

СХЛОПЫВАНИЕ ЭЛЛИПТИЧЕСКОЙ ПОЛОСТИ И ВОЗБУЖДЕНИЕ ВЗРЫВА В СЛОЕ ЖИДКОСТИ ПРИ УДАРЕ

Э. И. Андрианкин, В. К. Боболев, А. В. Дубозик

(Москва)

Исследованию динамики схлопывания пузырьков в слое жидкости посвящено много работ [1-9]. Эксперименты показывают, что первоначально круговая полость в процессе схлопывания из-за неустойчивости несколько смещается и превращается в эллиптическую, дальнейшее сжатие которой приводит к появлению кумулятивных струй.

Этот вопрос представляет интерес при изучении износа поверхностей в кавитирующем потоке [7] и при анализе чувствительности жидких взрывчатых веществ к удару [1-6]. Возникновение кумуляции удобно исследовать, если заранее сделать полость эллиптической или сместить круговую полость относительно оси удара, создавая тем самым несимметричное относительно ее центра поле давлений.

В работе приводятся некоторые теоретические соображения о характере возникновения кумулятивной струи в эллиптической или смещенной полости и ее влияние на возбуждение взрыва жидких ВВ за счет образования мелких капель [4] в адиабатически нагретом газе внутри полости. Полученные экспериментальные данные по времени образования струи и частоте взрывов нитроглицерина (НГЦ) качественно подтверждают теоретические предпосылки.

Рассмотрим осевой удар со скоростью $w_0 < 0$ несжимаемым эллиптическим ударником с полуосями A и B по тонкому слою несжимаемой вязкой жидкости $h_0 / A \ll 1$, содержащей в центре эллиптическую полость с полуосями a и b , но с тем же фокусным расстоянием, т. е.

$$A^2 - B^2 = a^2 - b^2 = c^2$$

Массу груза считаем много большей массы жидкости, так что сжатие слоя происходит с постоянной скоростью.

При малых числах Рейнольдса

$$Re = \rho u_0 A / \mu, \quad u_0 \sim w_0 A / h$$

движение жидкости в тонком слое описывается системой уравнений теории смазки, которая в эллиптических координатах запишется так:

$$\frac{1}{\mu H} \frac{\partial p}{\partial \alpha} = \frac{\partial^2 u_\alpha}{\partial z^2}, \quad \frac{1}{\mu H} \frac{\partial p}{\partial \beta} = \frac{\partial^2 u_\beta}{\partial z^2}, \quad \frac{\partial p}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_\alpha H}{\partial \alpha} + \frac{\partial u_\beta H}{\partial \beta} + H^2 \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad H^2 = \frac{c^2}{2} (\operatorname{ch} 2\alpha - \cos 2\beta) \quad (2)$$

Переменные α и β связаны с декартовыми координатами известными соотношениями

$$x = c \operatorname{ch} \alpha \cos \beta, \quad y = c \operatorname{sh} \alpha \sin \beta$$

Граничными условиями для этих уравнений будут условия прилипания к твердым поверхностям

$$\begin{aligned} u_\alpha = 0, \quad u_\beta = 0, \quad w = w_0 \quad \text{при} \quad z = h \\ u_\alpha = 0, \quad u_\beta = 0, \quad w = 0 \quad \text{при} \quad z = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

равенство нулю касательных напряжений $\sigma_{\alpha\beta} = 0$ на границах полости

$$\sigma_{\alpha\beta} = \mu \left(\frac{\partial u_\alpha / H}{\partial \beta} + \frac{\partial u_\beta / H}{\partial \alpha} \right)$$

и равенство нормальных напряжений $\sigma_{\alpha\alpha}$ давлению в газе

$$\begin{aligned} \sigma_{\alpha\alpha}(\alpha_0, \beta) &= -p_0, \quad \sigma_{\alpha\alpha}(\alpha_1, \beta) = -p_1 \\ \sigma_{\alpha\alpha} &= -p + 2\mu \left(\frac{1}{H} \frac{\partial u_\alpha}{\partial \alpha} + \frac{u_\beta}{H^2} \frac{\partial H}{\partial \beta} \right) \end{aligned}$$

Считая, однако, производные по α и β малыми, заменим эти требования приближенными условиями для давлений

$$\begin{aligned} p &= p_0 \quad \text{при } \alpha = \alpha_0 = \text{Arch } a / c \\ p &= p_1 \quad \text{при } \alpha = \alpha_1 = \text{Arch } A / c \end{aligned} \quad (4)$$

