

## РАСЧЕТ ТЕЧЕНИЙ СРЕДЫ ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ ИНТЕНСИВНЫХ ПОТОКОВ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ

УДК 539.893:539.121.7

А. П. Яловец

Челябинский государственный университет, 454136 Челябинск

Облучение твердотельных мишеней интенсивным пучком ускоренных заряженных частиц (электронов или ионов) с плотностью потока энергии  $\geq 10^7$  Вт/см<sup>2</sup> сопровождается генерацией волн сжатия и разрежения в необлучаемой части вещества из-за интенсивного разогрева некоторого объема мишени вследствие торможения частиц. Распространение волн по объему твердого тела вызывает его деформации, которые приводят к образованию различных дефектов [1–4], изменению механических свойств материала и даже к разрушению [5].

Система уравнений, описывающая генерацию и распространение упругопластических волн в веществе при воздействии потока заряженных частиц, включает: кинетическое уравнение для быстрых заряженных частиц, уравнения механики сплошной среды, широкодиапазонное уравнение состояния.

Практика численного решения данной задачи показывает, что основной объем вычислений приходится на решение уравнений механики сплошной среды. Решение этих уравнений при моделировании воздействия мощных потоков заряженных частиц на вещество осуществляется различными методами: в работах [6, 7] использовался метод макрочастиц [8], в [9, 10] — метод Годунова [11], в [12] — метод Уилкинса [13].

Применение метода макрочастиц к рассматриваемой здесь задаче сопряжено с двумя трудностями. Во-первых, метод неустойчив при слабых течениях, что не позволяет моделировать воздействие на вещество пучков, представляющих интерес для технологических целей. Во-вторых, в задачах со свободной поверхностью возникают трудности ее описания.

Основным недостатком метода Годунова является сильное сглаживание решения в области контактного разрыва.

Метод решения уравнений механики сплошной среды, разработанный Уилкинсом [13], свободен от перечисленных выше недостатков, хотя при его применении имеются трудности, связанные с использованием лагранжевых переменных для описания сильных деформаций вещества.

Существует еще одна общая для всех схем, содержащих искусственную вязкость, проблема — выбор значения коэффициента в выражении для искусственной вязкости. Численные эксперименты показывают, что подбор этого коэффициента при достижении приемлемой гладкости решения меняет амплитуду ударной волны на 10 ÷ 20%. Кроме того, при расчете течений среды, находящейся в области равновесия жидкость — газ, схемы с искусственной вязкостью становятся неустойчивыми из-за сильного (на 2–3 порядка) уменьшения скорости звука.

В данной работе найдены аналитические решения уравнений механики сплошной среды для элемента вещества, с помощью которых моделируется движение всей системы. Применение полученного аналитического решения позволяет в некоторых случаях увеличить временной шаг интегрирования, причем это увеличение по отношению к временному шагу, найденному из условия Куранта, как показано в приведенном ниже примере, может быть существенным. Решение уравнений получено в лагранжевых переменных. Предложенный алгоритм перестройки лагранжевой сетки, основанный на использовании законов

сохранения, позволяет рассчитывать сильные деформации среды.

**1. Расчет одномерных упругопластических течений.** Итак, пусть поток ускоренных заряженных частиц падает на плоскую мишень толщиной  $a$ . Ось  $z$  направлена перпендикулярно плоскости мишени. Система уравнений, описывающая одномерные нестационарные упругопластические течения, сформулирована в [13]. Для описания течений среды при воздействии на нее потока заряженных частиц необходимо к правой части уравнения для внутренней энергии добавить функцию удельной мощности энерговыделения (функцию энерговыделения):

$$D(z) = \int_{4\pi} d\Omega \int dT_b B(T_b) \Psi(z, \cos \vartheta, T_b), \quad (1.1)$$

где  $\Psi$  — дифференциальная по углам и энергиям плотность потока быстрых частиц;  $\vartheta$  — угол между вектором импульса быстрых частиц и осью  $Oz$ ;  $B(T_b)$  — удельные потери энергии (на единицу массовой длины) частицей с кинетической энергией  $T_b$ . Для нахождения дифференциальной плотности потока требуется решение кинетического уравнения для быстрых частиц [14]:

$$\hat{L}\Psi = S_\Psi. \quad (1.2)$$

Здесь  $S_\Psi$  — функция источника быстрых частиц;  $\hat{L}$  — оператор переноса, учитывающий процессы упругих и неупругих столкновений [14]. Ниже использованы следующие обозначения:  $\rho$ ,  $v$ ,  $U$  — массовая плотность среды, массовая скорость, внутренняя энергия единицы массы;  $\Sigma = -P + s^z$ ;  $P$  — гидростатическое давление;  $s^x$ ,  $s^y$ ,  $s^z$  — компоненты девиатора напряжений;  $2\mu = E/(1 + \sigma)$  — постоянная Ламе;  $E$  — модуль Юнга;  $\sigma$  — коэффициент Пуассона.

В данной работе использовались широкодиапазонные уравнения состояния [15, 16]. Пластическое течение описывается путем сохранения девиатора напряжений на пределе текучести (условие текучести Мизеса) [13].

Как и в [13], область, занятая средой, разбивается на ячейки, причем масса, плотность, напряжение, энергия определяются в центрах ячеек, а скорость — на их границах. Для конкретной ячейки сформулированная выше система может быть записана в виде

$$\dot{v}_i = (\Sigma_{i+1/2} - \Sigma_{i-1/2})/m_i, \quad m_i = 0,5(m_{i+1/2} + m_{i-1/2}); \quad (1.3)$$

$$\dot{\xi}_{i+1/2} = v_{i+1} - v_i, \quad \xi_{i+1/2} = m_{i+1/2}/\rho_{i+1/2}; \quad (1.4)$$

$$\dot{U}_{i+1/2} = \Sigma_{i+1/2} \dot{\xi}_{i+1/2}/m_{i+1/2} + D_{i+1/2}; \quad (1.5)$$

$$\dot{s}_{i+1/2}^z = (4\mu/3) \dot{\xi}_{i+1/2}/\xi_{i+1/2}, \quad \dot{s}_{i+1/2}^x = \dot{s}_{i+1/2}^y = -(2\mu/3) \dot{\xi}_{i+1/2}/\xi_{i+1/2}, \quad (1.6)$$

где  $m_{i+1/2}$  — масса вещества в ячейке;  $\xi_{i+1/2} = z_{i+1} - z_{i-1}$  — ширина (объем) ячейки;  $D_{i+1/2}$  вычисляется по формуле (1.1) при  $z_{i+1/2} = 0,5(z_{i+1} + z_{i-1})$ .

Найдем приближенное аналитическое решение уравнений (1.3)–(1.6) на временном шаге  $t_{n+1} - t_n$ , полагая, что в течение этого времени изменение состояния вещества в ячейке является адиабатическим процессом. Изменение внутренней энергии за счет торможения частиц в данном элементе объема можно учесть в конце рассматриваемого временного интервала.

Тогда зависимость напряжения от объема представим в виде разложения в ряд Тейлора, ограничиваясь для малых времен первым порядком:

$$\Sigma(\xi_{i+1/2}) = \Sigma_{i+1/2}^n + (c_s^n)_{i+1/2}^2 \rho_{i+1/2}^n \frac{\xi_{i+1/2} - \xi_{i+1/2}^n}{\xi_{i+1/2}^n}. \quad (1.7)$$

Здесь  $c_s^2 = c^2 - (\partial s^z / \partial \rho)_S$ ;  $c = (\partial P / \partial \rho)_S^{1/2}$  — локальная скорость звука;  $S$  — энтропия;  $\Sigma_{i+1/2}^n = \Sigma(\xi_{i+1/2}^n)$ ;  $\xi_{i+1/2}^n = \xi_{i+1/2}(t_n)$ ;  $\xi_{i+1/2} = \xi_{i+1/2}(t)$ ;  $t \geq t_n$ .

