

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СОВМЕСТНЫХ ПРОЦЕССОВ ГОРЕНИЯ КОКСА И РАЗЛОЖЕНИЯ ИЗВЕСТНЯКА В ПЕЧИ

В. Ш. Шагапов^{1,2}, М. В. Буркин²

¹Институт механики УНЦ РАН, 45054 Уфа

²Стерлитамакский государственный педагогический институт, 453103 Стерлитамак
max_wbw@fromru.com

Представлена одномерная математическая модель процесса обжига известняка и горения кокса в реакторе с учетом кинетики физико-химических превращений. Модель позволяет получить распределения состава газовой фазы, температур твердой и газообразной фаз, массовых расходов по длине печи в зависимости от интенсивности подачи в печь воздуха, сырья и топлива, их начальной температуры, а также дисперсности кокса и известняка.

Ключевые слова: шихта, горение кокса, печь, разложение известняка, теплообмен, многофазная система.

ВВЕДЕНИЕ

Печь для обжига известняка представляет собой (рис. 1) осесимметричный канал переменного сечения. С верхнего сечения, которое будем называть входом, печь непрерывно загружается шихтой — смесью из частиц известняка и кокса, снизу подается воздух в количестве, достаточном для полного выгорания углерода. В верхней части печи шихта, опускаясь, прогревается газом, движущимся из зоны горения. При этом известняк разлагается на негашеную известь с выделением углекислого газа, а кокс вступает в реакцию горения. После выгорания топлива шихта в нижней части охлаждается воздухом, поступающим снизу.

Обжиг известняка, как и функционирование большинства химических реакторов, представляет собой совокупность взаимосвязанных

тепловых, химических и гидродинамических процессов. Реакции горения и разложения известняка, сопровождаемые обильным газыделением, в значительной мере определяют скорость газовых потоков. Последнее, в свою очередь, кардинально влияет на интенсивность тепло- и массообмена между составляющими многофазной системы и тем самым на скорость химических превращений. Поэтому математическое описание рассматриваемых процессов требует совместного учета всех отмеченных явлений в рамках уравнений механики гетерогенных систем [1].

Некоторые аспекты теоретических основ печей обжига, работающих по принципу противотока, представлены в монографиях [2–5]. В частности, в [2–4] качественно описаны распределения температур и концентраций в газовой фазе по высоте печей, используемых для обжига известняка. Эти данные хорошо согласуются с результатами настоящей работы. Более полные и детальные опытные данные по конкретным режимам функционирования печей в доступных нам литературных источниках найти не удалось.

Настоящая работа является развитием теории, представленной в [6]. В частности, здесь учтено внутрипоровое горение кокса, а также лучистая составляющая тепла из зоны активного горения печи, что позволило более точно описать распределение температуры газа в действующих печах.

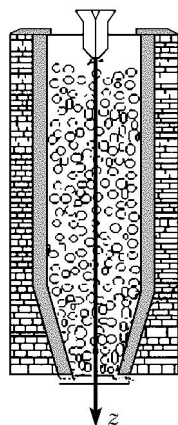
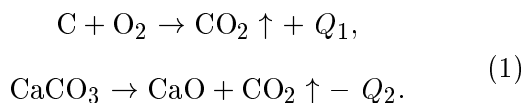


Рис. 1. Схема печи

ОСНОВНЫЕ ДОПУЩЕНИЯ

Рассмотрим установившийся режим работы печи. Будем полагать, что частицы твердой фазы — известняк и кокс — представляют собой шарики радиусами a_l и a_c соответственно.

Процесс горения кокса и разложения известняка представим в виде следующих химических реакций:



Считаем, что воздух подается в количестве, достаточном для выгорания углерода до углекислого газа. Предполагается газофазный режим горения. При этом интенсивность процесса горения кокса определяется диффузией кислорода к реагирующей зоне, а также кинетикой реакции окисления на внешней поверхности и стенках пор топлива. Считается также, что кокс и известняк не содержат примесей.

Полагаем, что температуры и концентрации каждой составляющей по сечению канала одинаковы. Ось z направим по оси канала вниз. Давление газа в печи считаем постоянным. Частицы кокса и известняка опускаются с одинаковыми скоростями, т. е. $v_c = v_l = v_s$. Спеканием и дроблением частиц пренебрегаем. Полагаем, что частицы известняка, разлагаясь на негашеную известь и диоксид углерода, сохраняют свою форму. Тогда уравнения сохранения их количества записываются в виде

$$\frac{d}{dz}(Sn_c v_s) = 0, \quad \frac{d}{dz}(Sn_l v_s) = 0, \quad S = \pi R^2. \quad (2)$$

Здесь и далее нижние индексы c , l и g относятся к параметрам кокса, известняка и газа, n_i ($i = c, l$) — число частиц кокса и известняка в единице объема, R и S — радиус и площадь сечения печи.

УРАВНЕНИЯ БАЛАНСА МАССЫ

Уравнения сохранения масс кокса, известняка и негашеной извести имеют вид:

$$\begin{aligned} \frac{dm_c}{dz} &= -J_c, \quad \frac{dm_{l(1)}}{dz} = -J_{l(1)}, \quad \frac{dm_{l(2)}}{dz} = J_{l(2)}, \\ m_{l(1)} &= S\alpha_{l(1)}\rho_{l(1)}v_s, \quad m_{l(2)} = S\alpha_{l(2)}\rho_{l(2)}v_s, \end{aligned} \quad (3)$$

$$m_c = S\alpha_c\rho_c v_s(1 - \varphi),$$

где m_c , $m_{l(1)}$, $m_{l(2)}$, ρ_c , $\rho_{l(1)}$, $\rho_{l(2)}$, α_c , $\alpha_{l(1)}$, $\alpha_{l(2)}$ — массовые расходы, истинные плотности, объемные содержания кокса, известняка и негашеной извести соответственно; J_c , $J_{l(1)}$, $J_{l(2)}$ — интенсивности выгорания углерода, разложения известняка и образования негашеной извести, отнесенные к единице длины канала; φ — пористость кокса.

