

УДК 532.517.4: 551.511.32

## МОДЕЛИРОВАНИЕ УСТОЙЧИВОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ СО СТРУЕЙ НИЗКОГО УРОВНЯ

А. Ф. Курбацкий<sup>\*,\*\*</sup>, Л. И. Курбацкая<sup>\*\*\*</sup>

\* Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН,  
630090 Новосибирск

\*\* Новосибирский государственный университет, 630090 Новосибирск

\*\*\* Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН,  
630090 Новосибирск

E-mails: kurbat@nsu.ru, L.Kurbatskaya@ommgp.ssc.ru

С использованием усовершенствованной трехпараметрической модели турбулентности проведено исследование характеристик течения устойчиво стратифицированного пограничного слоя с образованием струи в его нижней части. Полученные результаты свидетельствуют о возрастании турбулентного числа Прандтля с увеличением термической устойчивости, что согласуется с результатами лабораторных экспериментов и данными натурных наблюдений в атмосфере. Показано также, что в области значений меньше максимального значения скорости струи градиентное число Ричардсона немонотонно изменяется с течением времени.

**Ключевые слова:** термически устойчиво стратифицированный пограничный слой, струя низкого уровня, турбулентные потоки импульса и тепла, моделирование.

**Введение.** При моделировании атмосферного пограничного слоя в случае устойчивой стратификации (далее устойчивый пограничный слой) имеют место трудности, возникающие вследствие малых масштабов движения, обусловленных стратификацией и сложностью его динамики (например, возникновением перемежаемости, неустойчивости Кельвина — Гельмгольца, внутренних гравитационных волн, струй низкого уровня, меандрирующих движений и т. д.). Для численного моделирования динамики и структурных особенностей устойчивого пограничного слоя используется как метод с выделением крупных вихрей (LES-метод), так и различные модели турбулентности. В простых параметризациях турбулентности, таких как модифицированные К-теории для турбулентных потоков импульса и тепла (модели первого порядка), учет воздействия стратификации на турбулентный перенос проводится на эмпирической основе. В двух- и трехпараметрических моделях турбулентности [1–4] полностью явные анизотропные выражения для турбулентных потоков импульса и тепла наиболее достоверно учитывают эффекты стратификации и дают результаты, близкие к результатам, получаемым с помощью LES-метода [1]. В настоящей работе исследуется одна из структурных особенностей устойчивого пограничного слоя, обусловленная эффектом сдвига ветра вследствие образования в сильно устойчивом пограничном слое струи низкого уровня [5]. Струи низкого уровня играют важную роль в процессе переноса влажности, импульса и загрязнений воздуха. В каноническом случае [6] такая струя образуется вследствие ослабления конвективных турбулентных напряжений

по сравнению с их максимальным значением в полуденное время, что позволяет ночным ветрам выше устойчивого пограничного слоя развивать скорость до сверхгеострофических значений.

Моделирование струи низкого уровня в устойчивом пограничном слое проводится на основе усовершенствованной трехпараметрической модели турбулентности [3, 4] по схеме экспериментального воспроизведения струи в аэродинамической трубе [5].

**1. Усовершенствованная трехпараметрическая модель турбулентности.** Для описания течения в устойчивом пограничном слое используется определяющая система RANS-уравнений (осредненных по ансамблю реализаций уравнений Навье — Стокса) в приближении Буссинеска:

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial W}{\partial z} = 0; \quad (1)$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + W \frac{\partial U}{\partial z} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P}{\partial x} - \frac{\partial \langle u^2 \rangle}{\partial x} - \frac{\partial \langle uw \rangle}{\partial z} + D_u; \quad (2)$$

$$\frac{\partial W}{\partial t} + U \frac{\partial W}{\partial x} + W \frac{\partial W}{\partial z} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P}{\partial z} - \frac{\partial \langle uw \rangle}{\partial x} - \frac{\partial \langle w^2 \rangle}{\partial z} + \beta \Theta g; \quad (3)$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial t} + U \frac{\partial \Theta}{\partial x} + W \frac{\partial \Theta}{\partial z} = -\frac{\partial \langle u\theta \rangle}{\partial x} - \frac{\partial \langle w\theta \rangle}{\partial z}. \quad (4)$$

В (1)–(4) зависимыми переменными являются осредненные по Рейнольдсу скорости  $U$  и  $W$  в направлении осей  $x$  и  $z$  соответственно, давление  $P$  и температура  $\Theta$ ;  $\beta = 3,53 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$  — коэффициент объемного расширения воздуха;  $\rho_0$  — средняя плотность воздуха;  $g$  — ускорение свободного падения. Строчными буквами обозначены турбулентные флуктуации величин; член  $D_u$  в правой части уравнения (2) поясняется в п. 2.