Подставляя (1.7) в уравнение (1.3) и дифференцируя получившееся выражение еще раз по времени, получим

$$\ddot{v}_i = \frac{1}{m_i} \left[ \left( c_s^2 \frac{\rho}{\xi} \right)_{i+1/2}^n \dot{\xi}_{i+1/2} - \left( c_s^2 \frac{\rho}{\xi} \right)_{i-1/2}^n \dot{\xi}_{i-1/2} \right]. \quad (1.8)$$

Из уравнения (1.8) и уравнения непрерывности (1.4) следует

$$\ddot{v}_i + \omega_i^2 v_i = L_i, \quad (1.9)$$

где

$$\omega_i^2 = 2 \frac{m_{i+1/2} \omega_{i+1/2}^2 + m_{i-1/2} \omega_{i-1/2}^2}{m_{i+1/2} + m_{i-1/2}}; \quad \omega_{i+1/2}^2 = (c_s^2 \rho / m \xi)_{i+1/2}^n;$$

$$L_i = (m_{i+1/2} \omega_{i+1/2}^2 v_{i+1} + m_{i-1/2} \omega_{i-1/2}^2 v_{i-1}) / m_i.$$

Начальные условия для (1.9) имеют вид

$$v_i(t_n) = v_i^n, \quad \dot{v}_i(t_n) = \dot{v}_i^n = (\Sigma_{i+1/2}^n - \Sigma_{i-1/2}^n) / m_i. \quad (1.10)$$

Уравнение (1.9), записанное для всех  $i$ , представляет полную систему, решение которой позволило бы найти скорости всех границ ячеек. Однако для большого числа ячеек это решение имеет весьма сложный вид.

Полагая, что на шаге интегрирования правая часть уравнения (1.9) остается постоянной и равна  $L_i^n$ , а также используя начальные условия (1.10), можно получить следующее аналитическое решение:

$$v_i(t) = v_i^n \cos(\omega_i \tau) + \dot{v}_i^n \frac{\sin(\omega_i \tau)}{\omega_i} + L_i^n \frac{1 - \cos(\omega_i \tau)}{\omega_i^2}. \quad (1.11)$$

Здесь  $\tau = t - t_n$ .

Интегрирование (1.11) по времени от  $t_n$  до  $t$  позволяет вычислить координату границы ячейки:

$$z_i(t) = z_i^n + v_i^n \frac{\sin(\omega_i \tau)}{\omega_i} + \dot{v}_i^n \frac{1 - \cos(\omega_i \tau)}{\omega_i^2} + \frac{L_i^n}{\omega_i^2} \left( \tau - \frac{\sin(\omega_i \tau)}{\omega_i} \right). \quad (1.12)$$

Принимая во внимание разложение (1.7) и решение (1.12), нетрудно проинтегрировать уравнение (1.5):

$$U_{i+1/2}(t) = \left[ U^n + \frac{\Sigma^n}{m} (\xi - \xi^n) + \frac{\omega^2}{2} (\xi - \xi^n)^2 + D\tau \right]_{i+1/2}. \quad (1.13)$$

Выражения для новых значений девиатора следуют из решения (1.6):

$$\begin{aligned} s_{i+1/2}^z(t) &= s_{i+1/2}^z(t_n) + (4\mu/3)(\xi_{i+1/2}/\xi_{i+1/2}^n - 1), \\ s_{i+1/2}^x(t) &= s_{i+1/2}^y(t) = s_{i+1/2}^x(t_n) - (2\mu/3)(\xi_{i+1/2}/\xi_{i+1/2}^n - 1). \end{aligned} \quad (1.14)$$

Выполнение условия текучести Мизеса осуществляется, как в [13].

Новая плотность среды находится из выражения

$$\rho_{i+1/2}(t) = m_{i+1/2} / \xi_{i+1/2}, \quad (1.15)$$

а новое значение гидростатического давления — из уравнения состояния по полученным из (1.13) внутренней энергии и массовой плотности (1.15). Пренебрегая зависимостью величины  $\mu$  от плотности, из (1.14) имеем  $c_s^2 = c^2 + 4\mu/3\rho^n$ .

Если напряжения по абсолютной величине превышают предел текучести, то при разрежении  $c_s^2 = 0$ , при сжатии  $c_s^2 = c^2$ .

Временной шаг  $\tau$  определяется сделанными при выводе формул (1.11)–(1.15) приближениями. Первое приближение состоит в использовании разложения (1.7), из которого следует

$$|\Delta\xi/\xi| \leq \varepsilon, \quad (1.16)$$

где  $\varepsilon$  — максимально допустимое относительное изменение объема ячейки на временном шаге, обеспечивающее справедливость разложения (1.7). Из соотношения (1.16) и уравнения непрерывности (1.4) вытекает

$$\tau \leq (\varepsilon\xi/|\Delta v|)_{\min}, \quad \Delta v = v_{i+1} - v_i. \quad (1.17)$$

Второе приближение заключается в замене правой части (1.9) на постоянную величину. Однако получить простой критерий для временного шага в этом случае не удастся. Численные эксперименты показали, что обычно выбор временного шага по (1.17) дает хорошие результаты. В случае малых градиентов скорости значение  $\tau$  возрастает так, что начинает сказываться погрешность, связанная с приближенным решением уравнения (1.9). Поэтому при проведении практических расчетов в тех случаях, когда  $\tau > \tau_K$ , на временной шаг накладывается еще одно условие:

$$\tau/\tau_K \leq N \quad (1.18)$$

( $\tau_K$  — временной шаг, найденный из условия Куранта [13],  $N$  — число, большее единицы).

Сделаем одно важное замечание относительно применения формул (1.11)–(1.13). Уравнение (1.9) описывает движение двух связанных осцилляторов с собственными частотами  $\omega_{i-1/2}$  и  $\omega_{i+1/2}$ . Выражение для  $\omega_{i+1/2}$  содержит  $\xi_{i+1/2}$  — ширину ячейки (формула (1.9)). При сжатии ячейки возмущается не весь слой вещества, заключенный в объеме ячейки, а лишь слой  $c\tau$ . Поэтому собственную частоту ячейки следует вычислять по формуле

$$\omega_{i+1/2}^2 = (c_s^2 \rho / m \bar{\xi})_{i+1/2}^n, \quad (1.19)$$

где

$$\bar{\xi}_{i+1/2}^n = \begin{cases} \xi_{i+1/2}, & \dot{\xi}_{i+1/2} \geq 0, \\ c_{i+1/2} \tau, & \dot{\xi}_{i+1/2} < 0. \end{cases}$$

Рассмотрим случай малых значений  $\tau$ . Выполним разложение в ряд Тейлора по времени в (1.11), ограничиваясь учетом членов второго порядка и для простоты анализа пренебрегая девиатором напряжения. Тогда, подставляя в полученное выражение явный вид  $\bar{L}_{i+1/2}^n$ , имеем

$$v_i^{n+1} = v_i^n - [(P_{i+1/2}^n + q_{i+1/2}^n) - (P_{i-1/2}^n + q_{i-1/2}^n)]\tau/m_i \quad (1.20)$$

( $q_{i+1/2}^n = -m_{i+1/2} \omega_{i+1/2}^2 (v_{i+1}^n - v_i^n) \tau/2$ ). В случае сжатия ячейки, когда  $v_{i+1}^n - v_i^n < 0$ , с учетом (1.19) величина  $q_{i+1/2}^n = c_{i+1/2} \rho_{i+1/2}^n |v_{i+1}^n - v_i^n|/2$  и имеет вид линейной искусственной вязкости [8, 13].

Данный анализ показывает, что вводимая в различные численные схемы искусственная вязкость фактически обеспечивает приближенный учет на временном шаге зависимости давления в элементе вещества от изменения его объема и учитывает необратимость реальных физических процессов, которые изначально были описаны обратимыми диф-

ференциальными уравнениями. Здесь необратимость физических процессов учитывается выражением (1.19).