Для описания внутрипорового горения примем следующие схемы и допущения. Поры представляют собой сообщающиеся сферические полости одинакового радиуса. При выгорании их геометрия не нарушается, следовательно,

$$\varphi = \frac{4}{3}\pi a_p^3 n_p,$$

где a_p — радиус пор, n_p — число пор в единице объема, которое будем считать постоянным. Тогда для числа пор можно записать выражение через начальные пористость φ_0 и радиус пор a_{p0} :

$$n_p = \frac{3\varphi_0}{4\pi a_{p0}^3}.$$

Газовая фаза состоит из трех компонентов: кислорода, диоксида углерода и азота, не участвующего в химических реакциях. Массовая доля газа, попадающего в поры частиц кокса, ничтожно мала, поэтому в уравнениях баланса масс ею можно пренебречь. Пусть массовые концентрации отмеченных компонентов равны соответственно $k_{g(1)}$, $k_{g(2)}$, $k_{g(3)}$. Учитывая, что массовый расход газа направлен вверх, уравнения сохранения масс компонентов газовой фазы запишем в виде

$$\begin{aligned} \frac{dm_{g(1)}}{dz} &= J_{g(1)}, \quad \frac{dm_{g(2)}}{dz} = -J_{g(g,2)} - J_{g(l,2)}, \\ \frac{dm_{g(3)}}{dz} &= 0, \quad m_{g(i)} = m_g k_{g(i)}, \end{aligned} \quad (4)$$

$$m_g = S\rho_g\alpha_g v_g, \quad k_{g(1)} + k_{g(2)} + k_{g(3)} = 1.$$

Здесь m_g и $m_{g(i)}$ ($i = 1, 2, 3$) — массовые расходы через сечение печи газовой фазы в целом и отдельных ее компонентов соответственно; $J_{g(1)}$ — интенсивность потребления кислорода при горении кокса; $J_{g(g,2)}$, $J_{g(l,2)}$ — интенсивности образования диоксида углерода за счет горения кокса и разложения известняка соответственно. Суммируя уравнения (4), получим

уравнение сохранения массы для газовой фазы в целом:

$$\frac{dm_g}{dz} = J_{g(1)} - J_{g(g,2)} - J_{g(l,2)}. \quad (5)$$

Из условий стехиометрии для химических реакций (1) следуют зависимости между параметрами, описывающими интенсивности химических превращений:

$$\frac{J_c}{\mu_c} = \frac{J_{g(1)}}{\mu_{g(1)}} = \frac{J_{g(g,2)}}{\mu_{g(2)}}, \quad \frac{J_{l(1)}}{\mu_{l(1)}} = \frac{J_{l(2)}}{\mu_{l(2)}} = \frac{J_{g(l,2)}}{\mu_{g(2)}}, \quad (6)$$

$$\mu_{g(2)} = \mu_{g(1)} + \mu_c, \quad \mu_{l(1)} = \mu_{l(2)} + \mu_{g(2)},$$

где μ_c , $\mu_{g(i)}$, $\mu_{l(j)}$ — молекулярные массы углерода, кислорода ($i = 1$) и диоксида углерода ($i = 2$), известняка ($j = 1$) и негашеной извести ($j = 2$). Отсюда получаем

$$J_c = \frac{\mu_c}{\mu_{g(1)}} J_{g(1)}, \quad J_{g(g,2)} = \frac{\mu_{g(2)}}{\mu_{g(1)}} J_{g(1)}, \quad (7)$$

$$J_{l(2)} = \frac{\mu_{l(2)}}{\mu_{l(1)}} J_{l(1)}, \quad J_{g(l,2)} = \frac{\mu_{g(2)}}{\mu_{l(1)}} J_{l(1)}.$$

Известными параметрами при эксплуатации печи являются расходы кокса m_{c0} и известняка $m_{l(1)0} = m_{l0}$ на входе ($z = 0$) в печь, а также расход воздуха m_{ge} и его состав, определяемый концентрациями компонентов $k_{g(i)e}$ ($i = 1, 2, 3$) на выходе $z = z_e$. Если принять, что в печи происходят полное разложение известняка ($m_{l(1)e} = 0$), выгорание кокса ($m_{ce} = 0$), полное расходование кислорода ($m_{g(1)0} = 0$), и, кроме того, пренебречь содержанием диоксида углерода ($m_{g(21)e} = 0$) в подаваемом в печь воздухе, то получим

$$m_{c0} + m_{l(1)0} + m_{l(2)0} - m_{g(2)0} = m_{l(2)e} - m_{g(2)e}, \quad (8)$$

$$\frac{m_{c0}}{\mu_c} = \frac{m_{l(1)e}}{\mu_{l(1)}}, \quad \frac{m_{l(1)0}}{\mu_{l(1)}} = \frac{m_{l(2)e}}{\mu_{l(2)}}.$$

Приведенные выше уравнения необходимо дополнить следующими соотношениями:

$$\alpha_s + \alpha_g = 1, \quad \alpha_s = \alpha_c + \alpha_l, \quad \alpha_l = \alpha_{l(1)} + \alpha_{l(2)}, \quad (9)$$

$$\alpha_c = \frac{4}{3} \pi a_c^3 n_c, \quad \alpha_l = \frac{4}{3} \pi a_{l0}^3 n_l, \quad \alpha_{l(1)} = \frac{4}{3} \pi a_{l1}^3 n_{l1}.$$

В случае одинакового радиуса частиц твердой фазы объемное содержание составляет $\alpha_s = \alpha_b = 0.64$ [1]. Для другой предельной ситуации, когда радиус частиц кокса значительно меньше радиуса частиц известняка, можно принять, что насыпная плотность известняка удовлетворяет условию $\alpha_l = \alpha_b = 0.64$.

Давление газа в печи будем считать постоянным. Уравнение состояния газовой смеси имеет вид

$$P = \rho_g R_g T_g, \quad (10)$$

$$R_g = R_{g(1)} k_{g(1)} + R_{g(2)} k_{g(2)} + R_{g(3)} k_{g(3)},$$

где $R_{g(i)}$ ($i = 1, 2, 3$) — газовые постоянные компонентов.