В системе уравнений (1)–(4) турбулентные напряжения Рейнольдса  $\langle u_i u_j \rangle$  и вектор турбулентного потока тепла  $\langle u_i \theta \rangle$  требуют моделирования. Для этого рассмотрим уравнения переноса для напряжений Рейнольдса, кинетической энергии турбулентности, потока тепла и среднеквадратичных флуктуаций температуры:

— уравнение для тензора анизотропии  $b_{ij} = \langle u_i u_j \rangle - (2/3) E \delta_{ij}$

$$\frac{D}{Dt} b_{ij} + D_{ij} = -\frac{4}{3} E S_{ij} - \Sigma_{ij} - Z_{ij} + B_{ij} - \Pi_{ij}; \quad (5)$$

— уравнение для кинетической энергии турбулентности  $E = \langle u_i^2 \rangle / 2$

$$\frac{DE}{Dt} + \frac{1}{2} D_{ii} = -\tau_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \beta_i h_i - \varepsilon; \quad (6)$$

— уравнение для турбулентного потока тепла  $h_i = \langle \theta u_i \rangle$

$$\frac{D}{Dt} h_i + D_i^h = -h_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \tau_{ij} \frac{\partial \Theta}{\partial x_j} + \beta_i \langle \theta^2 \rangle - \Pi_i^\theta; \quad (7)$$

— уравнение для дисперсии температуры  $\langle \theta^2 \rangle$

$$\frac{D}{Dt} \langle \theta^2 \rangle + D_\theta = -2h_i \frac{\partial \Theta}{\partial x_i} - 2\varepsilon_\theta. \quad (8)$$

В (5)  $S_{ij}$ ,  $R_{ij}$ ,  $\Sigma_{ij}$ ,  $Z_{ij}$ ,  $B_{ij}$ ,  $\Pi_{ij}$ ,  $D_{ij}$  — тензорные величины:

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right), \quad R_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right), \quad \Sigma_{ij} = b_{ik} S_{kj} + S_{ik} b_{kj} - \frac{2}{3} \delta_{ij} b_{km} S_{mk},$$

$$Z_{ij} = R_{ik}b_{kj} - b_{ik}R_{kj}, \quad B_{ij} = \beta_i h_j + \beta_j h_i - \frac{2}{3} \delta_{ij} \beta_k h_k,$$

$$\Pi_{ij} \equiv \left\langle u_i \frac{\partial p}{\partial x_j} \right\rangle + \left\langle u_j \frac{\partial p}{\partial x_i} \right\rangle - \frac{2}{3} \delta_{ij} \langle p u_k \rangle, \quad D_{ij} \equiv \frac{\partial}{\partial x_k} \left\langle \left( u_i u_j - \frac{1}{3} u_i u_i \delta_{ij} \right) u_k \right\rangle.$$

Далее явная форма диффузионных членов  $D_{ii}$ ,  $D_i^h$ ,  $D_\theta$  в левых частях уравнений (5)–(8) не потребуются.

Рассмотрим корреляции с пульсациями давления в (5), (7), имеющие вид

$$\Pi_{ij} = \langle u_i p_{,j} \rangle + \langle u_j p_{,i} \rangle - (2/3) \delta_{ij} \langle u_k p_{,k} \rangle, \quad \Pi_i^\theta = \langle \theta p_{,i} \rangle. \quad (9)$$

Параметризации релаксационных (или медленных) частей корреляций (9) имеют вид линейных зависимостей от турбулентных величин [7]:

$$\Pi_{ij}^{(1)} \sim b_{ij}/\tau, \quad \Pi_i^{\theta(1)} \sim h_i/\tau_{p\theta}. \quad (10)$$

В (10)  $\tau = E/\varepsilon$  — динамический масштаб времени турбулентности;  $\tau_{p\theta}$  — временной масштаб турбулентности температурного поля;  $\varepsilon$  — диссипация кинетической энергии турбулентности. “Медленная” часть корреляции  $\Pi_i^\theta$ , как правило, моделируется в следующем виде:

$$\Pi_i^{\theta(1)} \equiv \left\langle p \frac{\partial \theta}{\partial x_i} \right\rangle \simeq -\frac{c_{1\theta}}{\tau_{p\theta}} h_i, \quad (11)$$

где  $c_{1\theta}$  — числовой коэффициент. Несмотря на то что ранее предположение

$$\tau_{p\theta} \sim \tau \quad (12)$$

использовалось в различных схемах второго уровня замыкания турбулентности, оно не обязательно применимо к устойчиво стратифицированным течениям. Прямой путь доказательства справедливости представлений (11), (12) заключается в сравнении с данными LES-моделирования корреляций с пульсациями давления в стратифицированных течениях. Однако таких данных, по-видимому, до сих пор не существует, поэтому используются другие результаты исследований устойчиво стратифицированных течений. Проведенное в работе [8] теоретическое исследование устойчиво стратифицированной турбулентности показало, что масштаб времени  $\tau_{p\theta}$  должен быть функцией частоты Брента — Вьяйсяля  $N$  с функциональной зависимостью вида

$$\tau_{p\theta} = \tau / (1 + a\tau^2 N^2). \quad (13)$$

В выражении (13)  $a = 0,04$  при  $N^2 > 0$  и  $a = 0$  при  $N^2 \leq 0$ ;  $N^2 = \beta g(\partial\Theta/\partial z)$ . Физический аргумент в пользу демпфирующего фактора в знаменателе (13) может основываться на том, что в устойчиво стратифицированных течениях вихри совершают работу против сил плавучести и теряют кинетическую энергию, которая переходит в потенциальную.