При разрежении среды искусственная вязкость полагается равной нулю, хотя, как вытекает из (1.19) и (1.20),  $q_{i+1/2}^n = -(c^2 \rho^n \Delta \xi / 2 \xi)_{i+1/2}$ .

Исследуем дисперсионные и диссипативные свойства полученного решения, для чего рассмотрим распространение фурье-моды массовой скорости  $v(z, t) = \hat{v} \exp(i\omega t - kz)$  в однородной среде, когда  $\Sigma_{i+1/2} - \Sigma_{i-1/2} = 0$ . В этом случае из (1.11) можно получить дисперсионное соотношение



$$\exp(i\omega\tau) = \cos(\omega_i\tau) + (1 - \cos(\omega_i\tau)) \cos(k\xi). \quad (1.21)$$

Поскольку в (1.21) мнимая часть равна нулю, то дисперсия волн отсутствует. Диссипативные свойства схемы определяются модулем выражения (1.21). Необходимым и достаточным условием устойчивости решения является  $|\cos(\omega_i\tau) + (1 - \cos(\omega_i\tau)) \cos(k\xi)| \leq 1$ . Это условие выполняется при всех  $k$ , если  $\omega_i\tau \leq \pi/2$ , что возможно при значениях  $\tau$ , которые превышают в 1,5 раза  $\tau_K$ , т. е.  $N \leq 1,5$ . В случаях, когда в решении преобладают длинноволновые гармоники, как, например, в задаче о разлете газа в пустоту, условие устойчивости может выполняться и при больших значениях  $N$ . Отсутствие затухания волн, длины которых целое число раз помещаются на шаге сетки, позволяет качественно описывать разрывы.

Для решения кинетического уравнения (1.2) использовался многошаговый метод [17], подробное описание которого для одномерной геометрии приведено в [12], для двумерной — в [18]. Модель переноса электронов учитывает упругое рассеяние в соответствии с теорией многократного рассеяния Гаудсмига — Саундерсона, реализованной с применением формул [19], флуктуации потерь энергии в неупругих столкновениях и радиационное торможение. Модель переноса ионов построена с учетом флуктуаций в неупругих столкновениях, но в пренебрежении упругим рассеянием и ядерными реакциями. Потери энергии ионов вычислялись по данным [20].

**2. Расчет двумерных гидродинамических течений.** В случае воздействия сфокусированного потока ускоренных заряженных частиц на мишень, размеры которой превышают радиус пучка, решение задачи в одномерной геометрии становится неприемлемым и требует, по крайней мере, двумерной геометрии.

В данной работе для упрощения изложения метода решения задачи учитывается только гидростатическое давление, что справедливо при описании воздействия на вещество пучков с плотностью потока мощности  $\geq 10^{10}$  Вт/см<sup>2</sup>, при которой возникающие в среде давления существенно превышают предел текучести. Система уравнений, описывающая движение среды в гидродинамическом приближении для цилиндрической геометрии, содержит:

уравнения движения

$$\dot{v}^r = -\rho^{-1} \partial P / \partial r, \quad \dot{v}^z = -\rho^{-1} \partial P / \partial z. \quad (2.1)$$

уравнение непрерывности

$$\dot{V} / V = (\nabla \mathbf{v}); \quad (2.2)$$

уравнение для внутренней энергии

$$\dot{U} = -P \dot{V} / (\rho V) + D. \quad (2.3)$$

уравнение состояния и кинетическое уравнение для вычисления функции энерговыделения. Здесь  $r, z$  — координаты;  $v^r, v^z$  — компоненты массовой скорости среды;  $V = m/\rho$  — объем элемента среды массы  $m$ .

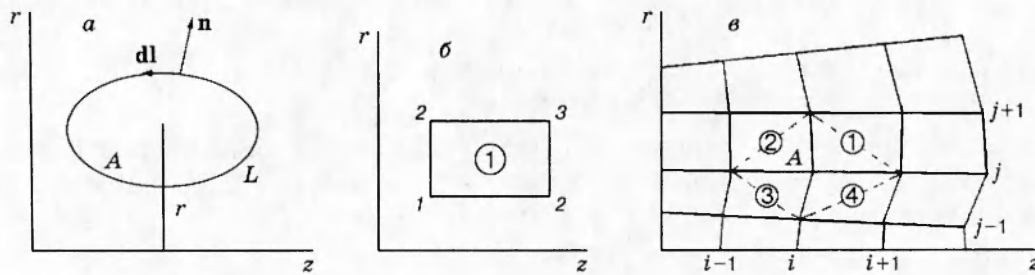


Рис. 1

Воспользуемся интегральным определением частных производных, как это было сделано в [13], и запишем уравнения движения (2.1) для элемента среды, площадь которого  $A$ , в виде (рис. 1,а)

$$\dot{v}^r = r \oint_L P dl_z / M, \quad \dot{v}^z = -r \oint_L P dl_r / M, \quad (2.4)$$

где  $L$  — граница элемента  $A$ ;  $M = rA\rho$  — масса вещества, принадлежащего  $A$ ;  $dl_r$ ,  $dl_z$  — проекции элемента контура  $dl$  на оси цилиндрической системы координат.

Уравнение непрерывности для элемента  $A$  запишем, используя теорему Остроградского — Гаусса:

$$\dot{V} = \oint_L (vn) r dl \quad (2.5)$$

( $\mathbf{n}$  — нормаль к  $dl$ ).

Уравнение для внутренней энергии элемента  $A$  представим как

$$\dot{U} = -P\dot{V}/M + D. \quad (2.6)$$

Найдем приближенное аналитическое решение уравнений (2.1)–(2.6) на временном шаге  $t_{n+1} - t_n$ . В случае адиабатического процесса зависимость давления от объема можно представить в виде разложения в окрестности некоторого  $V^n$  в ряд Тейлора:

$$P(V) = P^n - Q^n(V - V^n) \quad (2.7)$$

( $Q = c^2\rho/V$ ,  $P^n = P(V^n)$ ). Подставляя (2.7) в (2.4) и дифференцируя получившееся выражение еще раз по времени, для компонент скорости имеем

$$\ddot{v}^r = v^r \oint_L P^n dl_z / M - r \oint_L Q^n \dot{V} dl_z / M, \quad \ddot{v}^z = -v^r \oint_L P^n dl_r / M + r \oint_L Q^n \dot{V} dl_r / M. \quad (2.8)$$

В уравнениях (2.8) отброшены члены  $v^r \oint_L Q^n (V - V^n) dl_{r,z}$ , так как их отношение к  $r \oint_L Q^n \dot{V} dl_{r,z}$  много меньше единицы.

Подстановка в (2.8) уравнения непрерывности (2.5) позволит найти уравнения для компонент скорости элемента среды, в которых термодинамические свойства среды должны быть заданы на поверхности этого элемента.

Для получения системы уравнений, описывающей движение всей среды, на занятую ею область наносится сетка, которая делит эту область на четырехугольники (рис. 1,б). Далее будем использовать обозначения [13]. Центры четырехугольников в долях размеров

ячейки имеют следующие координаты:

$$\textcircled{1} \equiv j + 1/2, i + 1/2, \quad \textcircled{2} \equiv j + 1/2, i - 1/2, \quad \textcircled{3} \equiv j - 1/2, i - 1/2, \quad \textcircled{4} \equiv j - 1/2, i + 1/2.$$

В центрах ячеек будут определяться термодинамические характеристики среды. Так, плотность, массу, объем, давление, внутреннюю энергию в точке  $\textcircled{1}$  соответственно обозначим через  $\rho_{\textcircled{1}}, M_{\textcircled{1}}, V_{\textcircled{1}}, P_{\textcircled{1}}, U_{\textcircled{1}}$ . Площадь, объем и масса ячейки определяются по формулам, которые приведены в [13].