Выражая из (1) скорости через градиент давления, с учетом (3) найдем

$$u_\alpha = -\frac{\eta(1-\eta)h^2}{2\mu H} \frac{\partial p}{\partial \alpha}, \quad u_\beta = -\frac{\eta(1-\eta)h^2}{2\mu H} \frac{\partial p}{\partial \beta}, \quad \eta = \frac{z}{h} \quad (5)$$

Подставляя эти соотношения в уравнение неразрывности (2), получим

$$\frac{\partial^2 p}{\partial \alpha^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial \beta^2} = -KH^2, \quad w = w_0 \eta^2 (3 - 2\eta), \quad K = \frac{12\mu |w_0|}{h^3} \quad (6)$$

Решение уравнения Пуассона для давления будем искать в виде

$$\begin{aligned} p &= p_1 + A_0 + B_0 \alpha + C_0 \text{ch} 2(\alpha - \alpha_0) \cos 2\beta + D_0 \text{ch} 2(\alpha - \alpha_1) \cos 2\beta \\ p_1 &= -1/8 Kc^2 (\text{ch} 2\alpha + \cos 2\beta) \end{aligned}$$

Выбирая константы A_0 , B_0 , C_0 и D_0 из условия (4) и учитывая независимость давления от β на границах слоя, найдем

$$\begin{aligned} p &= \frac{(\alpha_1 - \alpha)p_0 + (\alpha - \alpha_0)p_1}{\alpha_1 - \alpha_0} + \frac{Kc^2}{8} \frac{\alpha_1 \text{ch } 2\alpha_0 - \alpha_0 \text{ch } 2\alpha_1}{\alpha_1 - \alpha_0} + \\ &+ \frac{\alpha Kc^2 \text{ch } 2\alpha_1 - \text{ch } 2\alpha_0}{8(\alpha_1 - \alpha_0)} + \frac{Kc^2}{8} \frac{\text{ch } 2(\alpha - \alpha_0) + \text{ch } 2(\alpha - \alpha_1)}{1 + \text{ch } 2(\alpha_1 - \alpha_0)} \cos 2\beta - \\ &- 1/8 Kc^2 (\text{ch } 2\alpha + \cos 2\beta) \end{aligned}$$

На основании решений (5) и (7) можно проверить, что граничные условия для $\sigma_{\alpha\beta}$ и $\sigma_{\alpha\alpha}$ действительно приближенно выполняются уже на малых расстояниях, порядка h^2 / H , от границы, так как давление быстро стремится к максимуму $p_{\max} \sim \mu u_{\alpha_0} H / h^2$. Малыми оказываются также и вторые производные $d^2 u_\alpha / d\beta^2$ и $d^2 u_\beta / d\beta^2$ по сравнению с производными по z всюду и при $\beta \rightarrow 0$. Решение (4), (7) удовлетворяет не только уравнению неразрывности, но и балансу массы

$$-\pi w_0 (AB - ab) = 4h \int_0^{\pi/2} [u_\alpha(\alpha_1, \beta) H(\alpha_1, \beta) - u_\alpha(\alpha_0, \beta) H(\alpha_0, \beta)] d\beta$$

который служил дополнительным условием для более полной задачи, содержащей вторые производные от скоростей по α и β .

Это свидетельствует о строгости полученного решения в рамках приближенной теории тонкого слоя.

Из решения (7) видно, что на внешней и внутренней границах слоя $\partial p / \partial \beta = 0$, а следовательно, при $\alpha = \alpha_0$ и $\alpha = \alpha_1$ тангенциальная со-

ставляющая скорости u_β также обращается в нуль. Изменение формы контура полости в первый момент происходит за счет нормальной составляющей u_α , которую следует осреднить по толщине слоя

$$U_\alpha = \frac{1}{h} \int_0^h u_\alpha dz = - \frac{h^2}{12\mu H} \frac{\partial p}{\partial z} \quad (8)$$

Если для последующих моментов времени форму контура представить в виде

$$\Phi = \alpha - \alpha_0 + \varepsilon(\beta, t), \quad \Phi = 0$$

и взять от Φ полную производную по времени, то получим уравнение для границы полости

$$U_\alpha = U_\beta \frac{\partial \varepsilon}{\partial \beta} + H \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \quad (9)$$

Используя (5) и (6) при численных расчетах, задачу удобно свести к решению уравнения теплопроводности с фазовым переходом [10].