С учетом градиентов средних полей две оставшиеся части корреляции  $\Pi_i^\theta$  моделируются в виде [3, 4, 9]

$$\Pi_i^{\theta(2)} = -c_{2\theta} h_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j}, \quad \Pi_i^{\theta(3)} = c_{3\theta} \beta_i \langle \theta^2 \rangle. \quad (14)$$

Коэффициенты в (11), (14) имеют следующие значения:  $c_{1\theta} = 4,0$ ,  $c_{2\theta} = c_{3\theta} = 0,4$  (см., например, [9]).

Алгебраические модели для турбулентных потоков импульса и тепла можно вывести из уравнений (5), (7) в приближении слаборавновесной турбулентности [10]. В этом приближении левые части уравнений полагаются равными нулю, и необходимость моделирования моментов третьего порядка (членов  $D_{ii}$ ,  $D_i^h$ ,  $D_\theta$  в левых частях уравнений (5), (7))

отсутствует. Получаемая система алгебраических уравнений для турбулентных потоков импульса и тепла в этом приближении имеет неявный вид, и ее решение в аналитическом виде с помощью кода символьной алгебры (Maple 10) дает следующие выражения для турбулентных потоков импульса и тепла (величины с индексами  $M$  и  $H$  соответственно) [3, 4]:

$$\langle uw \rangle = -K_M \frac{\partial U}{\partial z}; \quad (15)$$

$$\langle w\theta \rangle = -K_H \frac{\partial \Theta}{\partial z} + \gamma_c; \quad (16)$$

$$K_M = E\tau S_M, \quad K_H = E\tau S_H; \quad (17)$$

$$S_M = \frac{1}{D} \left[ \frac{2}{3} \alpha_1 \left( 1 - \lambda_1 \lambda_2 \frac{\alpha_2}{\alpha_1} G_H \right) + \lambda_1 \alpha_2 \left( \lambda_1 + \frac{4}{3} \alpha_1 \right) (\tau \beta g)^2 \frac{\langle \theta^2 \rangle}{E} \right]; \quad (18)$$

$$S_H = \frac{1}{D} \left( \frac{2}{3} \frac{1}{c_{1\theta}^*} (1 + \lambda_2 \alpha_2 G_H) \right); \quad (19)$$

$$\gamma_c = \frac{1}{D} \left( 1 + \frac{2}{3} \alpha_1^2 G_M + \lambda_2 \alpha_2 G_H \right) \lambda_1 (\tau \beta g) \langle \theta^2 \rangle; \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \langle u^2 \rangle = \frac{1}{D} \left( \frac{2}{3} E (1 + 2\alpha_1^2 G_M + 3\lambda_2 \alpha_2 G_H + 2\lambda_2^2 \alpha_2^2 G_H^2 - 2\lambda_1 \lambda_2 \alpha_1 \alpha_2 G_M G_H) \right) - \\ - \frac{1}{D} \frac{2}{3} \lambda_1 \alpha_2 (\tau \beta g)^2 \langle \theta^2 \rangle (1 - 2\alpha_1 (\lambda_1 + \alpha_1) G_M + \lambda_2 \alpha_2 G_H); \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \langle v^2 \rangle = \frac{1}{D} \left\{ \frac{2}{3} E \left[ 1 + 3\lambda_2 \alpha_2 G_H \left( 1 + \frac{2}{3} \lambda_2 \alpha_2 G_H \right) \right] - \right. \\ \left. - \lambda_1 (\tau \beta g)^2 \langle \theta^2 \rangle \left[ \frac{2}{3} \lambda_1 \alpha_1 \alpha_2 G_M + \frac{2}{3} \alpha_2 (1 + 2\alpha_1^2 G_M + \lambda_2 \alpha_2 G_H) \right] \right\}; \end{aligned} \quad (22)$$

$$\langle w^2 \rangle = \frac{1}{D} \left[ \frac{2}{3} E (1 + \lambda_2 \alpha_2 G_H) + \frac{4}{3} \lambda_1 \alpha_2 (\tau \beta g)^2 \langle \theta^2 \rangle \left( 1 - \frac{1}{2} \lambda_1 \alpha_1 G_M + \lambda_2 \alpha_2 G_H \right) \right]; \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \langle u\theta \rangle = \frac{1}{D} \left\{ \frac{2}{3} E \tau^2 \lambda_2 (\lambda_1 + \alpha_1) \frac{\partial \Theta}{\partial z} \frac{\partial U}{\partial z} + \right. \\ \left. + \lambda_1 \tau (\tau \beta g) \langle \theta^2 \rangle \frac{\partial U}{\partial z} \left[ \frac{4}{3} \lambda_2 \alpha_1 \alpha_2 G_H - \lambda_1 \left( 1 + \frac{2}{3} \alpha_1^2 G_M \right) \right] \right\}; \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} D = 1 + d_1 G_M + d_2 G_H + d_3 G_H^2 - d_4 G_M G_H, \\ G_M \equiv (\tau \Sigma)^2, \quad G_H \equiv (\tau N)^2, \quad \Sigma^2 \equiv \left( \frac{\partial U}{\partial z} \right)^2. \end{aligned} \quad (25)$$

Противогradientный член  $\gamma_c$ , отсутствующий в моделях замыкания уровня 2,5 [2], учитывает вклад энергонесущих турбулентных вихрей в вертикальный перенос тепла.