Уравнение непрерывности (2.5) для отдельной ячейки можно записать в виде (рис. 1,б)

$$\begin{aligned} \dot{V}_{\textcircled{1}} = & 0,5 [r_1(r_2 - r_4)v_1^r + r_2(r_3 - r_1)v_2^r + r_3(r_4 - r_2)v_1^z + r_4(r_1 - r_3)v_1^z - \\ & - r_1(z_2 - z_4)v_1^r - r_2(z_3 - z_1)v_2^r - r_3(z_4 - z_2)v_1^r - r_4(z_1 - z_3)v_1^r], \end{aligned} \quad (2.9)$$

где индексы обозначают номера вершин ячейки (нумерация проводится против часовой стрелки).

Вычисляя интегралы по контуру, изображенному на рис. 1,б пунктиром, по приведенной в [13] схеме, из (2.8), (2.9) получим

$$\dot{v}_{ji}^r + \omega_r^2 v_{ji}^r = L_r, \quad \dot{v}_{ji}^z + \omega_z^2 v_{ji}^z = L_z. \quad (2.10)$$

Здесь

$$\omega_r^2 = \tilde{r}_{ji}^2 [Q_{\textcircled{1}}^n (z_2 - z_1)^2 + Q_{\textcircled{2}}^n (z_3 - z_2)^2 + Q_{\textcircled{3}}^n (z_4 - z_3)^2 + Q_{\textcircled{4}}^n (z_1 - z_4)^2] / 2M_A - f_r;$$

$$f_r = [P_{\textcircled{1}}^n (z_2 - z_1) + P_{\textcircled{2}}^n (z_3 - z_2) + P_{\textcircled{3}}^n (z_4 - z_3) + P_{\textcircled{4}}^n (z_1 - z_4)] / M_A;$$

$$\begin{aligned} L_r = & -(\tilde{r}_{ji} / M_A) \{ Q_{\textcircled{1}}^n (z_2 - z_1) [\dot{V}_{\textcircled{1}} - r_{ji} v_{ji}^r (z_2 - z_1) / 2] + Q_{\textcircled{2}}^n (z_3 - z_2) [\dot{V}_{\textcircled{2}} - r_{ji} v_{ji}^r (z_3 - z_2) / 2] + \\ & + Q_{\textcircled{3}}^n (z_4 - z_3) [\dot{V}_{\textcircled{3}} - r_{ji} v_{ji}^r (z_4 - z_3) / 2] + Q_{\textcircled{4}}^n (z_1 - z_4) [\dot{V}_{\textcircled{4}} - r_{ji} v_{ji}^r (z_1 - z_4) / 2] \}; \end{aligned}$$

$$\omega_z^2 = \tilde{r}_{ji}^2 [Q_{\textcircled{1}}^n (r_2 - r_1)^2 + Q_{\textcircled{2}}^n (r_3 - r_2)^2 + Q_{\textcircled{3}}^n (r_4 - r_3)^2 + Q_{\textcircled{4}}^n (r_1 - r_4)^2] / 2M_A;$$

$$f_z = [P_{\textcircled{1}}^n (r_2 - r_1) + P_{\textcircled{2}}^n (r_3 - r_2) + P_{\textcircled{3}}^n (r_4 - r_3) + P_{\textcircled{4}}^n (r_1 - r_4)] / M_A;$$

$$\begin{aligned} L_z = & (\tilde{r}_{ji} / M_A) \{ Q_{\textcircled{1}}^n (r_2 - r_1) [\dot{V}_{\textcircled{1}} - r_{ji} v_{ji}^z (r_2 - r_1) / 2] + Q_{\textcircled{2}}^n (r_3 - r_2) [\dot{V}_{\textcircled{2}} - r_{ji} v_{ji}^z (r_3 - r_2) / 2] + \\ & + Q_{\textcircled{3}}^n (r_4 - r_3) [\dot{V}_{\textcircled{3}} - r_{ji} v_{ji}^z (r_4 - r_3) / 2] + Q_{\textcircled{4}}^n (r_1 - r_4) [\dot{V}_{\textcircled{4}} - r_{ji} v_{ji}^z (r_1 - r_4) / 2] \} - v_{ji}^r f_z; \end{aligned}$$

$$M_A = (M_{\textcircled{1}} + M_{\textcircled{2}} + M_{\textcircled{3}} + M_{\textcircled{4}}) / 2; \quad \tilde{r}_{ji} = V_A / A.$$

В качестве начальных условий для (2.10) используются скорости и их производные в момент времени  $t_n$ :

$$\dot{v}_{ji}^r(t_n) = (\tilde{r}_{ji} f_r)^n, \quad \dot{v}_{ji}^z(t_n) = -(\tilde{r}_{ji} f_z)^n. \quad (2.11)$$

Аналитическое решение (2.10) с начальными условиями (2.11) может быть найдено аналогично решению уравнения (1.14). Полагая, что значения  $\omega_r, \omega_z, L_r, L_z$  остаются постоянными на временном шаге и равны значениям для момента  $t_n$ , получим

$$\begin{aligned} v_{ji}^r(t) = & v_{ji}^r(t_n) C(\omega_r^n \tau) + \dot{v}_{ji}^r(t_n) \frac{S(\omega_r^n \tau)}{\omega_r^n} + L_r^n \frac{1 - C(\omega_r^n \tau)}{(\omega_r^n)^2}, \\ v_{ji}^z(t) = & v_{ji}^z(t_n) \cos(\omega_z^n \tau) + \dot{v}_{ji}^z(t_n) \frac{\sin(\omega_z^n \tau)}{\omega_z^n} + L_z^n \frac{1 - \cos(\omega_z^n \tau)}{(\omega_z^n)^2}, \end{aligned} \quad (2.12)$$

где  $\omega = \sqrt{|\omega^2|}$ ;

$$C(\omega\tau) = \begin{cases} \cos(\omega\tau), & \omega^2 \geq 0, \\ \text{ch}(\omega\tau), & \omega^2 < 0; \end{cases} \quad S(\omega\tau) = \begin{cases} \sin(\omega\tau), & \omega^2 \geq 0, \\ \text{sh}(\omega\tau), & \omega^2 < 0. \end{cases}$$

Интегрируя (2.11) по времени от  $t_n$  до  $t > t_n$ , находим новые координаты узлов:

$$\begin{aligned} r_{ji}(t) &= r_{ji}^n + v_{ji}^r(t_n) \frac{S(\omega_r^n \tau)}{\omega_r^n} + \dot{v}_{ji}^r(t_n) \frac{1 - C(\omega_r^n \tau)}{(\omega_r^n)^2} + \frac{L_r^n}{(\omega_r^n)^2} \left( \tau - \frac{S(\omega_r^n \tau)}{\omega_r^n} \right), \\ z_{ji}(t) &= z_{ji}^n + v_{ji}^z(t_n) \frac{\sin(\omega_z^n \tau)}{\omega_z^n} + \dot{v}_{ji}^z(t_n) \frac{1 - \cos(\omega_z^n \tau)}{(\omega_z^n)^2} + \frac{L_z^n}{(\omega_z^n)^2} \left( \tau - \frac{\sin(\omega_z^n \tau)}{\omega_z^n} \right). \end{aligned} \quad (2.13)$$

Зная новые координаты узлов сетки, можно вычислить новый объем ячейки и, следовательно, новую плотность.

Интегрируя (2.6) совместно с (2.7), имеем

$$U_{\text{O}}(t) = [U^n - P^n \Delta V / M + Q^n (\Delta V)^2 / 2M + D\tau]_{\text{O}} \quad (\Delta V_{\text{O}} = V_{\text{O}}(t) - V_{\text{O}}^n). \quad (2.14)$$

Новое значение давления находится из уравнения состояния по полученным значениям внутренней энергии и массовой плотности.

Как и в одномерном случае, временной шаг находится из (1.18) и из условия  $|\dot{V}\tau/V| \leq \varepsilon$ .