УРАВНЕНИЯ ЭНЕРГИИ

Общая высота печи составляет $15 \div 20$ м, максимальный перепад температур ≈ 1000 К, поэтому на большей части печи перенос тепла вдоль оси происходит за счет конвекции. Теплопроводность и излучение могут оказывать существенное влияние лишь в зоне активного горения, где наблюдаются высокие температуры (до 1500 К) и резкое ее изменение. Причем, как показывает сравнение тепловых потоков в зоне активного горения, основная доля тепла переносится за счет теплового излучения в газовой фазе. Поэтому, помимо конвективного переноса тепла, будем учитывать лишь эту часть потока энергии. Для этого аналогично [7, 8] введем эффективную теплопроводность. Тогда уравнение теплового баланса для потока в целом запишется в виде

$$\frac{d}{dz} (m_c c_c T_c) + \frac{d}{dz} ((m_{l(1)} c_{l(1)} + m_{l(2)} c_{l(2)}) T_l) - \frac{d}{dz} (m_g c_g T_g) + \frac{d}{dz} \left(S \alpha_g \lambda^{(eff)} \frac{dT_g}{dz} \right) = \quad (11)$$

$$J_c l_c - J_{l(1)} l_l,$$

$$\lambda^{(eff)} = \lambda_g + \frac{16}{3} \sigma a^{(eff)} T_g^3,$$

где T_i ($i = c, g, l$) — температуры составляющих; c_i — удельные теплоемкости компонентов ($i = c, l(1), l(2), g$); l_c, l_l — удельные теплоты сгорания топлива и разложения известняка

соответственно; $\lambda^{(eff)}$ — коэффициент эффективной продольной теплопроводности; σ — постоянная Стефана — Больцмана; $a^{(eff)}$ — эффективный пробег излучения, равный в данном случае размеру частиц; λ_g — коэффициент молекулярной теплопроводности.

Для более детального описания горения будем полагать, что процесс выгорания частицы происходит вблизи ее внешней поверхности, а также внутри пор. В соответствии с этим допущением интенсивности выгорания кокса и потребления кислорода представим в виде

$$J_c = J_c^{(e)} + J_c^{(i)}, \quad J_{g(1)} = J_{g(1)}^{(e)} + J_{g(1)}^{(i)} \quad (12)$$

$$\left(J_c^{(e)} = \frac{\mu_c}{\mu_{g(1)}} J_{g(1)}^{(e)}, \quad J_c^{(i)} = \frac{\mu_c}{\mu_{g(1)}} J_{g(1)}^{(i)} \right).$$

Здесь и далее верхние индексы (e) и (i) соответствуют внешнему и внутривещному горению. Кроме того, положим, что тепловыделение от приповерхностного горения происходит в газовой фазе, а тепловыделение при внутривещном горении тратится на нагрев частицы кокса. Тогда уравнения притока тепла к частицам кокса и известняка имеют вид

$$m_c c_c \frac{dT_c}{dz} = Q_{gc} + \frac{\mu_c}{\mu_{g(1)}} J_{g(1)}^{(i)} l_c, \quad (13)$$

$$(m_{l(1)} c_{l(1)} + m_{l(2)} c_{l(2)}) \frac{dT_l}{dz} = Q_{gl} - J_{l(1)} l_l,$$

где Q_{gc} и Q_{gl} — интенсивности теплопередачи к коксу и известняку газовой фазы, отнесенные к единице длины канала.

Уравнение теплового баланса для всего потока в целом (11) с учетом уравнений масс может быть проинтегрировано. На основе этого интеграла теплового баланса, полагая, что при прохождении шихты через печь происходят полное выгорание кокса и разложение известняка, получим уравнение, связывающее температуры T_{c0} , T_{l0} , T_{g0} на входе и T_{le} , T_{ge} на выходе печи в зависимости от ее производительности m_{l0} и расхода кокса m_{c0} :

$$\begin{aligned} m_{g0} c_{g0} T_{g0} - m_{l0} c_{l(1)} T_{l0} - m_{c0} c_{c0} T_{c0} + \\ + m_{l0} l_{l(1)} - m_{c0} l_c - S \left(\lambda^{(eff)} \frac{dT_g}{dz} \right)_0 = \\ = m_{ge} c_{ge} T_{ge} - m_{l(2)e} c_{l(2)} T_{le} - S \left(\lambda^{(eff)} \frac{dT_g}{dz} \right)_e. \end{aligned} \quad (14)$$

Если пренебречь затратами тепла на прогрев и кондуктивный поток тепла, то из этого уравнения получим выражение для минимального расхода кокса, обеспечивающего полное разложение известняка:

$$m_{c0} = \frac{m_{l0} l_l}{l_c}. \quad (15)$$

МЕЖФАЗНЫЙ ТЕПЛО- И МАССООБМЕН И КИНЕТИКА ХИМИЧЕСКИХ ПРЕВРАЩЕНИЙ

Интенсивности теплообмена, отнесенные к длине печи, представим в виде

$$Q_{gc} = S n_c q_{gc}, \quad Q_{gl} = S n_l q_{gl}, \quad (16)$$

где q_{gc} и q_{gl} — интенсивности теплообмена, отнесенные к одной частице, которые в свою очередь записываются в следующем виде [1]:

$$q_{gc} = 2\pi a_c \beta_c (T_g - T_c), \quad q_{gl} = 2\pi a_l \beta_l (T_g - T_l),$$

$$\frac{1}{\beta_c} = \frac{1}{\lambda_g \text{Nu}_{gc}} + \frac{1}{\lambda_c \text{Nu}_c},$$

$$\frac{1}{\beta_l} = \frac{1}{\lambda_g \text{Nu}_{gl}} + \frac{1}{\lambda_l \text{Nu}_l}, \quad (17)$$

$$\text{Nu}_c = \text{Nu}_l = 10, \quad \text{Nu}_{gc} = 2 + 0.65 \sqrt{\text{Pe}_{gc}},$$

$$\text{Nu}_{gl} = 2 + 0.65 \sqrt{\text{Pe}_{gl}}, \quad \text{Pe}_{gc} = \frac{2a_c v_g}{\chi_g},$$

$$\text{Pe}_{gl} = \frac{2a_l v_g}{\chi_g}, \quad \chi_g = \frac{\lambda_g}{\rho_g c_g}.$$

Здесь b , λ , χ — коэффициенты межфазного теплообмена, теплопроводности, температуропроводности, Nu , Pe — числа Нуссельта и Пекле. Отметим, что коэффициенты теплообмена в (17) записаны с учетом теплового сопротивления газовой фазы, частиц кокса и известняка.