В выражениях (18)–(25) коэффициенты  $\lambda$ ,  $\alpha$ ,  $d$  представляют собой комбинации основных коэффициентов в модельных аппроксимациях корреляций с пульсациями давления поля скорости ( $c_1 = 1,8$ ,  $c_2 = 0,6$ ,  $c_3 = 0,5$ ) и поля температуры  $c_{1\theta}$ ,  $c_{2\theta}$ :

$$\begin{aligned} \lambda_1 = \frac{1 - c_{2\theta}}{c_{1\theta}^*}, \quad \lambda_2 = \frac{1}{c_{1\theta}^*}, \quad \alpha_1 = \frac{1 - c_2}{c_1}, \quad \alpha_2 = \frac{1 - c_3}{c_1}, \\ d_1 = \frac{2}{3} \alpha_1^2, \quad d_2 = \frac{7}{3} \lambda_1 \alpha_2, \quad d_3 = \frac{4}{3} \lambda_2^2 \alpha_2^2, \quad d_4 = \frac{2}{3} \lambda_1 \lambda_2 \alpha_1 \alpha_2. \end{aligned}$$

Коэффициент  $c_{1\theta}^*$  содержит демпфирующий фактор (13):

$$c_{1\theta}^* = c_{1\theta}(1 + a\tau^2 N^2).$$

Замкнутая трехпараметрическая модель турбулентности включает выражения для турбулентных потоков импульса и тепла (15)–(25), в которых параметры  $E$ ,  $\varepsilon$ ,  $\langle \theta^2 \rangle$  находятся из уравнений переноса [3, 4]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial t} + U_k \frac{\partial E}{\partial x_k} &= \frac{\partial}{\partial x_k} \left( c_E \frac{E}{\varepsilon} \langle u_k u_k \rangle \frac{\partial E}{\partial x_k} \right) - \langle u_i u_k \rangle \frac{\partial U_i}{\partial x_k} + \beta g \delta_{i3} \langle u_i \theta \rangle - \varepsilon, \\ \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + U_k \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_k} &= \frac{\partial}{\partial x_k} \left( c_\varepsilon \frac{E}{\varepsilon} \langle u_k u_k \rangle \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_k} \right) + c_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{E} \left( - \langle u_i u_k \rangle \frac{\partial U_i}{\partial x_k} + \beta g \delta_{i3} \langle u_i \theta \rangle \right) - c_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{E}, \\ \frac{\partial \langle \theta^2 \rangle}{\partial t} + U_k \frac{\partial \langle \theta^2 \rangle}{\partial x_k} &= \frac{\partial}{\partial x_k} \left( c_{\theta 2} \frac{E}{\varepsilon} \langle u_k u_k \rangle \frac{\partial \langle \theta^2 \rangle}{\partial x_k} \right) - \langle u_k \theta \rangle \frac{\partial \Theta}{\partial x_k} - \frac{1}{R} \frac{\varepsilon}{E} \langle \theta^2 \rangle \\ &(c_E = 0,22, \quad c_\varepsilon = 0,18, \quad c_{\varepsilon 1} = 1,40, \quad c_{\varepsilon 2} = 1,90, \quad c_{\theta 2} = 0,22, \quad R = 0,6). \end{aligned}$$

## 2. Моделирование струи низкого уровня в устойчивом пограничном слое.

Струйное течение воспроизводилось по схеме эксперимента в аэродинамической трубе [5]. В работе [5] струя инициировалась с помощью неоднородной сетки, размещенной поперек течения развитого термически устойчиво стратифицированного турбулентного пограничного слоя. Проведены две серии экспериментов: серия S1 (температура нижней стенки  $\Theta_{ст} = 11,4$  °C, температура в основном потоке (верхняя граница)  $\Theta_0 = 39,3$  °C) и серия S2 (температура нижней стенки  $\Theta_{ст} = 10,8$  °C, температура в основном потоке (верхняя граница)  $\Theta_0 = 39,2$  °C). Максимальные значения скорости струи  $U = 1,51$  м/с (серия S1) и  $U = 1,18$  м/с (серия S2) зафиксированы на высоте  $\delta = 0,16$  м от поверхности. При численном моделировании струя инициировалась по такой же схеме с помощью “пористой сетки”, как и при параметризации крупномасштабной аэродинамической шероховатости в [3, 4], задаваемой в виде дополнительного члена  $D_u$  в правой части уравнения (2) с квадратичным законом сопротивления, но с коэффициентом сопротивления, изменяющимся по высоте.