При проведении расчетов по формулам (2.12)–(2.14) необходимо в выражениях для  $Q^n$  учесть, что при сжатии элемента объема вещества возмущается лишь его часть, которая определяется скоростью звука и временем сжатия. По аналогии с (1.24) запишем

$$Q^n = (c^2 \rho / \tilde{V})^n. \quad (2.15)$$

Здесь  $\tilde{V} = V$ , если  $\dot{V}^z = \partial v^z / \partial z \geq 0$  и  $\dot{V}^r = \partial v^r / \partial r + v^r / r \geq 0$ ;  $\tilde{V} = V^{\text{eff}}$  в противном случае.

При сжатии ячейки вдоль оси  $z$ , когда  $\dot{V}^z < 0$ , ее эффективный объем можно определить как и в одномерном случае, заменяя характерный размер на  $c\tau$ :

$$V^{\text{eff}} = V c \tau A^{-1/2} \quad (2.16)$$

( $A^{1/2}$  — характерный размер ячейки). Величину  $\dot{V}^z$  для ячейки можно найти, применяя интегральное определение частной производной, что приводит к выражению, эквивалентному той части (2.9), что содержит компоненты скорости  $v^z$ .

При уменьшении объема ячейки за счет деформации и перемещения ее по оси  $r$  ( $\dot{V}^r < 0$ )  $V^{\text{eff}} = V c^2 \tau \tau' A^{-1}$ . Здесь  $\tau'$  — эффективное время уменьшения объема ячейки за счет движения вдоль  $r$ :  $\tau' = |V / \dot{V}^r|$ . Выражение для эффективного объема в данном случае имеет вид

$$V^{\text{eff}} = V c^2 \tau A^{-1} |V / \dot{V}^r|. \quad (2.17)$$

Величина  $\dot{V}^r = \dot{V} - \dot{V}^z$  и, следовательно, эквивалентна части (2.9), содержащей компоненты скорости  $v^r$ .

Формулы (2.12), (2.13) позволяют рассматривать движение узлов сетки как их последовательное перемещение вдоль осей  $r$  и  $z$ , из чего следует, что для вычисления  $\omega_r$ ,  $L_r$  надо применять выражения (2.15) и (2.17), а для  $\omega_z$ ,  $L_z$  — выражения (2.15) и (2.16). Из сказанного следует, что в (2.14) необходимо заменить выражение  $Q(\Delta V)^2$  на  $Q_z(\Delta V^z)^2 + Q_r(\Delta V^r)^2$ , где  $Q_z$  и  $Q_r$  вычисляются по формуле (2.15) и соответственно по



формулам (2.16), (2.17), а

$$\begin{aligned}\Delta V^z &= V(r^{n+1}, z^{n+1}) - V(r^{n+1}, z^n), \\ \Delta V^r &= V(r^{n+1}, z^n) - V(r^n, z^n).\end{aligned}$$

Разлагая в ряд Тейлора по времени выражения (2.12) и ограничиваясь учетом членов  $\sim \tau^2$ , получим

$$\begin{aligned}v^r(t_{n+1}) &\simeq v^r(t_n) + \tau(r^{(n+1/2)}/M_A) \oint (P^n + q^n) dl_z, \\ v^z(t_{n+1}) &\simeq v^z(t_n) - \tau(r^{(n+1/2)}/M_A) \oint (P^n + q^n) dl_r\end{aligned}$$

( $q^n = -Q^n \dot{V}^n \tau / 2$ ). Величина  $q$  с учетом (2.15) при  $\dot{V}^r < 0$  имеет вид

$$q = (\rho A / 2) (\dot{V} / V)^2, \quad (2.18)$$

а при  $\dot{V}^z < 0$

$$q = (c \rho A^{1/2} / 2) |\dot{V} / V|. \quad (2.19)$$

С точностью до постоянных формулы (2.18) и (2.19) соответствуют выражениям для искусственной вязкости (квадратичной и линейной), вводимой для устойчивости в различные численные схемы [8, 13].

В неодномерных расчетах с использованием лагранжевых методов сетка может сильно искажаться. Если сетку не перестроить, расчеты на искаженной сетке могут дать очень большую погрешность, что в конце концов приведет к неустойчивости решения. Стандартный подход к решению этой проблемы заключается в изменении связности узлов сетки, когда локальные искажения сетки уменьшаются за счет введения новых и уничтожения старых узлов [21]. Однако построение и реализация алгоритмов изменения связности узлов — сложная задача.

Метод перестройки лагранжевой сетки в задачах о соударении тел описан в [22, 23], однако он ориентирован на случаи, когда область больших деформаций много меньше всей расчетной области. В задачах о воздействии на вещество потоков заряженных частиц область больших деформаций может составлять значительную часть всей расчетной области, и применение метода [22, 23] вызывает затруднения.

Здесь реализован способ перестройки сетки, отличающийся от [22, 23] тем, что новая сетка наносится на всю расчетную область. Пересчет всех параметров среды со старой сетки на новую основан, как и в [22, 23], на применении законов сохранения массы и энергии, но для вычисления скоростей в узлах новой сетки использовался закон сохранения импульса, в то время как в [22, 23] скорости вычислялись по формулам линейной интерполяции. Данный способ перестройки обеспечивает восстановление регулярной сетки во всей расчетной области без нарушения законов сохранения.

Пусть необходимо вычислить в центрах новых ячеек  $j' + 1/2, i' + 1/2$  значения плотностей и внутренней энергии, а в узлах  $j', i'$  новой сетки — значения скоростей. Законы сохранения массы и полной энергии позволяют записать

$$\rho_{j'+1/2, i'+1/2} = \sum_{\textcircled{K}} \rho_{\textcircled{K}} \Delta \tilde{V}_{\textcircled{K}} / \tilde{V}_{j'+1/2, i'+1/2}, \quad E_{j'+1/2, i'+1/2} = \sum_{\textcircled{K}} \rho_{\textcircled{K}} \Delta \tilde{V}_{\textcircled{K}} E_{\textcircled{K}} / \sum_{\textcircled{K}} \rho_{\textcircled{K}} \Delta \tilde{V}_{\textcircled{K}}, \quad (2.20)$$

где  $E_{\textcircled{K}} = U_{\textcircled{K}} + v_{\textcircled{K}}^2 / 2$ ; суммирование проводится по старым ячейкам, которые имеют общую область  $\Delta \tilde{V}$  с новой ячейкой  $j' + 1/2, i' + 1/2$ .

Определим кинетическую энергию единицы массы ячейки  $v_{\textcircled{K}}^2 / 2$ . Из уравнения движения (2.4), записанного для элемента среды  $A$  (рис. 1.6), следует, что кинетическая энер-

гия этого элемента равна  $M_A v_{ji}^2/2$ . Принимая во внимание выражение для  $\dot{M}_A$  в формулах (2.10), величину  $M_{\text{O}} v_{ji}^2/4$  можно считать вкладом отдельной лагранжевой ячейки в кинетическую энергию элемента  $A$ , а удельную кинетическую энергию ячейки найти из выражения

$$v_{\text{O}}^2/2 = (v_{ji}^2 + v_{j,i+1}^2 + v_{j+1,i+1}^2 + v_{j+1,i}^2)/8. \quad (2.21)$$

Для пересчета поля скоростей строятся для старой и новой сеток вспомогательные сетки так, что их узлами являются центры основных сеток. Закон сохранения импульса позволяет на вспомогательных сетках записать выражение, аналогичное (2.20), в виде

$$v_{j'i'} = \sum_{ji} v_{ji} \rho_{ji} \Delta \tilde{V}_{ji} / \sum_{ji} \rho_{ji} \Delta \tilde{V}_{ji}, \quad (2.22)$$

где суммирование проводится по старым вспомогательным ячейкам, которые имеют общую область  $\Delta \tilde{V}$  с новой вспомогательной ячейкой  $j'i'$ ;  $\rho_{ji} = M_A/V_A$ .