Аналогично предыдущему параметры, определяющие скорость химических превращений, представим в виде

$$J_{g(1)} = S n_c j_{g(1)}, \quad J_{l(1)} = S n_l j_{l(1)}, \quad (18)$$

где $j_{g(1)}$ — интенсивность потребления кислорода, отнесенная к одной частице горящего кокса, $j_{l(1)}$ — интенсивность разложения известняка, отнесенная к одной частице известняка.

Процесс горения происходит в диффузионно-кинетическом режиме [9–12]. Поэтому интенсивность потребления кислорода определяется диффузией к поверхности частицы кокса. Следовательно,

$$j_{g(1)} = 4\pi a_c^2 \rho_g D_g \text{Sh}_g \frac{k_{g(1)} - k_{g(1)}^{(e)}}{2a_c}, \quad (19)$$

$$\text{Sh}_g = 2 + 0.65 \sqrt{\text{Pe}_{gc}},$$

где Sh — число Шервуда, $k_{g(1)}^{(e)}$ — концентрация кислорода на поверхности частиц кокса.

Окисление происходит вблизи внешней поверхности частиц кокса, а также в порах внутри частиц. В процессе горения не только изменяется радиус частиц кокса, но и увеличивается их пористость (они становятся более рыхлыми). Окислитель, поступающий к частице кокса, частично тратится на поверхностное горение, а частично — на внутрипоровое, и тогда в соответствии с (12) интенсивность потребления кислорода можно записать в виде

$$j_{g(1)} = j_{g(1)}^{(e)} + j_{g(1)}^{(i)}. \quad (20)$$

При этом для интенсивности горения на поверхности примем

$$j_{g(1)}^{(e)} = 4\pi \rho_g a_c^2 K_g^{(e)} k_{g(1)}^{(e)}, \quad (21)$$

$$K_g^{(e)} = K_{c0} \exp\left(-\frac{E_c}{RT_{gc}}\right),$$

где R — универсальная газовая постоянная, E_c — энергия активации, K_{c0} — константа скорости химической реакции, T_{gc} — температура, определяемая из выражения

$$T_{gc} = \frac{\lambda_g \text{Nu}_{gc} T_g + \lambda_c \text{Nu}_c T_c}{\lambda_g \text{Nu}_{gc} + \lambda_c \text{Nu}_c}, \quad (22)$$

следующего из условия баланса тепла на поверхности частицы кокса. Для интенсивности внутрипорового горения запишем

$$j_{g(1)}^{(i)} = \frac{4}{3} \pi \rho_g a_c^3 \xi_p K_c^{(i)} k_{g(1)}^{(i)}, \quad \xi_p = 4\pi a_p^2 n_p, \quad (23)$$

$$K_c^{(i)} = K_{c0} \exp\left(-\frac{E_c}{RT_c}\right),$$

где $k_{g(1)}^{(i)}$ — среднемассовая концентрация кислорода в порах внутри частиц кокса, ξ — удельная поверхность пор, $K_c^{(i)}$ — интенсивность потребления кислорода на единицу площади поверхности пор, которая лимитируется кинетикой окисления. С другой стороны, интенсивность внутрипорового горения должна обеспечиваться диффузией кислорода внутрь частицы кокса:

$$j_{g(1)}^{(i)} = 4\pi a_c^2 \varphi \rho_g D_g \text{Sh}_c \frac{k_{g(1)}^{(e)} - k_{g(1)}^{(i)}}{2a_c}. \quad (24)$$

Исключая $k_{g(1)}^{(i)}$ из (23) и (24), получаем

$$j_{g(1)}^{(i)} = 2\pi a_c \varphi \rho_g \gamma^{(i)} D_g \text{Sh}_c k_{g(1)}^{(e)}, \quad (25)$$

$$\gamma^{(i)} = \frac{8\pi a_c^2 a_p^2 n K_c^{(i)}}{3D_g \varphi \text{Sh}_c + 8\pi a_c^2 a_p^2 n K_c^{(i)}}.$$

Используя (19), (21) и (25), на основе (20) имеем

$$k_{g(1)}^{(e)} = k_{g(1)} \frac{D_g \text{Sh}_g}{D_g \text{Sh}_g + 2a_c K_g^{(e)} + \gamma^{(e)} D_g \text{Sh}_c \varphi}, \quad (26)$$

$$\gamma^{(e)} = \frac{2a_c^2 \xi_p K_c^{(i)}}{3\varphi D_g \text{Sh}_c + 2a_c^2 \xi_p K_c^{(i)}}.$$

Подставив это выражение в (19), получим выражение для интенсивности потребления кислорода с учетом внутрипорового горения:

$$j_{g(1)} = 2\pi a_c \rho_g \gamma D_g \text{Sh}_g k_{g(1)}, \quad (27)$$

$$\gamma = \frac{2a_c K_g^{(e)} + \gamma^{(e)} D_g \text{Sh}_c \varphi}{D_g \text{Sh}_g + 2a_c K_g^{(e)} + \gamma^{(e)} D_g \text{Sh}_c \varphi}.$$

Приведенные безразмерные комплексы $\gamma^{(i)}$, $\gamma^{(e)}$ и γ ($\gamma^{(i)}$, $\gamma^{(e)}$, $\gamma < 1$) представляют собой поправочные коэффициенты, связанные с реакцией окисления (если бы горение углерода происходило чисто в диффузионном режиме ($K_c^{(i)}$, $K_g^{(e)} \rightarrow \infty$), эти коэффициенты были бы равны единице).