В работе [5] начальные поля искоемых величин не приводятся, поэтому начальные турбулентные поля кинетической энергии турбулентности, ее спектрального расходования (диссипации) и среднеквадратичных флуктуаций температуры задавались в виде малых “фоновых” значений. Как и в [3], граничное условие для скорости  $U$  на нижней границе задается с использованием “закона стенки” в виде  $U_1/U_2 = \ln(z_1/z_0)/\ln(z_2/z_0)$ , где  $z_2 > z_1 > 0$ ;  $z_1, z_2$  — два нижних вычислительных слоя сетки;  $z_0 = 0,5 \cdot 10^{-5}$  м — параметр шероховатости. Граничные условия для кинетической энергии турбулентности  $E$ , скорости ее спектрального расходования (диссипации)  $\varepsilon$  и дисперсии турбулентных флуктуаций  $\langle \theta^2 \rangle$  ставятся на первом от поверхности вычислительном слое сетки и имеют вид

$$E_1 = \frac{u_{*0}^2}{\sqrt{c_\mu}}, \quad \varepsilon_1 = u_{*0}^3 \left( \frac{\Phi}{0,41z_1} - \frac{1}{0,41L} \right), \quad \langle \theta^2 \rangle = \theta_{*0}^2 \begin{cases} 4(1 - 8,3\zeta)^{-2/3}, & \zeta \leq 0, \\ 4, & \zeta > 0. \end{cases}$$

Турбулентные масштабы скорости  $u_{*0}$  и температуры  $\theta_{*0}$  вычислялись по безытерационной схеме параметризации поверхностных турбулентных потоков с использованием теории подобия Монина — Обухова [11] и последующим нахождением масштаба Монина — Обухова по стандартной формуле  $L = u_{*0}^2/(k\beta g\theta_{*0})$ , где  $k = 0,41$  — постоянная Кармана;  $\beta$  — температурный коэффициент объемного расширения. Функция устойчивости  $\Phi$  находилась по формуле, аппроксимирующей данные измерений [12]:

$$\Phi = \begin{cases} (1 - 15\zeta)^{-1/4}, & \zeta \leq 0, \\ 1 + 5\zeta, & \zeta > 0, \end{cases} \quad \zeta = \frac{z}{L}, \quad L = \frac{u_{*0}^2}{0,41\beta g\theta_{*0}}.$$

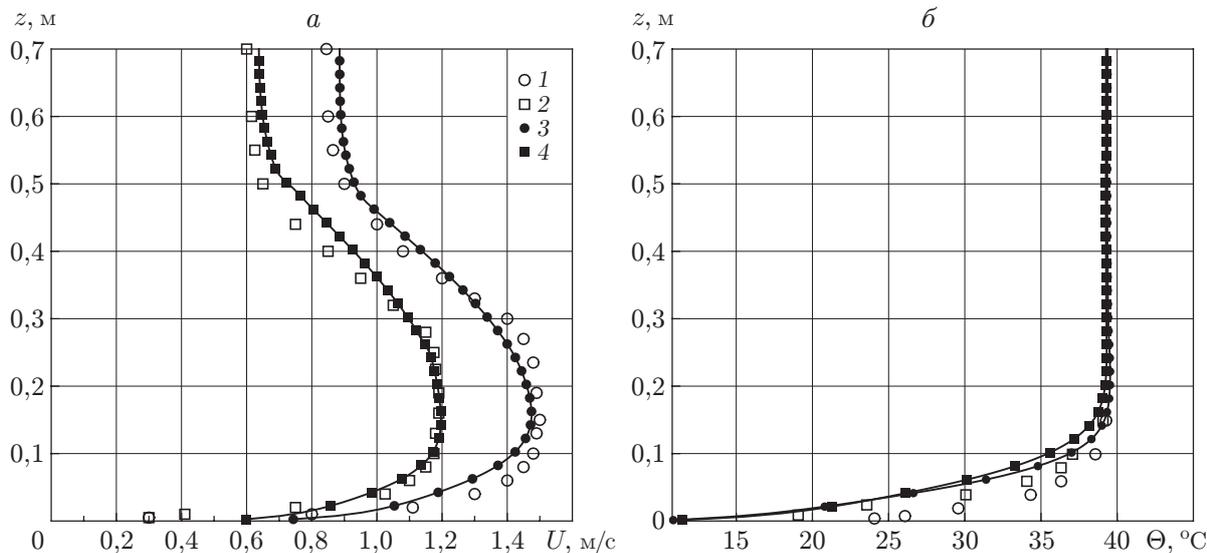


Рис. 1. Вертикальные профили средней скорости  $U$  (а) и средней температуры  $\Theta$  (б) в термически устойчиво стратифицированном пограничном слое:  
 1, 2 — экспериментальные данные [5], 3, 4 — расчет; 1, 3 — серия S1, 2, 4 — серия S2

На верхней границе для скорости и температуры используются условия Дирихле, для турбулентных величин  $E$ ,  $\varepsilon$ ,  $\langle \theta^2 \rangle$  — условия Неймана.

Сеточно-независимое решение получено в вычислительной области  $(x, z)$  размером  $1 \times 10$  м с шагом по вертикали  $\Delta z = 0,005$  м, по горизонтали  $\Delta x = 0,025$  м; шаг по времени  $\Delta t = 0,025$  с.

