  $\xi$  (например, за счет скоростной неравновесности фаз). В данной задаче ситуация иная. Особые точки являются равновесными для всех уравнений системы и поэтому достижимы только при  $\xi \rightarrow \infty$  или  $\xi \rightarrow -\infty$ .

Для определения типа особых точек составим характеристическое уравнение  $\det A = 0$ , где матрица  $A$  имеет вид

$$A = \begin{pmatrix} R_1(-T/u^2 + 1)/\eta - m & R_1/(\eta u) & \sigma_0 DT/(\eta u) & 0 \\ R_1(D - u + 1/R_1)/\lambda & R_1/(\lambda(\gamma - 1)) - m & (F_2)'_k/\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -C_2(T - 1) - m & 0 \\ C_3/u & 0 & 0 & -C_3/u - m \end{pmatrix}.$$

Здесь  $R_1 = (1 + \sigma_0)D$ .

Анализ коэффициентов характеристического уравнения в особой точке  $A_0$  показывает, что согласно теореме Декарта при  $D \geq D_*$  уравнение имеет три корня  $m$  с положительной вещественной частью и один с отрицательной; в точке  $A_1$  — два корня с положительной вещественной частью, два с отрицательной. В точке  $B_1$  один корень имеет положительную вещественную часть, а три — отрицательную. Таким образом, все три состояния равновесия автономной динамической системы уравнений (3) являются пространственными седлами.

**Построение изолирующих окрестностей.** В дальнейшем будем исходить из того, что параметры  $D$  и  $q$  принимают такие значения, что система (3) допускает существование всех трех особых точек. Если  $D < D_*$ , когда  $A_0$  является единственной особой точкой, возможно существование бегущей волны, после прохождения которой среда возвращается в исходное состояние  $A_0$ . Однако в данном случае система (3) таких решений не допускает. Вдоль траекторий происходят необратимые изменения, связанные с процессами энерговыделения, а также тепло- и массопереноса. Случай детонации Чепмена — Жуге ( $D = D_*$ ) рассматривается ниже.

В фазовом пространстве  $(u, T, k, w)$  построим изолирующую окрестность  $N_1$ , содержащую две особые точки  $A_0$  и  $A_1$  в качестве внутренних и не содержащую точку  $B_1$ , и окрестность  $N_2$ , содержащую точки  $A_0$  и  $B_1$  и не содержащую точку  $A_1$ . Изолирующая окрестность  $N$  представляет собой компактное и связное подмножество фазового пространства, где каждая траектория, отвечающая решениям системы (3) и проходящая через его границу  $\partial N$ , покидает  $N$ , по крайней мере в одном из направлений (при  $\xi \rightarrow \infty$  или  $\xi \rightarrow -\infty$ ). Множество  $S(N)$  траекторий системы (3), которые остаются в  $N$  при любом  $\xi$ , называется изолированным инвариантным множеством. Для изолирующих окрест-

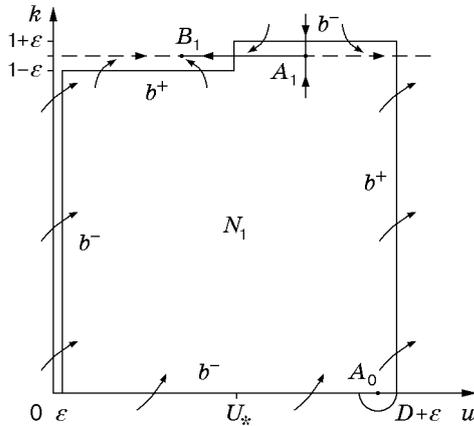


Рис. 2

Рис. 2. Проекция изолирующей окрестности  $N_1$  на плоскость  $(u, k)$

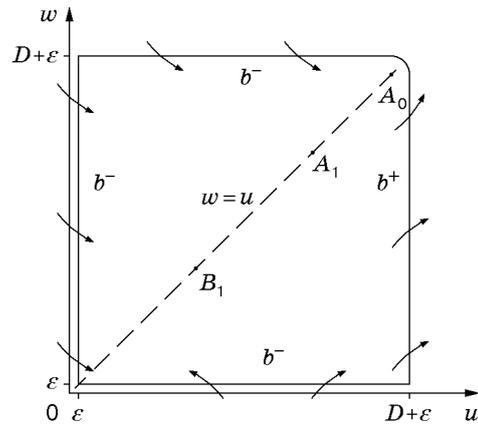


Рис. 3

Рис. 3. Проекция изолирующих окрестностей на плоскость  $(u, w)$

ностей, которые мы строим, множество  $S(N)$  должно быть максимальным, т. е. не иметь общих точек с границей  $\partial N$ .