Из условия сохранения массы при внутрипоровом горении с учетом условия стехиометрии для изменения радиуса пор можно записать

$$\rho_c v_c \frac{da_p}{dz} = \frac{\mu_c}{\mu_{g(1)}} \rho_g K_c^{(i)} k_{g(1)}^{(i)}. \quad (28)$$

Отметим, что приведенная схема описания горения частиц кокса представляет собой модернизированную гипотезу равнодоступной поверхности [10], согласно которой интенсивность реакции определяется только через среднюю концентрацию окислителя в газовой фазе.

Для процесса разложения известняка примем [2–4] следующую кинетику:

$$j_{l(1)} = 4\pi a_{l(1)}^2 \rho_{l(1)}^0 K_l, \quad (29)$$

$$K_l = K_{l0} \exp\left(-\frac{E_l}{RT_l}\right),$$

где K_{l0} , E_l — эмпирические константы для термической диссоциации известняка.

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ СИСТЕМЫ

Из уравнений энергии (11) и (13) нетрудно получить:

$$\begin{aligned} \frac{dT_c}{dz} &= \frac{Q_{gc} + \frac{\mu_c}{\mu_{g(1)}} J_{g(1)}^{(i)} l_c}{m_c c_c}, \\ \frac{dT_l}{dz} &= \frac{Q_{gl} - J_{l(1)} l_l}{m_{l(1)} c_{l(1)} + m_{l(2)} c_{l(2)}}, \\ \frac{dT_g}{dz} &= \frac{1}{S\alpha_g \lambda^{(eff)}} [m_c c_c T_c + (m_{l(1)} c_{l(1)} + \\ &+ m_{l(2)} c_{l(2)}) T_l - m_g c_g T_g + m_c l_c - m_{l(1)} l_l] - \\ &- \frac{1}{S\alpha_g \lambda^{(eff)}} [m_{c0} c_c T_{c0} + m_{l(1)0} c_{l(1)} T_{l1} - m_{g0} c_g T_{g0} + \\ &+ m_{c0} l_c - m_{l(1)0} l_l] + \frac{\alpha_{g0} \lambda_0^{(eff)}}{\alpha_g \lambda^{(eff)}} \left(\frac{dT_g}{dz}\right)_0. \end{aligned} \quad (30)$$

Поскольку в математической модели учитывается теплопроводность газа, то для его температуры необходимо ставить два граничных условия. Одним из них является градиент температурного поля газа (значение

$(dT_g/dz)_0$). Оценки показывают, что вблизи верхнего сечения печи ($z = 0$) продольной теплопроводностью по сравнению с конвективным переносом тепла можно пренебречь (большие числа Пекле). Кроме того, если пренебречь горением кокса и разложением известняка, то для этого сечения на основе уравнений (11), (13) можно записать

$$\begin{aligned} \left(\frac{dT_g}{dz}\right)_0 &= \\ &= \frac{1}{m_g c_g} \left(m_c c_c \frac{dT_c}{dz} + m_{l(1)} c_{l(1)} \frac{dT_l}{dz} \right)_0 = \\ &= \left(\frac{Q_{gc} + Q_{gl}}{m_g c_g} \right)_0. \end{aligned} \quad (31)$$

Градиент температуры, определяемый согласно (31), можно рассматривать как максимально возможное его значение. Однако отметим, что «дефект» температуры ΔT ($\Delta T = S\alpha_g \lambda^{(eff)} (dT_g/dz)_0 / m_g c_g$), обусловленный пренебрежением теплопроводностью вблизи входа, не превышает 1 К.

Уравнение для изменения радиуса пор можно представить в виде

$$\frac{da_p}{dz} = \frac{1}{v_c} \frac{\rho_g}{\rho_c} \frac{\mu_c}{\mu_{g(1)}} k_{g(1)}^{(i)} K_c. \quad (32)$$

На основе уравнений сохранения масс (3)–(6) запишем:

$$\begin{aligned} \frac{dm_g}{dz} &= J_{g(1)} \left(1 - \frac{\mu_{g(2)}}{\mu_{g(1)}} \right) - J_{l(1)} \frac{\mu_{g(2)}}{\mu_{g(1)}}, \\ \frac{dm_c}{dz} &= -J_{g(1)} \frac{\mu_c}{\mu_{g(1)}}, \quad \frac{dm_{l(1)}}{dz} = -J_{l(1)}, \\ \frac{dm_{l(2)}}{dz} &= -J_{l(1)} \frac{\mu_{l(2)}}{\mu_{l(1)}}, \\ \frac{dk_{g(1)}}{dz} &= \left(J_{g(1)} - k_{g(1)} \frac{dm_g}{dz} \right) / m_g, \\ \frac{dk_{g(3)}}{dz} &= -\frac{k_{g(3)}}{m_g} \frac{dm_g}{dz}. \end{aligned} \quad (33)$$

При этом для других параметров, входящих в правые части уравнений (30) и (33), получим выражения

$$\begin{aligned}
\frac{a_c}{a_{c0}} &= \left(\frac{(1-\varphi)m_c}{(1-\varphi_0)m_{c0}} \right)^{1/3}, \\
\varphi &= \varphi_0 \left(\frac{a_p}{a_{p0}} \right)^3, \quad \frac{a_{l(1)}}{a_{l(1)0}} = \left(\frac{m_{l(1)}}{m_{l0}} \right)^{1/3}, \\
v_s &= \frac{1}{\alpha_s S} \left(\frac{m_c}{\rho_c} + \frac{m_{l(1)}}{\rho_{l(1)}} + \frac{m_{l(2)}}{\rho_{l(2)}} \right), \\
n_c &= \frac{m_{c0}}{\frac{4}{3}\pi a_{c0}^3 \rho_c S v_s}, \quad n_l = \frac{m_{l0}}{\frac{4}{3}\pi a_{l0}^3 \rho_{l(1)} S v_s}, \\
v_g &= \frac{m_g}{\rho_g \alpha_g S}, \quad \rho_g = \frac{P}{RT_g},
\end{aligned} \tag{34}$$

$$\alpha_g = 1 - \alpha_s, \quad k_{g(2)} = 1 - k_{g(1)} - k_{g(3)},$$

которые следуют из уравнений сохранения количества частиц (2), масс (3), (4) и из зависимостей (9) с учетом соотношений (16)–(29).