Из (7) и (8) видно, что скорость границы полости вдоль a больше, чем вдоль малой полуоси

$$|U_\alpha(\alpha_0, 0)| > |U_\alpha(\alpha_0, \pi/2)|$$

Это приводит к тому, что через некоторое время t_* вдоль большой полуоси полость «продавливается», постепенно образуя кумулятивную струю. Если приближенно считать $U_\alpha[\alpha(t), \beta] = \text{const}$ до момента продавливания, то время t_* легко оценить из условия образования точки перегиба в форме границы полости на оси $\beta = 0$ в виде $d^2\alpha/d\beta^2 = \text{ctg } \alpha$.

Отсюда следует формула для оценки времени продавливания

$$\begin{aligned} \frac{\tau_0}{t_*} \text{sh}^2 \alpha_0 \text{sh} 2\alpha_0 &= \frac{\text{ch}^2 \alpha_1 - \text{ch}^2 \alpha_0}{\alpha_1 - \alpha_0} - (1 + 2 \text{sh}^2 \alpha_0) \text{th}(\alpha_1 - \alpha_0) - \\ &- \text{sh} 2\alpha_0 - \frac{\delta(1 - p_1/p_0) \text{sh}^2 \alpha_0}{\alpha_1 - \alpha_0}, \quad \tau_0 = \frac{h}{|w_0|} \quad (10) \\ \delta &= \frac{\bar{p}_0 h^2}{3\mu b^2 |w_0|}, \quad \frac{p_1}{p_0} \approx \left(\frac{a_0 b_0 h_0}{ab h} \right)^2 \end{aligned}$$

При вычислениях в (10) удобно использовать соотношения

$$\begin{aligned} c \text{ch} \alpha_0 &= a, \quad c \text{sh} \alpha_0 = b, \quad c \text{ch} \alpha_1 = A, \quad c \text{sh} \alpha_1 = B \\ \text{th}(\alpha_1 - \alpha_0) &= (aB - bA) / (Aa - Bb), \quad \alpha_1 - \alpha_0 = \ln(A + B) / (a + b) \end{aligned}$$

На фиг. 1 приведены фотографии процесса схлопывания эллиптической полости в нитроглицерине (НГЦ) для нескольких моментов времени. Условиями опыта были

$$\begin{aligned} a &= 5.0 \text{ мм}, & b &= 2.65 \text{ мм}, & h &= 0.5 \text{ мм} \\ \mu &= 0.3 \text{ пз}, & p_0 &= 1 \text{ атм}, & |w_0| &= 2.5 \text{ м/сек} \end{aligned}$$

В опытах применялся ударник в виде кругового цилиндра $R = 9.5 \text{ мм}$. Однако при $A \gg a$ и $B \gg b$ круг приближенно можно считать эллипсом, выбирая A и B из условия равенства площадей $AB = R^2$, так как в этом случае длины полуосей получаются близкими к R .

На фиг. 1 сначала видно уплотнение контура вдоль большой полуоси при $t = 25 \text{ мксек}$, затем при $t_* = 40 \text{ мксек}$ — продавливание и образование кумулятивной струи и, наконец, при $t = 55 \text{ мксек}$ — взрыв.