Множество  $N_1$  ограничено гиперплоскостями  $u = \varepsilon$ ,  $u = D + \varepsilon$ ,  $T = 1$ ,  $T = T_*$ ,  $k = 0$ ,  $k = 1 + \varepsilon$  ( $U_* \leq u \leq D + \varepsilon$ ),  $k = 1 - \varepsilon$  ( $\varepsilon \leq u \leq U_*$ ),  $w = \varepsilon$ ,  $w = D + \varepsilon$ , где  $\varepsilon$  — малое число;  $T_*$  — достаточно большое число (значения  $T$  на поверхности  $F_1 = 0$  меньше  $T_*$ );  $u(A_1) < U_* < u(B_1)$ . Кроме того, добавим к окрестности шар радиуса  $\varepsilon$  с центром в точке  $A_0$ . Сечения окрестности  $N_1$  плоскостями  $(u, T)$ ,  $(u, k)$  и  $(u, w)$  изображены на рис. 1–3 соответственно. Обозначим через  $b^+$  множество таких точек, принадлежащих границе  $\partial N_1$  множества  $N_1$ , что траектории, проходящие через  $b^+$ , покидают  $N_1$ ; аналогично обозначим через  $b^-$  множество точек входа в  $N_1$  ( $b^- \subset \partial N_1$ ). Как показано на рис. 1–3, множество точек  $b^+$  состоит из гиперплоскостей  $u = D + \varepsilon$ ,  $T = 1$ , участка  $u \in [U_1, D + \varepsilon]$  для  $T = T_*$ , множества  $u \in [\varepsilon, U_*]$  для  $k = 1 - \varepsilon$ , а также подмножества гиперплоскости  $u = U_*$ , где  $k \in [1 - \varepsilon, 1 + \varepsilon]$ ,  $T \in [1, T_1]$ .

Для достаточно малых  $\varepsilon$  все траектории, проходящие через границу  $\varepsilon$ -окрестности точки  $A_0$ , покидают эту окрестность, по крайней мере в одном направлении, в силу седлового типа точки, причем пересечение множества точек входа траекторий в эту окрестность с границей  $\partial N_1$  является связным множеством с множеством точек  $b^-$  на гиперплоскости  $k = 0$ , а точки выхода образуют связное множество с множеством точек  $b^+$  на  $u = D + \varepsilon$ .

Окрестность  $N_2$  ограничена гиперплоскостями  $u = D + \varepsilon$ ,  $u = \varepsilon$ ,  $k = 0$ ,  $k = 1 + \varepsilon$  ( $\varepsilon \leq u \leq U_*$ ),  $k = 1 - \varepsilon$  ( $U_* \leq u \leq D + \varepsilon$ ),  $u = U_*$  ( $k \in [1 - \varepsilon, 1 + \varepsilon]$ ),  $T = 1$ ,  $T = T_*$ ,  $w = \varepsilon$ ,  $w = D + \varepsilon$ . Как и для  $N_1$ , дополним  $N_2$  шаром радиуса  $\varepsilon$  с центром в точке  $A_0$ . Здесь множество  $b^+$  состоит из точек, в которых  $u = D + \varepsilon$ ,  $T = 1$ ,  $T = T_*$  ( $U_1 \leq u \leq D + \varepsilon$ ),  $k = 1 - \varepsilon$  ( $U_* \leq u \leq D + \varepsilon$ ), и подмножества гиперплоскости  $u = U_*$ , где  $k \in [1 - \varepsilon, 1 + \varepsilon]$ ,  $T \in [T_1, T_*]$ . Сечения окрестности  $N_2$  плоскостями  $(u, T)$ ,  $(u, w)$  и  $(u, k)$  изображены на рис. 1, 3, 4 соответственно.

Отметим также, что любая траектория системы (3), имеющая общие точки с множеством  $k = 1$ , остается на этой гиперплоскости при всех значениях  $\xi$ . Кроме того, расположение кривых в этом множестве свидетельствует о том, что существует единственная траектория, начало которой находится в точке  $A_1$ , а конец — в точке  $B_1$  (вдоль этой траектории  $k = 1$ ). С физической точки зрения эта ситуация соответствует ударной волне в газе

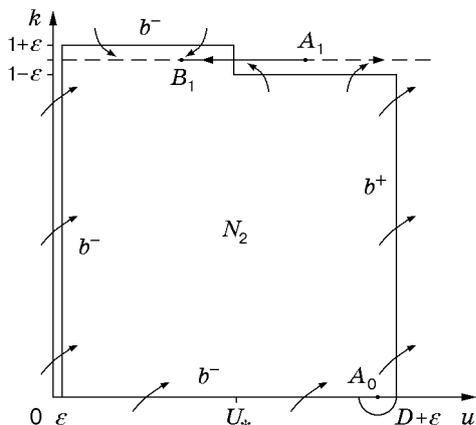


Рис. 4. Проекция изолирующей окрестности  $N_2$  на плоскость  $(u, k)$

с предварительно полностью испаренным и прореагировавшим веществом к-фазы. Доказательство существования и единственности такой траектории аналогично приведенному в работе [1].