Результаты моделирования представлены на рис. 1–4. Вертикальные профили средней скорости течения  $U$  и средней температуры  $\Theta$  приведены на рис. 1, на котором наблюдается незначительное различие вычисленных и измеренных распределений вблизи стенки. На рис. 1,б видно, что формируется устойчиво стратифицированное течение, в котором температура возрастает по полиномиальному закону, а максимальное значение скорости на “носике” струи низкого уровня находится вблизи поверхности и создает существенный приповерхностный сдвиг скорости. Также на рис. 1 приведены данные работы [5]. На рис. 2 показаны вертикальные профили нормализованных интенсивностей для компонент турбулентных флуктуаций скорости  $u$  и  $w$  ( $\sigma$  — стандартное отклонение;  $U_{\max}$  — максимальное значение средней продольной скорости струи;  $\delta$  — толщина пограничного слоя, где скорость  $U$  имеет максимальное значение).

Устойчивая стратификация подавляет флуктуации турбулентных величин, и при увеличении термической устойчивости эти флуктуации уменьшаются [13], как и потоки импульса и тепла, однако их изменение с ростом термической устойчивости происходит неодинаково. Это видно на рис. 3, на котором приведено турбулентное число Прандтля  $Pr_T = K_M/K_H$  как функция локального градиентного числа Ричардсона  $Ri_g = \beta g(\partial\Theta/\partial z)/(\partial U/\partial z)^2$  в области течения от поверхности до “носика” струи. При увеличении термической устойчивости (градиентного числа Ричардсона) турбулентное число Прандтля  $Pr_T$  возрастает. Таким образом, турбулентное перемешивание существует и при значениях  $Ri_g > 0,25$  (классический предел), при которых турбулентность должна затухать. В последнее время в литературе широко обсуждается вопрос о критическом градиентном числе Ричардсона (см., например, [14]). Общий вывод сводится к тому, что в устойчиво стратифицированных течениях турбулентное перемешивание существует и

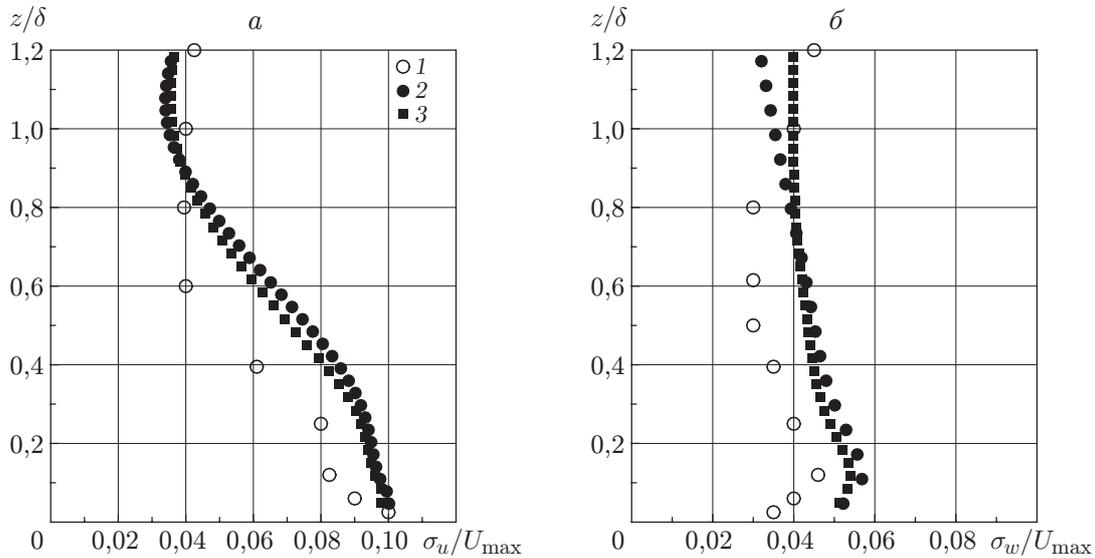


Рис. 2. Нормализованные вертикальные профили среднеквадратичных флуктуаций продольной скорости  $\sigma_u = \sqrt{\langle u^2 \rangle}$  (а) и вертикальной скорости  $\sigma_w = \sqrt{\langle w^2 \rangle}$  (б): 1 — экспериментальные данные [5], 2, 3 — расчет (2 — серия S1, 3 — серия S2)

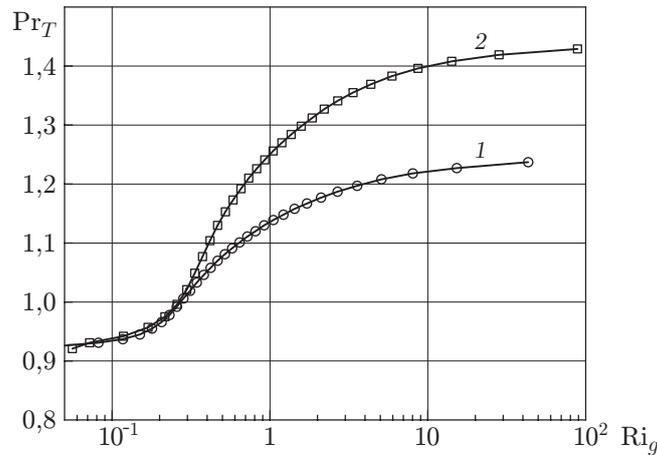


Рис. 3. Расчетная зависимость турбулентного числа Прандтля  $Pr_T$  от локального градиентного числа Ричардсона  $Ri_g$ : 1 — серия S1, 2 — серия S2