65 МКСЕК

56

53

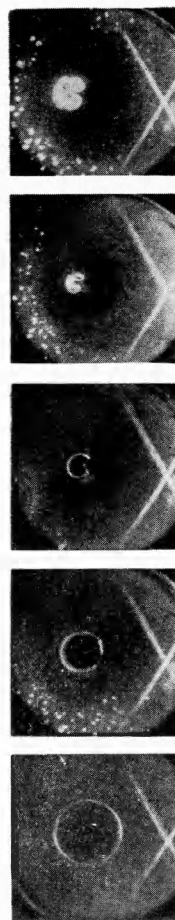
50

Фиг. 1

40

25

$t=0$



78 МКСЕК

68

57

Фиг. 4

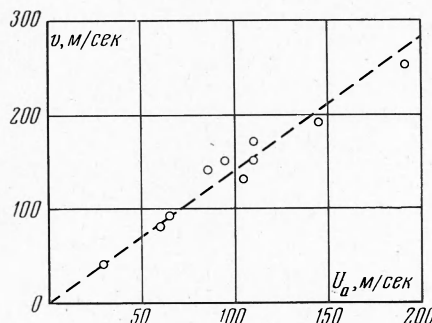
40

$t=0$

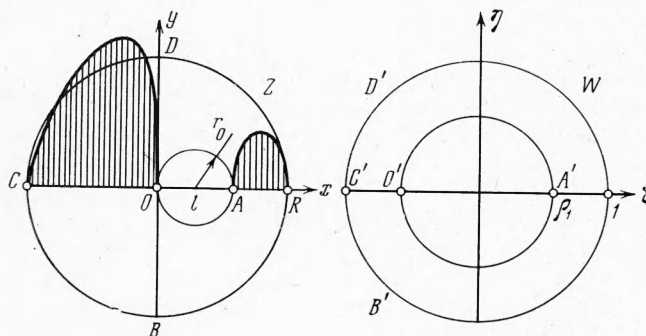
В экспериментах на покадровой съемке измерялось t_* — время образования кумулятивной струи. Для случаев $\alpha_0 = 0.68$, $\alpha_1 = 1.6$ и $\alpha_0 = 0.72$, $\alpha_1 = 1.6$ при $|w_0| = 1 \div 4$ м/сек безразмерные времена начала образования струй t_*/τ_0 оказались равными соответственно 0.19 и 0.148. Расчеты по формуле (10) дают значения $t_*/\tau_0 = 0.38$ и 0.26. В процессе схлопывания U_a возрастает, поэтому нижнюю границу t_*/τ_0 можно определить, подставляя в (10) α_0^* в момент продавливания. Такая коррекция при $\alpha_0^* = 0.54$ дает значения t_*/τ_0 соответственно 0.18 и 0.1, т. е. совпадение с опытом можно считать удовлетворительным.

В соответствии с теорией подобия [11] в формулу (10) не вошло число Рейнольдса, так как уравнения (1) и (2) не содержат плотности. Зависимость от Re появляется при учете инерционных членов [12]. Эксперимент также показывает слабую зависимость от Re.

На фиг. 2 приведены опытные данные по зависимости максимальной скорости струй V от скорости границы полости U_a вдоль оси a в момент продавливания. Условия опытов: $R = 9.5$ мм и разные $h_0 = 0.25 \div 1.0$ мм, $|w_0| = 1 \div 4$ м/сек, $2a = 7.5 \div 10$ мм и $2b = 4 \div 5$ мм.



Фиг. 2



Фиг. 3

Из фиг. 2 следует приближенная зависимость $V \approx 1.4U_a$. Используя (7) и (8), можно выразить отношение скоростей в момент продавливания и сравнить с экспериментом, который для случаев $\alpha_0 = 0.68$, $\alpha_1 = 1.6$ и $\alpha_0 = 0.72$, $\alpha_1 = 1.89$ дает значения U_a/U_b соответственно 1.9 и 2.0. Если считать, что в процессе схлопывания эллиптичность полости сохраняется, то в момент $t = t_*$ теория дает приблизительно 1.4 и 1.55. В начальный момент времени значения U_a/U_b , вычисленные из (7) и (8), будут соответственно 1.25 и 1.40.

Рассмотрим теперь сдавливание круговой полости радиуса r_0 , смещенной на расстояние l относительно центра ударника. Отобразим двухсвязную область (фиг. 3) на каноническую [13,14] при помощи дробно-линейной функции

$$w = \frac{R - \omega z}{z - \omega R}, \quad \rho_1 = \frac{R - \omega(l + r_0)}{l + r_0 - \omega R}, \quad w = \xi + i\eta$$

$$2Rl\omega = R^2 + l^2 - r_0^2 + [(R^2 + l^2 - r_0^2)^2 - 4R^2l^2]^{1/2} \quad (11)$$

переводящей точки $z = \pm R$ и $z = l \pm r_0$ соответственно в точки $w = \pm 1$ и $w = \pm \rho_1$.