**Индексы изолированных множеств.** Пусть  $S$  — максимальное инвариантное множество, содержащееся в окрестности  $N$ , т. е. любая траектория системы (3), проходящая через границу  $\partial N$ , покидает  $N$ , по крайней мере в одном временном направлении, и замыкание  $S$  содержится в  $N$ . Индексом Конли  $h(S)$  множества  $N$  называется гомотопический класс эквивалентности фактор-пространства  $N/b^+$  [11, 13]:  $h(S) = [N/b^+]$ . Индекс Конли соответствует индексу Морса в случаях, когда последний определен, т. е. для невырожденных особых точек. Таким образом, для точки покоя, являющейся изолированным инвариантным множеством, этот индекс определяется числом корней характеристического уравнения, имеющих положительные вещественные части. Индекс Конли является топологическим инвариантом и не меняется для любой изолирующей окрестности, содержащей данное изолированное инвариантное множество.

Вычислим индекс особой точки  $A_0$ . Множество точек выхода для четырехмерной  $\varepsilon$ -сферы с центром в точке  $A_0$  составляет трехмерное многообразие. Факторизуя это множество, получим, что результирующее пространство гомеоморфно пространству гомотопического типа  $\Sigma^3$ . Аналогично можно показать, что  $h(A_1) = \Sigma^2$ ,  $h(B_1) = \Sigma^1$ . Здесь  $\Sigma^n$  —  $n$ -мерная сфера (точечная). Для невырожденных особых точек  $A_0, A_1, B_1$  число  $n$  совпадает с индексами Морса этих точек.

Вычислим индексы изолирующих окрестностей. В четырехмерном фазовом пространстве  $X(u, T, k, w)$  система уравнений (3) задает непрерывное отображение  $f: X \times R \rightarrow X$ , где  $\xi \in R$ . Если обозначить  $f$  как  $\mathbf{x} \cdot \xi$  для  $\mathbf{x} \in X$ , то справедливо соотношение  $(\mathbf{x} \cdot \xi) \cdot s = \mathbf{x} \cdot (\xi + s)$ . Поэтому  $f$  является потоком. Это означает, что траектории системы (3) могут касаться изолирующих окрестностей (т. е. проходя через границу  $\partial N_i$ , покидать множество  $N_i$  в обоих временных направлениях), а сама граница  $\partial N_i$  может состоять, в частности, из отрезков траекторий, покидающих  $N_i$ . При этом индекс изолирующей окрестности будет совпадать с индексом изолирующего блока, не обладающего этими свойствами.

Для изолирующей окрестности  $N_1$  множество точек выхода  $b^+$  является двухсвязным. Если мы отождествим  $b^+$  и стянем его в точку, то полученное пространство — пространство гомотопического типа  $\Sigma^2$ , т. е.  $h(S) = \Sigma^2$ .

Множество точек выхода  $b^+$  для изолирующей окрестности  $N_2$  будет односвязным (так же как множество точек входа  $b^-$ ). Стянув  $b^+$  в точку, получим, что для окрестности  $N_2$  справедливо утверждение  $h(S) = \bar{0}$ , т. е. фактор-пространство — пространство гомотопического типа одноточечного пространства.

**Существование траекторий, соединяющих особые точки.** Рассмотрим изолирующую окрестность  $N_1$ . Известно [13], что если бы изолированное инвариантное множество  $S$  состояло только из двух особых точек  $S = \{A_0, A_1\}$ , то следовало бы, что  $h(S) = h(A_0) \vee h(A_1)$ . Так как  $\Sigma^3 \vee \Sigma^2 \neq \Sigma^2$ , то инвариантное множество  $\{A_0, A_1\}$  не является максимальным, т. е. в окрестности  $N_1$  существуют другие траектории, остающиеся в  $N_1$  все время  $\xi$ .