Внутренняя энергия в новых ячейках  $j' + 1/2$ ,  $i' + 1/2$  равна разности полной энергии, полученной по (2.20), и удельной кинетической энергии новой ячейки, рассчитанной по формуле (2.21) по скоростям в узлах  $j'i'$ .

Практическая реализация описанного здесь алгоритма перестройки сетки показала, что применение формул (2.20)–(2.22) обеспечивает выполнение законов сохранения массы, импульса и энергии с точностью не хуже 1% даже при решении задач, требующих выполнения нескольких десятков процедур перестройки сетки.

**3. Результаты расчетов.** Тестовые расчеты проверены на решениях задач, которые имеют автомодельные решения или же численное решение другим методом.

В качестве первого теста решалась задача о разлете в пустоту газа со следующими параметрами: показатель адиабаты  $\gamma = 5/3$ , начальная температура  $T = 1000$  К, начальная плотность  $1,29$  кг/м<sup>3</sup>, толщина слоя  $2$  см. При количестве ячеек, равном  $200$ , и  $\varepsilon = 0,02$  через  $10$  временных шагов численное решение выходило на автомодельное, при этом отличие скорости разлета газа на фронте составляло  $\sim 2\%$ . Отличие значений массовой плотности, температуры, скорости звука от значений при автомодельном решении было не более  $10\%$ . Через  $100$  временных шагов скорость разлета газа на фронте отличалась от скорости при автомодельном решении на  $1\%$ , а распределения макроскопических параметров по глубине — не более чем на  $3\%$ . Прослеживание разлета газа в течение нескольких сотен временных шагов показало, что законы сохранения энергии всего объема газа и энтропии каждой ячейки выполняются с высокой точностью (численные значения с тремя значащими цифрами оставались постоянными).

Следует отметить, что при решении задачи о разлете газа в пустоту выбор временного шага из условия (1.17) позволяет за определенное число шагов продвинуться по времени значительно дальше, чем при выборе шага из условия Куранта. В данном случае за  $200$  шагов условие Куранта позволило продвинуться до момента  $t = 0,25$  мкс, условие (1.17) — до  $t = 1,85$  мкс.

Результаты решения задачи о распаде разрыва для момента  $t = 1,65$  мкс представлены на рис. 2. Начальное состояние газа:  $v_1 = 0$ ,  $\rho_1 = 1$ ,  $T_1 = 1000$  К,  $v_2 = 0$ ,  $\rho_2 = 0,125$ ,  $T_2 = 800$  К, показатель адиабаты  $\gamma = 7/5$ . Данный метод хорошо описывает контактный разрыв. Закон сохранения энергии при решении задачи о распаде разрыва выполнялся с точностью не хуже  $1\%$ . По качеству описания распределений макроскопических параметров данный расчет соответствует методу *SUPERBEE* [24], с помощью которого получено решение аналогичной задачи (см. [21]). Следует отметить, что этот метод сконструирован так, что аккуратно решает задачу Римана.

В данной задаче временной шаг, найденный из (1.17), соответствовал шагу, найденному из условия Куранта.

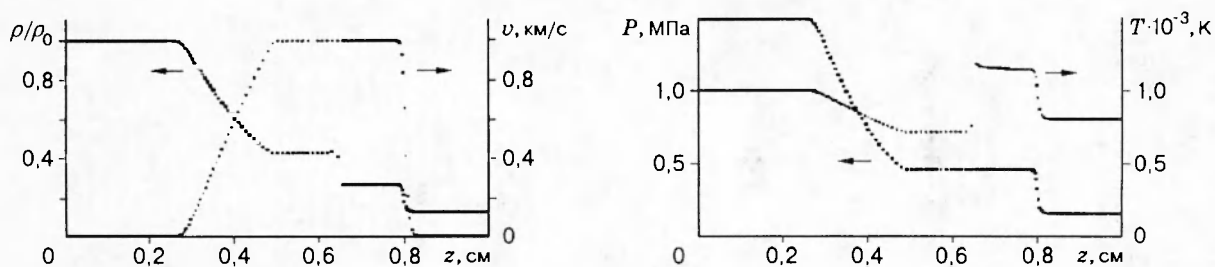


Рис. 2

На рис. 3 приводятся результаты численного моделирования скоростного удара алюминиевой пластинки толщиной 0,5 см, движущейся с начальной скоростью 800 м/с, об алюминиевую преграду с уравнениями состояния, взятыми из [13]. Полученные здесь результаты полностью согласуются с результатами [13]. Поскольку твердые тела обладают большей жесткостью, чем газ, значение  $\epsilon$  из формулы (1.17) должно быть уменьшено (здесь  $\epsilon = 0,002$ ). При проведении расчетов по скоростному удару законы сохранения энергии импульса выполнялись так же, как и при решении предыдущих задач.

Заметим, что во всех рассмотренных выше случаях увеличение количества расчетных узлов в 2–3 раза изменяет результат не более чем на  $1 \div 2\%$ .

Тестирование двумерных расчетов проводилось на решении одномерных задач о разлете газа в пустоту и о распаде разрыва. Полученные результаты полностью согласуются с представленными здесь результатами расчетов по одномерной программе.

Продемонстрируем эффективность метода решения двумерных гидродинамических уравнений на примере решения задачи о расширении сферы горячего воздуха с высоким давлением [25]. Начальные условия данной задачи включали в себя изотермическую сферу первоначально покоящегося воздуха нормальной плотности с давлением  $P_n = 20000$  атм. Уравнение состояния для воздуха было взято из [25].

При решении задачи рассмотрена область  $12,5 \times 25$  см. Центр сферы воздуха с высоким давлением находился в точке  $r_0 = 0$ ,  $z_0 = 12,5$  см, начальный радиус сферы составлял  $R_n = 5$  см. Была выбрана равномерная сетка размером  $51 \times 101$ .

Результаты двумерных расчетов сравнивались с результатами одномерных расчетов [25], которые представлены распределениями  $\pi(\lambda) = P/P_0$ ,  $\eta(\lambda) = \rho/\rho_0$ ,  $\beta(\lambda) = v/c_0$  при различных  $\tau$ . Здесь  $P_0 = 1,01375 \cdot 10^5$  Па;  $\rho_0 = 1,188$  кг/м<sup>3</sup>;  $c_0 = 346$  м/с;  $\lambda$  — расстояние от центра взрыва в единицах  $a = (W/P_0)^{1/3}$ ;  $W$  — энергия взрыва;  $\tau = tc_0/a$ . В наших расчетах параметр  $a$  находился из соотношения  $a = R_n/\lambda_0$ , где  $\lambda_0 = 0,01625$  [25].

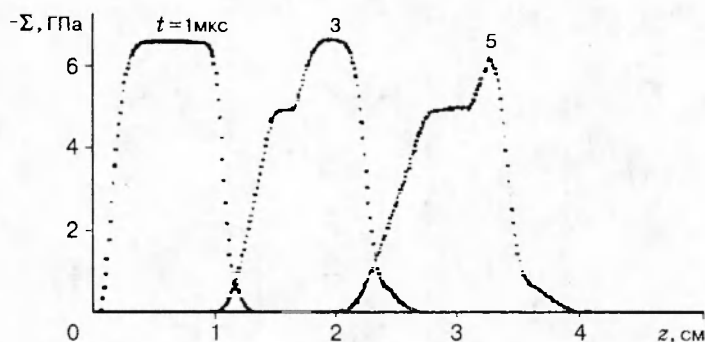


Рис. 3

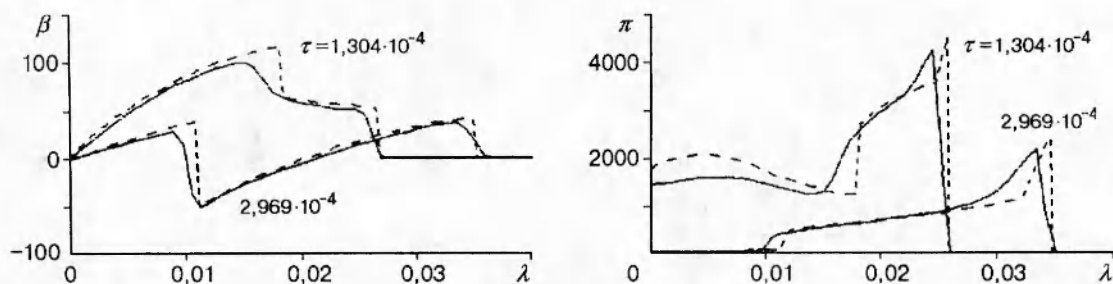


Рис. 4

Так как лагранжевы ячейки при моделировании сферической ударной волны сильно искажались, то производилась перестройка сетки, если хотя бы для одной ячейки отношение диагоналей отличалось от единицы на заданную величину.