Задачу определения поля давлений

$$\begin{aligned} p &= P + p_1, \quad p_1 = -\frac{K}{4}(x^2 + y^2 - R^2), \quad \rho \frac{\partial}{\partial \rho} \rho \frac{\partial P}{\partial \rho} + \frac{\partial^2 P}{\partial \theta^2} = 0 \\ P(1, \theta) &= 0, \quad P(\rho_1, \theta) = \frac{1}{4}K(r_0^2 - l^2 - R^2 + 2lX), \quad K = \frac{12\mu |w_0|}{h^3} \\ X &= \frac{R(1 + \omega^2)}{2\omega} + \frac{R(1 - \omega^2)(\omega^2 - \rho_1^2)}{2\omega\rho_1^2(1 + \lambda^2 - 2\lambda \cos \theta)}, \quad \lambda = -\frac{\omega}{\rho_1} < -1 \\ \theta &= \arctg \eta / \xi, \quad \rho^2 = \xi^2 + \eta^2 \end{aligned}$$

решаем в рядах

$$\begin{aligned} \frac{4p}{K} &= R^2 - x^2 - y^2 + \left[\frac{2Rl}{\omega} + r_0^2 - l^2 - R^2 \right] \frac{\ln \rho}{\ln \rho_1} + \\ &+ \frac{2Rl(1 - \omega^2)}{\omega} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (\rho^n - \rho^{-n})}{\rho_1^n - \rho_1^{-n}} \left(\frac{\rho_1}{\omega} \right)^n \cos n\theta \\ \xi &= -\omega + \frac{R(1 - \omega^2)(x - \omega R)}{(x - \omega R)^2 + y^2}, \quad \eta = \frac{Ry(\omega^2 - 1)}{(x - \omega R)^2 + y^2}, \quad \varphi = \ln \rho_1 \quad (12) \\ \left. \frac{\partial p}{\partial x} \right|_{\substack{x=l \pm r_0 \\ y=0}} &= -2(l \pm r_0) + \frac{[2lR + \omega(r_0^2 - l^2 - R^2)](1 - \omega^2)R}{\rho_1 \omega \ln \rho_1 (l \pm r_0 - \omega R)^2} + \\ &+ \frac{2lR^2(1 - \omega^2)^2}{\omega(l \pm r_0 - \omega R)^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\mp 1)^n n \operatorname{cth} qn}{\omega^n} \end{aligned}$$

Подстановка $\rho(x, y)$ и $\theta(x, y)$ в формулы (12) приводит к громоздкому выражению для определения p .

Однако для расчета p и $\operatorname{grad} p$ в характерных точках удобно непосредственно пользоваться (12), учитывая соответствие точек на плоскости z и w . Эпюра давлений в жидкости при смещенной полости качественно изображена на фиг. 3.

Из (12) следует, что $|\partial p / \partial x|_{l-r_0} > (\partial p / \partial x)_{l+r_0}$, так что продавливание и образование кумулятивной струи начинается со стороны, близлежащей к центру ударника. Это понятно и физически, так как при отсутствии полости максимум давления находится в центре [15, 16].

На фиг. 4 приведены фотографии из покадровой съемки лупой времени процесса схлопывания смещенной полости. В условиях опыта $h = 0.5$ мм, $r_0 = 3.5$ мм, $R = 9.5$ мм, $l = 1.3$ мм.

Из фиг. 4 видно одностороннее продавливание полости при $t_* = 57$ мксек и снос ее по потоку. При $t = 68$ мксек происходит воспламенение НГЦ и взрыв.

Большинство опытов по исследованию чувствительности НГЦ к удару легко объяснить, если рассчитать по Иогансону [4] график температуры поверхности полости в зависимости от отношения массы сгоревших капель m_+ к массе газа в полости m_0 , учитывая при этом зависимость m_+ от массы и скорости кумулятивной струи.

В соответствии с достигаемой в экспериментах степенью сжатия полости $\sigma = h_0 r_0^2 / h_* r_*^2 \approx 65$ была построена фиг. 5, на которой T_1 — температура сжатого газа с учетом охлаждения из-за прогревания капель, T_2 — температура после сгорания всех прогретых мелких капель массы m_+ , T_3 — температура жидкости на границе полости при этом, T_b (пунктир) — температура воспламенения, вычисленная для времени задержки взрыва 10^{-5} сек, что соответствует пролету капель через полость. Кривые T_1 и T_2 строились из соображений баланса энергии, а T_3 вычислялась

как температура на границе при соприкосновении двух по-разному нагретых полубесконечных тел

$$\frac{T_1}{T_0} = \frac{c_0 m_0 \gamma^{-1} + c_+ m_+}{c_0 m_0 + c_+ m_+}, \quad T_2 = T_1 + \frac{Q m_+}{(m_0 + m_+) c_p}$$