при локальных градиентных значениях числа Ричардсона, превышающих его классический критический порог. Действительно, результаты лабораторного эксперимента и измерений в атмосфере свидетельствуют об устойчивой тенденции к уменьшению обратного турбулентного числа Прандтля при увеличении градиентного числа Ричардсона (см. рис. 7 в [13], рис. 1 в [15]). Следует отметить, что в настоящей работе увеличение турбулентного числа Прандтля получено в результате физически корректного демпфирования турбулентных вихрей устойчивой стратификацией и использования модифицированного выражения (13) для масштаба времени турбулентного скалярного поля.

Объяснить физические причины роста турбулентного числа Прандтля при увеличении градиентного числа Ричардсона затруднительно. Предположительно вследствие наличия членов с давлением в уравнениях Навье — Стокса внутренние волны усиливают

перенос импульса, но не оказывают влияния на поток тепла. Однако доказательства того, что внутренние волны и являются тем механизмом, который в условиях сильно устойчивой стратификации поддерживает перенос турбулентного импульса, пока не существует. Отсутствует также модель, явно учитывающая переход волна — турбулентное течение в реальном атмосферном пограничном слое. К тому же результаты прямого численного моделирования устойчиво стратифицированного однородного турбулентного течения со сдвигом [16] указывают на то, что разделить волны и турбулентность при ненулевых значениях числа Фруда ( $Fr = \varepsilon/(NE)$ ) не удастся. Трудности, возникающие при изучении взаимодействия волн и турбулентности, обусловлены различием их физической природы: волновые движения удовлетворяют линейным уравнениям, в то время как турбулентность есть существенно нелинейная система с быстрой диссипацией энергии. Когда одновременно имеются и волны, и турбулентность, не ясно, каким образом “извлекать” волновую компоненту течения. Кроме того, различается процесс переноса энергии. В турбулентном течении энергия переносится со скоростью адвекции среды, в то время как волны транспортируют энергию посредством корреляций между пульсациями давления и скорости, обычно с групповой скоростью, превышающей скорость частиц. Если волны не подвергаются разрушению, они не порождают перемешивания, несмотря на то что могут переносить импульс, но, как отмечено выше, не могут переносить тепло. Таким образом, например, вертикальный поток скаляра  $\langle w\rho \rangle$  может быть большим в областях доминирования турбулентности и малым в областях, где доминируют волны. Основные результаты [16] прямого численного моделирования однородной устойчиво стратифицированной турбулентности со сдвигом без привлечения каких-либо моделей турбулентности сводятся, по сути, к следующему. Фазовый угол между флуктуацией скорости  $w$  и плотностью  $\rho$  совместим с наблюдаемым перемешиванием “по градиенту” ( $w$  и  $\rho$  находятся в одной фазе) в случае слабо стратифицированного течения и соответствует противогradientному перемешиванию в случае сильной стратификации течения (между флуктуациями  $w$  и  $\rho$  имеется фазовый сдвиг на  $180^\circ$ ). Для ненулевого числа Фруда строго разделить две формы движения (турбулентность и волны) не удастся. В работе [16] сделан следующий вывод: “Вероятно, нет реально ясного различия между турбулентностью и волнами, по крайней мере, когда оба явления сосуществуют на одних и тех же масштабах”. Таким образом, для получения ответа на поставленный выше вопрос требуются дальнейшие исследования.

Рассмотрим явление перемежаемости турбулентности в устойчиво стратифицированных течениях. В [5] с использованием техники визуализации течения и измерения временных рядов турбулентных флуктуаций полей скорости и температуры исследовалась структура перемежающейся турбулентности в устойчиво стратифицированном пограничном слое со струей низкого уровня. В нижней части пограничного слоя обнаружено взрывное (bursting) порождение турбулентности, возникающее выше поверхности на расстоянии не менее 60 мм (т. е.  $z/\delta \geq 0,38$ ). Вследствие такого механизма порождения жидкость с относительно низкими скоростью и температурой может переноситься вверх, а жидкость с относительно высокими скоростью и температурой может переноситься в противоположном направлении, к поверхности. Кроме того, исследовалась связь между взрывным порождением турбулентности и локальным градиентным числом Ричардсона. Установлено, что полученное значение  $Ri_g$  больше его некоторого фиксированного значения в спокойные периоды и меньше соответствующего значения в период взрывного порождения. Иными словами, с течением времени число Ричардсона изменяется немонотонно. На рис. 4 показана зависимость числа Ричардсона  $Ri_g$  от времени, полученная при численном моделировании. Несмотря на то что немонотонность поведения числа Ричардсона со временем фиксируется, связать ее с перемежающейся структурой турбулентности не представляется возможным.