Определение термохимических и гидродинамических характеристик в печи по известным параметрам во входном ($z = 0$) и выходном ($z = z_e$) сечениях представляет собой краевую задачу для системы обыкновенных дифференциальных уравнений (30)–(33). Запишем краевые условия на входе и выходе печи, определяющие режим ее эксплуатации:

$$\begin{aligned}
z = 0: \quad T_c &= T_{c0}, \quad T_l = T_{l0}, \quad m_c = m_{c0}, \\
m_{l(1)} &= m_{l(1)0} = m_{l0}, \quad m_{l(2)} = 0, \\
a_p &= a_{p0}, \quad \varphi = \varphi_0, \\
z = z_e: \quad T_g &= T_{ge}, \quad m_g = m_{ge}, \\
k_{g(1)} &= k_{g(1)e}, \quad k_{g(3)} = k_{g(3)e}.
\end{aligned} \tag{35}$$

В предположении, что в печи происходит полное выгорание кокса и полное разложение извести, граничные условия для массового расхода газа и его состава можно перенести на входное сечение ($z = 0$), добавляя к (35) дополнительные условия

$$\begin{aligned}
m_g &= m_{g0}, \quad k_{g(1)} = k_{g(1)0} = 0, \\
k_{g(3)} &= k_{g(3)0} \quad (k_{g(2)} = 1 - k_{g(3)0}).
\end{aligned} \tag{36}$$

Наряду с условием $T_g = T_{ge}$ на выходном сечении ($z = z_e$), как было отмечено выше, необходимо выполнение еще одного граничного условия для кондуктивного теплового потока в газовой фазе. Примем, что в верхнем сечении этот поток вычисляется на фоне градиента температуры, определяемого из выражения

(31). Краевые задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений, как правило, решаются прогонкой. В данном случае (с одним краевым условием на выходе) можно и удобнее решать методом пристрелки по входной температуре газа $T_g = T_{g0}$, суть которого заключается в следующем. При $z = 0$ кроме условий (35) выбирается произвольное значение $T_g = T_{g0}^*$ и решается задача Коши. Подбор значений T_{g0}^* продолжается до тех пор, пока температура газа T_{g0}^* на выходе из печи не будет согласовываться с температурой T_{ge} с заданной точностью.

РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННЫХ РАСЧЕТОВ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

На рис. 2–7 представлены распределения температур, концентраций и гидродинамических параметров по высоте цилиндрической печи с геометрическими параметрами $R = 3.1$ м ($S = 30$ м²), $z_e = 20$ м при массовых расходах известняка, кокса, воздуха $m_{l0} = 5.8$ кг/с, $m_{c0} = 0.41$ кг/с и $m_{ge} = 4.8$ кг/с соответственно. Приняты следующие значения параметров: $T_{c0} = T_{l0} = T_{ge} = 300$ К, $k_{g(1)e} = 0.23$, $k_{g(2)e} = 0.77$, $a_{c0} = 3$ см, $a_{l0} = 3$ см, $\rho_c = 2200$ кг/м³, $\rho_{l(1)} = 2800$ кг/м³, $\rho_{l(2)} = 2000$ кг/м³, $c_c = 1000$ Дж/(кг·К), $c_{l(1)} = 920$ Дж/(кг·К), $c_{l(2)} = 880$ Дж/(кг·К), $c_{g(1)} = 915$ Дж/(кг·К), $c_{g(2)} = 1041$ Дж/(кг·К), $c_{g(3)} = 844$ Дж/(кг·К), $l_c = 2.9 \cdot 10^7$ Дж/кг, $l_l = 1.78 \cdot 10^6$ Дж/кг, $\lambda_c = 6.3$ Дж/(м·К·с), $\lambda_l = 2.5$ Дж/(м·К·с), $\lambda_{g(1)} = 0.0247$ Дж/(м·К·с), $\lambda_{g(2)} = 0.0256$ Дж/(м·К·с), $\lambda_{g(3)} = 0.01615$ Дж/(м·К·с), $E_c = 1.33 \cdot 10^5$ Дж/моль, $E_l = 8.85 \cdot 10^4$ Дж/моль, $K_{l0} = 9.6 \cdot 10^{-4}$ м/с, $K_{c0} = 1.2 \cdot 10^5$ м/с, $a_{p0} = 10^{-6}$ м.

Из рис. 2, 3 видно, что выгорание углерода и разложение известняка происходят в основном в центральной зоне печи, длина которой ≈ 5 м. При этом максимальная температура в печи достигает ≈ 1500 К. Учет теплопроводности приводит к некоторому сглаживанию пика температуры. В периферийных зонах печи, а именно вблизи верхнего сечения ($z = 0$), происходит предварительный нагрев шихты за счет теплообмена с газовой фазой, выходящей из зоны реакций, а вблизи нижнего сечения ($z = z_e$) — прогрев поступающего в печь воздуха. Следует отметить сильное (почти пятикратное) изменение линейной скорости газа по

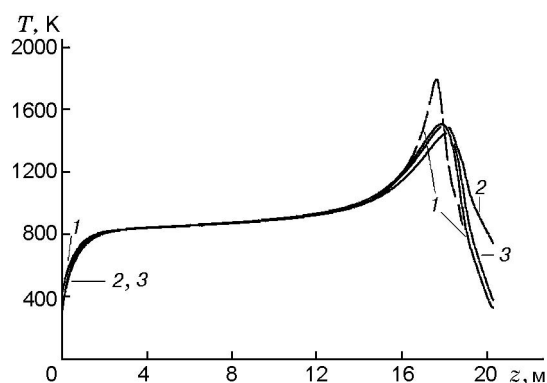


Рис. 2. Распределение температур по высоте печи:

линии 1–3 соответствуют газу, коксу и известняку, штриховая — распределению температуры газа без учета теплопроводности

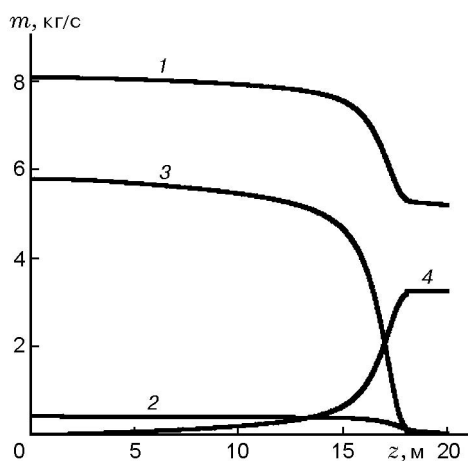


Рис. 3. Распределение массовых расходов по высоте печи:

линии 1–4 соответствуют газу, коксу, известняку и извести

высоте печи (см. рис. 5). Это обстоятельство, во-первых, связано с обильным газовыделением за счет разложения известняка, а во-вторых, со снижением его плотности из-за больших перепадов температуры по высоте печи. Столь значительное повышение скорости приводит к интенсификации межфазного тепло- и массообмена и реакции горения. В соответствии с принятой схемой в процессе выгорания кокса радиус его частиц a_c уменьшается, а пористость φ увеличивается (см. рис. 6). Для использованных значений констант реакций интенсивность горения при температурах $T \lesssim 1000$ К лимитируется кинетикой реакции окисления, при бо-

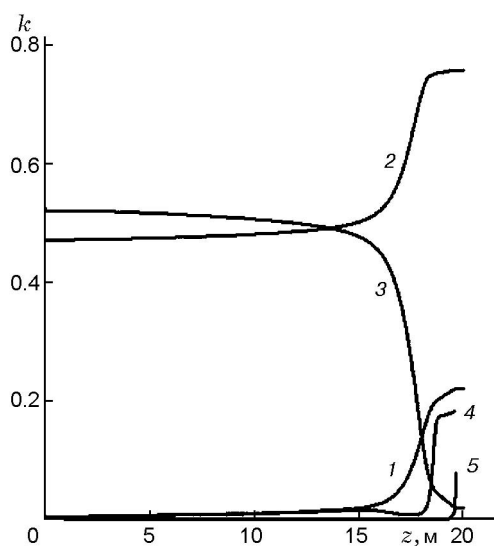


Рис. 4. Распределение массовых концентраций газовой фазы по высоте печи:

линии 1–3 соответствуют кислороду, азоту и диоксиду углерода, линии 4, 5 — концентрациям кислорода на поверхности и внутри частицы кокса

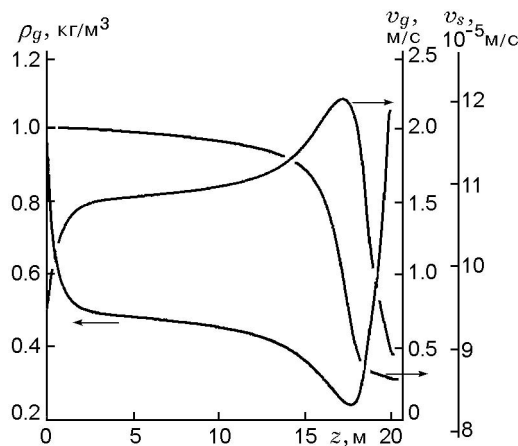


Рис. 5. Распределение плотности газа, скорости газа и скорости шихты по высоте печи

лее высоких температурах — диффузионным механизмом. При этом, как показывают результаты расчетов, представленные на рис. 7, в кинетической области ($z \leq 14$ м, $z \geq 18$ м) преобладает внутрипоровое горение. Причем на участке $z \leq 14$ м интенсивность горения ниже, чем на участке $z \geq 18$ м. Это связано с тем, что на верхнем участке печи газ сильно обеднен кислородом (его концентрация менее 1 %). В диффузионной области ($14 \leq z \leq 18$ м) преобладает горение в приповерхностной зоне

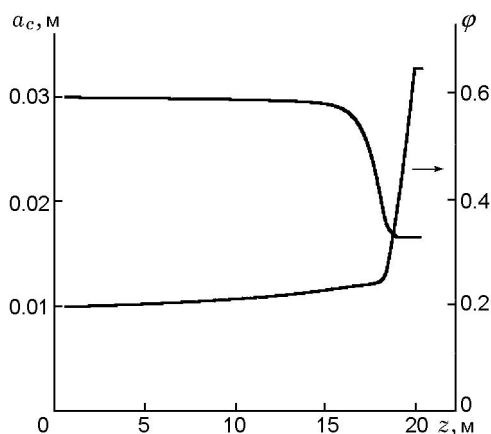


Рис. 6. Распределение пористости кокса и радиуса частиц по высоте печи

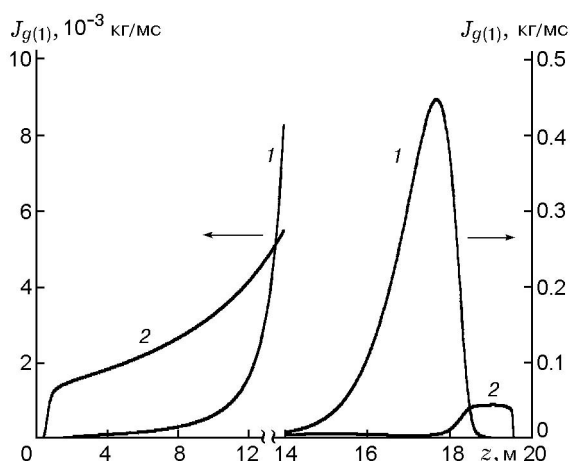


Рис. 7. Распределение интенсивности горения кокса на поверхности (линия 1) и внутри пор (линия 2) по высоте печи

частиц кокса. Отметим, что представленные здесь результаты расчетов хорошо согласуются с имеющимися в [3] данными по месту расположения и протяженности характерных зон, а также с картиной распределения средней температуры по высоте печи.