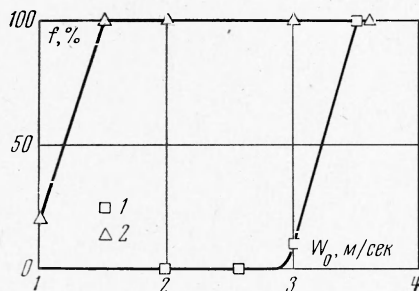
$$\frac{T_3}{T_0} = \frac{1 + \alpha T_2 / T_0}{1 + \alpha}, \quad \alpha^2 = (\lambda c p)_1 / (\lambda c p)_0, \quad T^* = \frac{T}{T_0}$$

Здесь Q — теплота реакции, $\gamma = 1.3$ — показатель адиабаты, c — теплоемкость, λ — коэффициент теплопроводности, индекс 1 относится к продуктам взрыва. Из фиг. 5 следует, что при малом количестве капель температура на стенке полости близка к температуре, которая определяется теплопроводностью от адиабатически нагретого газа, и при степенях сжатия $\sigma \lesssim 65$ взрыва не происходит. При относительно большом количестве капель температура самого газа в полости T_1 падает ниже температуры воспламенения жидкости. Поэтому оптимальным для развития взрыва является участок кривой $0.4 \lesssim m_+ / m_0 \lesssim 1.8$.

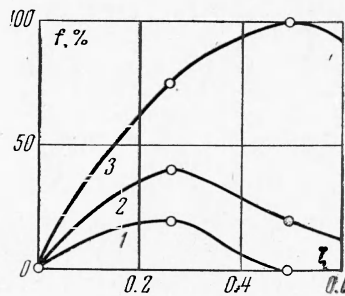
Из соображений подобия [11] следует, что спектр капель характеризуется сложной зависимостью

$$m_+ = h r_+^2 \rho_+ F \left(\frac{d_0}{h}, \frac{\rho_0 d_0 V^2}{\sigma_0}, \frac{\rho_+ V d_0}{\mu}, \frac{r_+}{h}, \Omega \right)$$

где m_+ — масса капель жидкости от молекулярных размеров (пары) до текущего диаметра d_0 , Ω — угол удара кумулятивной струи о жидкость



Фиг. 6



Фиг. 7

на границе полости, σ_0 — поверхностное натяжение. Так как вид функции F неизвестен, для оценки d_0 можно использовать критерий Вебера $\rho_0 V^2 d_0 / \sigma_0 \lesssim 10$, из которого следует, что наблюдавшийся в опытах при $\rho_0 \approx 10^{-2}$ г/см³, $\sigma_0 = 50$ дн/см, $V = 10^4$ см/сек максимальный диаметр капль был $d_0 \lesssim 5 \cdot 10^{-4}$ см. Такие капли успевали прогреваться за время пролета полости $t_+ \approx 2r_+ / V$, так как при $r_+ \approx 0.1$ см и коэффициенте температуропроводности НГЦ $\kappa \sim 10^{-3}$ см²/сек время прогрева $d_0^2 / \pi^2 \kappa \lesssim t_+$.

На фиг. 6 приведены результаты опытов по сравнению частоты взрывов с центральной круговой полостью ($r_0 = 2.5$ мм, $R = 9.5$ мм, $h_0 =$

$= 0.5 \text{ мм}$) — кривая 1 — и эллиптической с тем же начальным объемом $h a b = h_0 r_0^2$ и $a \approx 2b$ — кривая 2. Видно резкое увеличение частоты взрывов, которое происходит за счет усиления кумуляции и, следовательно, возрастания m_+ / m_0 (см. фиг. 5).

На фиг. 7 приведен график частоты взрывов при круговой полости тех же размеров, что и на фигуре 6, в зависимости от смещения $\xi = l / R$ ее центра для разных скоростей удара $|w_0| = 2, 2.5$ и 3 м/сек (соответственно кривые 1, 2 и 3). Увеличение ξ , приводящее к возрастанию скорости кумулятивной струи, сначала увеличивает частоту взрывов, но потом наблюдается падение f с ростом ξ , что объясняется наблюдавшимся в экспериментах вымыванием пузырьков за пределы ударника.

В заключение заметим, что местный разогрев жидкости за фронтом ударной волны при внедрении кумулятивной струи мал.

Считая для оценки всю внутреннюю энергию за фронтом волны тепловой $\Delta T < (u + V)^2 / 8c_v$, для стандартных условий опытов, когда $u + V \lesssim 300 \text{ м/сек}$, $c_v \approx 0.2 \text{ кал/г} \cdot \text{град}$, получим повышение температуры порядка 10° .