На рис. 4 сравниваются зависимости  $\beta(\lambda)$  и  $\pi(\lambda)$  для различных моментов времени  $\tau$ , полученные по двумерной программе (сплошные линии) и одномерным расчетам [25] (штриховые).

Приведенные на рис. 5 изобары в гигапаскалях для момента времени  $\tau = 2,969 \cdot 10^{-4}$  свидетельствуют об удовлетворительном описании сферической симметрии.

Представленные здесь результаты по двумерному расчету расширения сферы горячего воздуха с высоким давлением демонстрируют применимость разработанного метода решения гидродинамических уравнений для описания пространственных распределений макроскопических параметров среды при наличии сильных деформаций.

В результате торможения частиц пучка происходит интенсивный нагрев среды и образование области высокого давления. Разгрузка сжатого вещества сопровождается распространением по объему мишени волны напряжения. Наибольший интерес для технологических целей представляет генерация волн напряжения в среде при облучении пучками электронов либо ионов с плотностью потока мощности  $\sim 10^7 \div 10^9$  Вт/см<sup>2</sup> и длительностью импульса  $\sim 10^{-7} \div 10^{-6}$  с.

Приведем некоторые результаты расчетов полей напряжения в твердотельной части мишени при воздействии потоков заряженных частиц. Расчеты проводились с использованием широкодиапазонных уравнений состояния [16].

На рис. 6 показаны профили напряжений в железной мишени толщиной 5 мм в различные моменты времени при облучении ее импульсным электронным пучком. Длительность импульса 100 нс, длительность переднего и заднего фронта импульсов тока и напряжения 10 нс, максимальная энергия электронов 0,5 МэВ, максимальная плотность тока 5 кА/см<sup>2</sup>.

На рис. 7 представлены профили напряжений в железной мишени толщиной 1 мм в разные моменты времени при облучении ее импульсным пучком протонов с максимальной

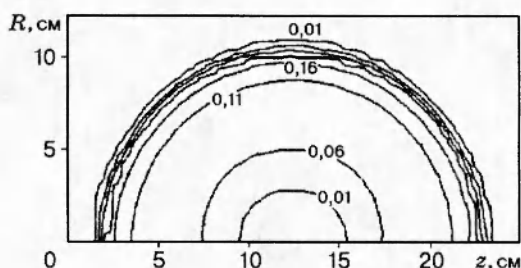


Рис. 5

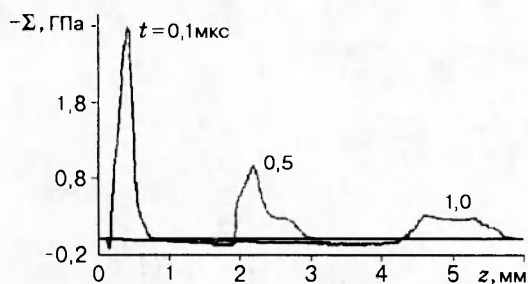


Рис. 6

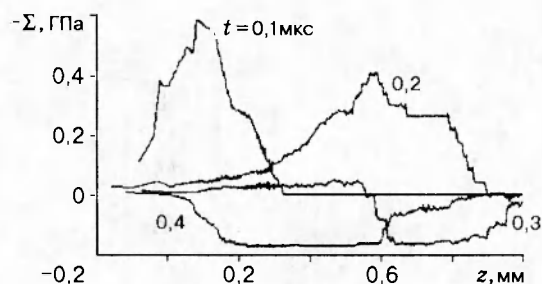


Рис. 7

энергией частиц в импульсе 0,5 МэВ и максимальной плотностью тока 0,25 кА/см<sup>2</sup>. Длительность и форма импульсов тока и напряжения те же, что и при электронном облучении.

Твердотельная часть мишени занимает область  $z > 0$ . В области  $z < 0$  разлетается образующаяся под действием пучка плазма, температура которой составляет при данных параметрах пучка  $3000 \div 6000$  К и массовая плотность меняется от тысячных долей плотности твердого тела на фронте факела до плотности твердого тела в конце зоны энерговыделения.

Хотя плотность электронного тока в 20 раз превышает плотность тока ионов, максимальное напряжение при электронном облучении превышает напряжение, возникающее при ионном облучении, лишь в 5 раз. Более интенсивная генерация волн напряжения при ионном облучении, чем при электронном, объясняется большими потерями энергии ионов в веществе в сравнении с потерями электронов [26].

Следует отметить, что получить приведенные на рис. 6, 7 результаты стандартными методами (например, методами макрочастиц или Уилкинса) нам не удалось, поскольку в данных типичных для технологических целей примерах облучаемая часть вещества находится в области фазовой диаграммы жидкость — пар и имеет на один-два порядка меньшую с исходной скорость звука, что приводит к неустойчивости решения из-за «выключения» искусственной вязкости.

Приведем результаты двумерного расчета воздействия мощного релятивистского электронного пучка на толстую алюминиевую мишень. Начальная толщина мишени 3 мм, радиус 6 мм, начальная температура 300 К. Энергия электронов 0,5 МэВ (пробег электронов с данной энергией в твердотельном алюминии составляет 0,83 мм), ток пучка 180 кА, длительность импульса облучения 100 нс, длительность переднего и заднего фронта 10 нс. Радиальное распределение тока пучка описывалось выражением  $j_b(r) \sim \exp[-(r/r_b)^2]$ . Здесь  $r_b = 1,5$  мм, что обеспечивает максимальную плотность тока  $\sim 2,5$  МА/см<sup>2</sup> и максимальную плотность мощности  $\sim 10^{12}$  Вт/см<sup>2</sup>. Область облучения ограничивалась радиусом 3 мм. Таким образом, параметры данного пучка приблизительно соответствовали эксперименту [1]. Более точное задание параметров требует знания изменения во времени размеров фокального пятна, чего в [1] не приводится.

При данных параметрах пучка скачок давления в зоне энерговыделения столь велик, что образующаяся ударная волна, распространяясь по объему мишени, вызывает ее нагрев и плавление.

На рис. 8 приводятся расчетная сетка (а), поле давления в мишени (б) и поле температур в килокаельвинах (в) в момент окончания облучения. К этому моменту времени объем облучаемой части вещества увеличился почти в 3 раза, максимальное давление в мишени составляет 160 ГПа, а максимальная температура среды достигает 270 000 К. Полученное здесь значение давления весьма близко к приведенному в [1].