Принимая представленные на рис. 2–7 результаты за базовый вариант, мы провели численный анализ влияния геометрических параметров печи, температур подаваемых в печь шихты и воздуха, а также их массовых расходов и степени дисперсности на структуру температурных, гидродинамических и концентрационных полей в печи.

Решение системы уравнений, соответствующее заданным условиям на входе и выходе пе-

чи, существует не всегда. В частности, при заданных геометрических размерах печи, а также интенсивности загрузки известняком условие существования решения сводится к определению минимального расхода кокса, необходимого для поддержания температурного режима, обеспечивающего полное разложение известняка. Для представленного выше численного примера расход кокса соответствует этому минимальному значению. Отметим также, что доля кокса, затраченная на реакцию разложения известняка, согласно формуле (15) составляет $m_{c^*} = 0.355$ кг/с. Рост массового расхода кокса приводит к смещению зоны горения вверх и повышению уровня температуры в печи.

Увеличение высоты печи при прочих фиксированных параметрах позволяет снизить расход кокса. В частности, при увеличении на ≈ 1 м необходимый минимальный расход кокса снижается на $\Delta m_{c0} = 0.01$ кг/с. Это обстоятельство связано с тем, что в более высокой печи происходит более полная утилизация тепла на разложение известняка. При этом, естественно, температуры газа и негашеной извести при выходе из печи уменьшаются ($\Delta T_{g0} = 4$ К, $\Delta T_{le} = 25$ К). Поэтому при заданной интенсивности эксплуатации печи по загрузке известняка имеется наиболее оптимальная высота печи, обеспечивающая минимальный расход кокса. Для представленного случая ($m_{l0} = 5.2$ кг/с) эта длина составляет $l_e \approx 20$ м. Снижение температуры подаваемой в печь шихты и воздуха приводит к некоторому росту расхода кокса. В частности, при снижении температуры на $\Delta T_{ge} = \Delta T_{l0} = 50$ К (что примерно соответствует максимальному сезонному изменению температуры) расход кокса необходимо увеличить на $\Delta m_{c0} = 0.004$ кг/с. Уменьшение начальных размеров (дисперсности) частиц кокса приводит к смещению зоны горения вверх. При этом сужается протяженность зоны активного горения. Увеличение начальной пористости кокса вызывает более интенсивное внутрипоровое горение.

Учет продольной теплопроводности и внутрипорового горения приводит к существованию решений с более низким уровнем температур в печи. Это связано с тем, что для диффузионно-кинетической схемы горения при низких температурах реакция лимитируется кинетикой, а при высоких температурах — диффузионным транспортом окислителя к по-

верхности реакции. Поэтому учет внутрипорового горения приводит к значительному увеличению поверхности контакта между окислителем и коксом, что способствует существенной интенсификации кинетики реакции окисления при более низких температурах. В частности, температура газа на выходе из печи снижается примерно на 100 К по сравнению с результатами [6] и составляет ≈ 400 К. Такие же результаты дают измерения в действующих печах [2–4]. Кроме того, уточненная модель менее чувствительна к изменению параметров на входе и выходе печи. Так, например, если не учитывать продольную теплопроводность, изменение размеров шихты или массового расхода кокса приводит к резкому изменению градиента температуры в зоне активного горения. Учет же продольной теплопроводности заметно сглаживает расчетное температурное поле в зонах горения и разложения, где существуют большие градиенты. Некоторое сглаживание вносится также при учете внутрипорового горения кокса, поскольку при этом происходит более равномерное горение по высоте всей печи.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, учет продольной теплопроводности и внутрипорового горения позволяет описать наблюдаемые в реальных печах уровни температуры и характер их распределения вдоль печи.

Представленную теоретическую модель нетрудно распространить на случай с учетом влажности шихты, ее полидисперсности, а также на режим работы печи с избытком (или недостатком) воздуха.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Нигматуллин Р. И.** Динамика многофазных систем. М.: Наука, 1987.
2. **Табунщиков Н. П.** Производство извести. М.: Химия, 1974.
3. **Ткач Г. А., Шапоров В. П., Титов В. М.** Производство соды по малоотходной технологии. Харьков: ХГПУ, 1998.
4. **Зайцев И. Д., Ткач Г. А., Строев Н. Д.** Производство соды. М.: Химия, 1986.
5. **Глинков М. А., Глинков Г. М.** Общая теория тепловой работы печей. М.: Metallurgia, 1990.
6. **Шагапов В. Ш., Буркин М. В.** Модель обжига известняка в коксовой печи: Спектральная теория дифференциальных операторов и родственные проблемы // Труды Междунар. науч. конф. 24–28 июля 2003 г., г. Стерлитамак. Уфа: Гилем, 2003.
7. **Sparrow E. M., Cess R. D.** Radiation heat transfer. Belmont, California: Brooks/Cole Publishing Company, 1970.
8. **Герштейн В. Ю.** Математическая модель сложного теплопереноса в промышленных печах // Теплофизика и аэромеханика. 1995. Т. 2, № 2. С. 129–137.
9. **Горение углерода / А. С. Предводителев, Л. Н. Хитрин и др.** М.: АН СССР, 1949.
10. **Франк-Каменецкий Л. А.** Диффузия и теплопередача в химической кинетике. М.: Наука, 1967.
11. **Хитрин Л. Н.** Физика горения и взрыва. М.: МГУ, 1957.
12. **Волков Э. П., Зайчик Л. И., Першуков В. А.** Моделирование горения твердого топлива. М.: Наука, 1994.

*Поступила в редакцию 2/II 2004 г.,
в окончательном варианте — 5/VI 2007 г.*