Покажем, что вязкий разогрев жидкости на контакте полости с поверхностью ударника также не приводит к воспламенению. Из решения [9] о сдвливании кругового слоя вязкой жидкости найдем, что градиент скорости

$$\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{3w_0 R}{h^3} (2z - h) \frac{y \ln \xi + 1 - \xi}{\sqrt{y} \ln \xi}, \quad h = h_0 \frac{1 + \beta \ln \beta - \beta}{1 + \xi \ln \xi - \xi}$$

$$\xi = \frac{r_+^2}{R^2} < 1, \quad \beta = \frac{r_0^2}{R^2}, \quad y = \frac{r^2}{R^2} \quad (13)$$

максимален при $z = 0$ и $z = h$ в точках $y = 1$ и $y = \xi$, причем $(\partial u / \partial z)_{y=1} < (\partial u / \partial z)_{y=\xi}$.

Максимальное повышение температуры без учета теплопроводности определяется диссипацией энергии.

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)_{y=\xi}^2, \quad \frac{\partial T}{\partial t} = w_0 \frac{\partial T}{\partial h} \frac{\partial h}{\partial \xi}$$

Учитывая (13), найдем

$$\Delta T = \frac{E}{(1 + \beta \ln \beta - \beta)^3} \int_{\beta}^{\xi} \frac{(1 + \xi \ln \xi - \xi)^4}{\xi \ln \xi} d\xi \quad (14)$$

$$E = 9\mu w_0 R^2 / \rho c_p h_0^3$$

Так как $-1 < \xi \ln \xi - \xi < 0$, то, мажорируя подынтегральное выражение (14), получаем

$$\Delta T \leq \frac{E}{(1 + \beta \ln \beta - \beta)^3} \ln \frac{\ln \beta}{\ln \xi}$$

т. е. за счет вязкости температура в жидкости возрастает очень медленно и для характерных условий опытов ($\beta = 0.25$, $\xi = 4 \cdot 10^{-3}$) составляет около 20° .

Поступила 30 XI 1970

ЛИТЕРАТУРА

1. Б о у д е н Ф. П., И о ф ф е А. Д. Быстрые реакции в твердых веществах. М., Изд-во иностр. лит., 1962.
2. З а б а х и н Е. И. Кумуляция энергии и ее границы. Усп. физ. н., 1965, т. 85, вып. 4, стр. 721.

3. Солоухин Р. И. О пузырьковом механизме ударного воспламенения в жидкости. Докл. АН СССР, 1961, т. 136, № 2.
 4. Johansson C. H. The initiation of liquid explosives by shock and the importance of liquid break up. Proc. Roy. Soc., Ser. A, 1958, vol. 246, No. 1245.
 5. Johansson C. H., Selberg H. L. The ignition mechanism of high explosives. Appl. Sci. Res., Ser. A, 1956, vol. 5, No. 6.
 6. Боболев В. К., Дубовик А. В. Кумулятивные струи при схлопывании ударом полостей в тонких слоях жидкостей. ПМТФ, 1970, № 2.
 7. Корнфельд М. И. Упругость и прочность жидкостей. М.—Л., Гостехтеоретиздат, 1951.
 8. Лаврентьев М. А. Кумулятивный заряд и принципы его работы. Усп. матем. н., 1957, т. 12, вып. 4, стр. 76.
 9. Андрианкин Э. И., Боболев В. К., Дубовик А. В. Схлопывание цилиндрической полости в слое жидкости при ударе. ПМТФ, 1970, № 6.
 10. Тихонов А. Н., Самарский А. А. Уравнения математической физики. М., Гостехтеоретиздат, 1953.
 11. Седов Л. И. Методы подобия и размерности в механике. М., «Наука», 1965.
 12. Андрианкин Э. И. Растекание вязкой капли при ударе. ПМТФ, 1966, № 5, стр. 142.
 13. Лаврентьев М. А., Шабат Б. В. Методы теории функций комплексного переменного. М., Физматгиз, 1958.
 14. Келдыш М. В. Конформное отображение многосвязных областей на канонические области. Усп. матем. н., 1939, вып. 6, стр. 90.
 15. Покровский Г. И. Взрыв. М., «Недра», 1964.
 16. Кедринский В. К., Солоухин Р. И. Сжатие сферической газовой полости в воде ударной волной. ПМТФ, 1961, № 1, стр. 27.
-