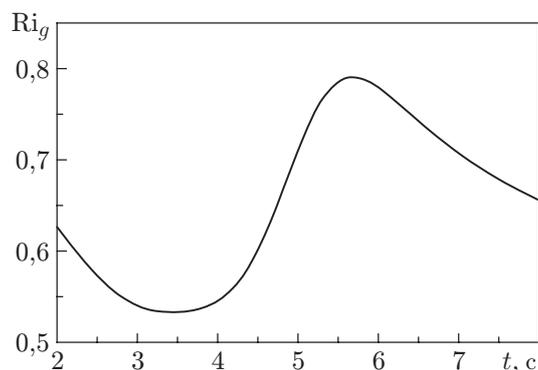


Рис. 4. Зависимость локального градиентного числа Ричардсона от времени на высоте  $z = 90$  мм ( $z/\delta = 0,56$ )

**Заключение.** С использованием разработанной авторами данной работы усовершенствованной трехпараметрической модели турбулентности с анизотропными алгебраическими выражениями для турбулентных потоков импульса и тепла проведено численное моделирование формирования струи низкого уровня в термически устойчиво стратифицированном пограничном слое. Модель воспроизводит устойчивое убывание обратного турбулентного числа Прандтля при увеличении устойчивости пограничного слоя (росте локального градиентного числа Ричардсона), что согласуется с данными лабораторных измерений и натуральных наблюдений и подтверждается физически корректным учетом воздействия стратификации на турбулентный перенос.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. **Canuto V. M., Minotti F., Ronchi C., et al.** Second-order closure model with new third-order moments: comparison with LES data // *J. Atmospher. Sci.* 1994. V. 51. P. 1605–1618.
2. **Cheng Y., Canuto V. M., Howard A. M.** An improved model for the turbulent PBL // *J. Atmospher. Sci.* 2002. V. 59. P. 1550–1565.
3. **Курбацкий А. Ф., Курбацкая Л. И.** Трехпараметрическая модель турбулентности для атмосферного пограничного слоя над урбанизированной поверхностью // *Изв. РАН. Физика атмосферы и океана.* 2006. Т. 42, № 4. С. 476–494.
4. **Kurbatskiy A. F., Kurbatskaya L. I.**  $E-\varepsilon-\langle\theta^2\rangle$  turbulence model for an atmospheric boundary layer including the urban canopy // *Meteorol. Atmospher. Phys.* 2009. V. 104, iss. 1. P. 63–81.
5. **Ohya Y., Nakamura R., Uchida T.** Intermittent bursting of turbulence in a stable boundary layer with low-level jet // *Boundary-Layer Meteorol.* 2006. V. 126, N 3. P. 349–363.
6. **Blackadar A. K.** Boundary layer wind maxima and their significance for the growth of nocturnal inversions // *Bull. Amer. Meteorol. Soc.* 1957. V. 38. P. 283–290.
7. **Launder B. E.** An introduction to single-point closure methodology // *Simulation and modeling of turbulent flows* / Ed. by T. B. Gatski et al. N. Y.: Oxford Univ. Press, 1996. P. 243–310.
8. **Weinstock J.** A theory turbulence transport // *J. Fluid Mech.* 1989. V. 202. P. 319–338.
9. **Jin L. H., So R. M. C., Gatski T. B.** Equilibrium states of turbulent homogeneous buoyant flows // *J. Fluid Mech.* 2003. V. 482. P. 207–233.
10. **Girimaji S. S., Balachandar S.** Analysis and modeling of buoyancy-generated turbulence using numerical data // *Intern. J. Heat Mass Transfer.* 1998. V. 41. P. 915–929.

11. **Louis J. F.** A parametric model of vertical eddies fluxes in the atmosphere // *Boundary-Layer Meteorol.* 1979. V. 17, N 2. P. 187–202.
12. **Andre J. C., De Moor G., Lacarrere P., et al.** Modeling the 24-hour evolution of the mean and turbulent structures of the planetary boundary layer // *J. Atmospher. Sci.* 1978. V. 35, N 10. P. 1861–1883.
13. **Ohya Y.** Wind tunnel study of atmospheric stable boundary layers over a rough surface // *Boundary-Layer Meteorol.* 2001. V. 98, N 1. P. 57–82.
14. **Galperin B., Sukhoriansky S., Anderson F. S.** On the critical Richardson number in stably stratified turbulence // *Atmospher. Sci. Lett.* 2007. V. 8. P. 65–69.
15. **Lee S.-M., Glori W., Princevac M., Fernando H. J. S.** Implementation of a stable PBL turbulence parameterization for the mesoscale model MM5: nocturnal flow in complex terrain // *Boundary-Layer Meteorol.* 2005. V. 119, N 1. P. 109–134.
16. **Jacobitz F. G., Rogers M. M., Ferziger J. H.** Waves in stably stratified turbulent flow // *J. Turbulence.* 2005. V. 6. P. 1–12.

*Поступила в редакцию 4/VI 2009 г.,  
в окончательном варианте — 25/VII 2009 г.*

---