На рис. 9 представлены те же, что и на рис. 8, распределения для момента време-

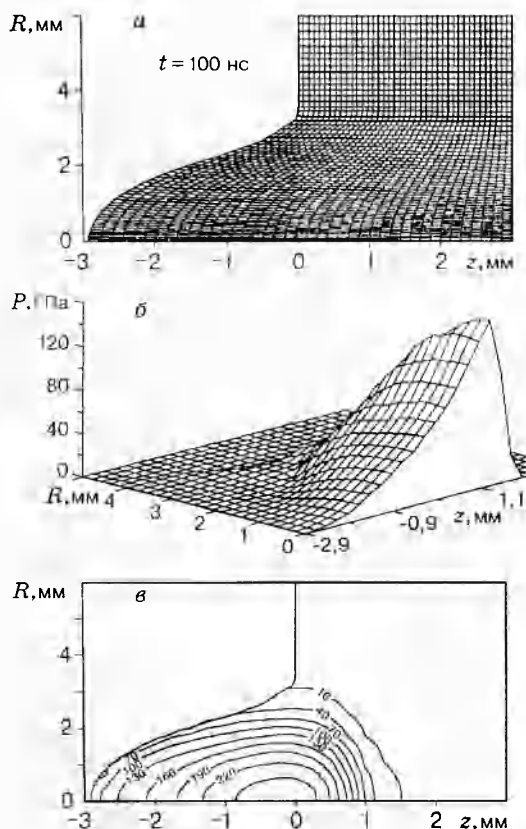


Рис. 8

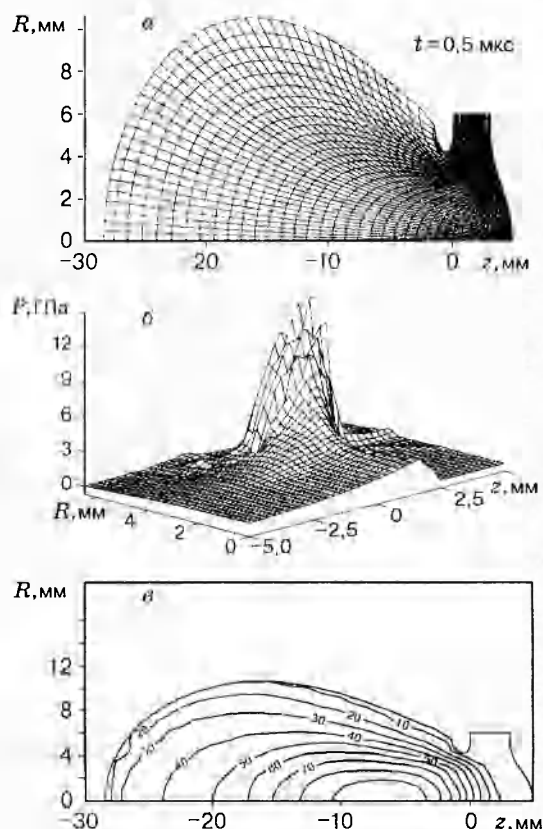


Рис. 9

ни 0,5 мкс. Из рис. 9,а видно, что область разрушения мишени значительно превышает область энерговыделения, которая определяется пробегом частиц в материале мишени и радиусом пучка. Выход ударной волны на свободную поверхность приводит к плавлению и истечению вещества из приосевой области и образованию в конечном итоге сквозного отверстия в мишени. Максимум давления находится в периферийной твердотельной части мишени (рис. 9,б), а поле давления представляет собой разбегающуюся в радиальном направлении волну. Максимальная температура среды, как видно из рис. 9,в, около  $10^5$  К. В приосевой области вблизи тыльной стороны мишени температура среды около 2000 К. Массовая плотность плазменного факела на его фронте менее 0,00001 исходной плотности вещества, т. е. в приведенном решении плотность вещества меняется более чем на пять порядков.

Следует отметить, что в данном примере объем мишени увеличился по сравнению с первоначальным более чем в 20 раз и процедура перестройки сетки осуществлялась многократно с помощью описанного в [27] метода генерации сетки.

Приведенные примеры демонстрируют высокую эффективность разработанного здесь метода решения уравнений механики сплошной среды, который позволяет проводить моделирование динамики вещества в самом широком диапазоне его термодинамических параметров, что является чрезвычайно важным при решении задач, связанных с воздействием концентрированных потоков энергии.

В заключение автор выражает благодарность В. М. Фомину за полезные замечания, В. В. Вальчуку за помощь в проведении расчетов.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Демидов Б. А., Ивкин М. В., Петров В. А., Углов В. С. Возбуждение ударных волн в толстых мишенях сильноточным РЭП // ЖТФ. 1980. Т. 50. № 10. С. 2205–2209.
2. Углов В. С., Абрамов П. П., Гуреев К. Г., Филиппов Н. В. Влияние импульсного давления, создаваемого мощным электронным пучком на структуру и свойства некоторых материалов // Физика и химия обработки материалов. 1977. № 6. С. 144–147.
3. Демидов Б. А., Ивкин М. В., Обухов В. В., Тимощук Ю. Ф. Динамические характеристики взаимодействия мощных РЭП с толстыми анодами // ЖТФ. 1980. Т. 50, № 10. С. 2209–2214.
4. Chistjakov S. A., Pogrebnyak A. D., Remnev G. E. Dynamical processes and changes in metal structure induced high power ion beams // Nucl. Instr. and Meth. 1989. V. 42. P. 342–345.
5. Мелькер А. И., Токмаков И. Л. Разрушение твердых тел при облучении электронами // Физика и химия обработки материалов. 1977. № 5. С. 62–68.
6. Лешкевич С. Л., Скворцов В. А., Фортвов В. Е. Динамика разрушения металлической пластины короткоимпульсным ионным пучком. М., 1988. (Препр. / ИВТАН: № 6-24).
7. Халиков С. В., Шеломенцева Л. В., Яловец А. П. Численное моделирование взаимодействия интенсивных пучков заряженных частиц с твердотельными мишенями. М., 1989. Деп. в ВИНТИ 12.12.89, № 7366-В89.
8. Белоцерковский О. М., Давыдов Ю. М. Метод крупных частиц в газовой динамике. М.: Наука, 1982.
9. Аккерман А. Ф., Бушман А. В., Демидов Б. А. и др. Исследование динамики ударных волн, возбуждаемых сильноточным релятивистским электронным пучком в алюминиевых мишенях // ЖЭТФ. 1985. Т. 89, вып. 3(9). С. 852–860.
10. Аккерман А. Ф., Демидов Б. А., Ни А. Л., Рудаков Л. И., Фортвов В. Е. Применение сильноточных релятивистских пучков в динамической физике высоких температур и давлений. Черногловка, 1986. (Препр. / Отд-ние ин-та химической физики АН СССР).
11. Годунов С. К., Забродин А. В., Иванов М. Я. и др. Численное решение многомерных задач газовой динамики. М.: Наука, 1976.
12. Вальчук В. В., Халиков С. В., Яловец А. П. Моделирование воздействия интенсивных потоков заряженных частиц на слоистые мишени // Мат. моделирование. 1992. Т. 4, № 10. С. 111–123.
13. Уилкинс М. Л. Расчет упругопластических течений // Вычислительные методы в гидродинамике / Под ред. Б. Олдера, С. Фернбаха, М. Ротенберга. М.: Мир, 1967.
14. Кольчужкин А. М., Учайкин В. В. Введение в теорию прохождения частиц через вещество. М.: Атомиздат, 1978.
15. Бушман А. В., Ни А. Л., Фортвов В. Е. Широкодиапазонные уравнения состояния металлов и гидродинамические расчеты ударно-волновых процессов // Уравнения состояния в экстремальных условиях. Новосибирск: ИТПМ СО АН СССР, 1983. С. 3–11.
16. Колгатин С. Н., Хачатурьянец А. В. Интерполяционные уравнения состояния металлов // ТВТ. 1982. Т. 20, № 3. С. 90–94.
17. Кононов Б. А., Степанов Ю. М., Яловец А. П. Перенос быстрых электронов в слоистых материалах // Атомная энергия. 1977. Т. 42. С. 326–328.
18. Яловец А. П. Метод расчета переноса быстрых электронов в веществе в цилиндрической геометрии. М., 1983. Деп. ВИНТИ 05.04.83, № 1726-83.
19. Spencer L. V. Theory of electron penetration // Phys. Rev. 1955. V. 98, N 6. P. 1597.

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_