Следует отметить, что поток, задаваемый отображением  $f$ , является градиентноподобным внутри изолирующих окрестностей  $N_i$ ,  $i = 1, 2$ , если  $k \in (0, 1)$ . Например, для него существует функция Ляпунова  $G(k) = 1 - k^2$ , строго убывающая вдоль любой траектории в  $N_i$ , отличной от состояния равновесия. Этот факт исключает возможность существования замкнутых траекторий и предельных циклов. Значит, существуют траектории, для которых точка  $A_0$  является  $\alpha$ -предельным множеством, а точка  $A_1$  —  $\omega$ -предельным, т. е. траектории, соединяющие эти точки.

Рассмотрим траектории в изолирующей окрестности  $N_2$ . Заметим, что все интегральные кривые системы (3), для которых точка  $B_1$  является  $\omega$ -предельным множеством, составляют трехмерное многообразие  $S_1$ , пересекающее любую сколь угодно малую окрестность точки  $A_1$ . Если какие-либо траектории, принадлежащие  $S_1$  и попадающие в эту малую окрестность, не покидают  $N_2$  при  $\xi \rightarrow -\infty$ , то  $N_2$  не будет изолирующей окрестностью. Однако в силу того, что поток является градиентноподобным, эти кривые достигают гиперплоскости  $k = 0$  и для них точка  $A_0$  должна быть  $\alpha$ -предельной, что доказывает существование искомых траекторий.

Предположим, что любые кривые многообразия  $S_1$ , попадающие в малую окрестность точки  $A_1$ , покидают  $N_2$ . Тогда окрестность  $N_2$  будет изолирующей. Поскольку в этом случае  $h(S) = \bar{0} \neq \Sigma^3 \vee \Sigma^1$ , инвариантное множество  $S$  содержит также траектории, отличные от состояний покоя  $A_0$  и  $B_1$ , что указывает на существование интегральных кривых, соединяющих эти особые точки.

Рассмотрим случай  $D = D_*$ . Поскольку для любых значений параметра  $D$ , больших критического, существуют траектории, соединяющие все три особые точки, в предельном случае, когда две из них сливаются в одну, искомая траектория, соответствующая стационарной детонации Чепмена — Жуге, продолжает существовать.

Таким образом, в данной работе показано, что при некоторых достаточно сильных ограничениях на характер энерговыделения и межфазного взаимодействия существуют решения типа бегущих волн, отвечающие пересжатой и недосжатой детонации газозвесей, а также детонации Чепмена — Жуге в предельном случае.

## ЛИТЕРАТУРА

1. **Mises R.** On the thickness of a steady shock wave // J. Aeronaut. Sci. 1950. V. 17, N 9. P. 551–554.
2. **Gilbarg D.** The existence and limit behavior of the one-dimensional shock layer // Amer. J. Math. 1951. V. 73, N 2. P. 256–274.
3. **Hirschfelder J. O., Curtiss C. F.** Theory of detonations. 1. Irreversible unimolecular reaction // J. Chem. Phys. 1958. V. 28, N 6. P. 1130–1147.
4. **Linder B., Curtiss C. F., Hirschfelder J. O.** Theory of detonations. 2. Reversible unimolecular reaction // Ibid. P. 1147–1151.
5. **Wood W. W.** Existence of detonations for small values of the rate parameter // Phys. Fluids. 1961. V. 4, N 1. P. 46–60.
6. **Wood W. W.** Existence of detonations for large values of the rate parameter // Phys. Fluids. 1963. V. 6, N 8. P. 1081–1090.

7. **Williams F. A.** Structure of detonations in dilute sprays // Phys. Fluids. 1961. V. 4, N 11. P. 1434–1443.
8. **Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П.** Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М.: Наука, 1966.
9. **Вильямс Ф. А.** Теория горения. М.: Наука, 1971.
10. **Majda A. A.** Qualitative model for dynamic combustion // SIAM. J. Appl. Math. 1981. V. 41, N 1. P. 70–93.
11. **Gardner R. A.** On the detonation of a combustible gas // Trans. Amer. Math. Soc. 1983. V. 277, N 2. P. 431–468.
12. **Воронин Д. В.** Существование стационарного решения задачи распространения детонационной волны в газозвесах // Механика быстропротекающих процессов. 1985. Вып. 73. С. 9–25.
13. **Smoller J.** Shock waves and reaction-diffusion equations. N. Y.: Springer-Verlag, 1994.
14. **Нигматулин Р. И.** Динамика многофазных сред. М.: Наука, 1987. Ч. 1, 2.

*Поступила в редакцию 30/I 1998 г.,  
в окончательном варианте — 17/III 2000 г.*

---