

## Вычислительно-эффективная модель турбулентности для моделирования рассеяния загрязнений

Л.И. Курбацкая<sup>1</sup>, А.Ф. Курбацкий<sup>2\*</sup>

<sup>1</sup>Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН  
630090, г. Новосибирск, пр. Академика Лаврентьева, 6

<sup>2</sup>Институт теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича СО РАН  
630090, г. Новосибирск, ул. Институтская, 4/1

Поступила в редакцию 30.12.2016 г.

Комбинированное влияние орографии и температурной стратификации на дисперсию загрязняющих веществ в городском острове тепла численно моделируется на основе трехпараметрического  $E - \varepsilon - \langle \theta^2 \rangle$  (T-RANS) подхода для термической проникающей конвекции над островом тепла. Для дисперсии трассера от поверхностного источника в устойчиво стратифицированной атмосфере при слабом ветре используются две модели вектора турбулентного потока концентрации  $\langle u_i c \rangle$ : явная алгебраическая и вычисление потока концентрации из прогностического уравнения. В обеих моделях корреляция  $\langle c\theta \rangle$  между флуктуациями концентрации и температуры находится из решения прогностического уравнения. Алгебраическая модель минимизирует трудности в моделировании турбулентного переноса в условиях устойчиво стратифицированной атмосферы и дает результаты приемлемой точности по сравнению с полной прогностической моделью для вектора турбулентного потока концентрации.

*Ключевые слова:* турбулентность, устойчивая стратификация, атмосферный пограничный слой, рассеяние примесей, моделирование; turbulence, stable stratification, atmospheric boundary layer, pollution dispersion, modeling.

### Введение

Прогноз комплексного взаимодействия между проникающей термической конвекцией над городским островом тепла и эмиссией загрязнений имеет важное значение для оценки рассеяния опасных примесей в воздушной среде, которое может представлять угрозу для человеческого здоровья, оптимального управления качеством воздуха, планирования оптимальной локализации промышленных зон, городской системы управления движением транспорта, особенно во время критических метеорологических ситуаций.

Используемая для этих целей практика, основанная на полумпирических методах и интегральном моделировании дисперсии загрязнений с заданными условиями ветра, не дает приемлемой точности результатов, поскольку явления на микро- и мезомасштабах находятся под доминирующим влиянием плавучести и их описание невозможно при таких подходах.

В настоящей статье оцениваются две модели турбулентной диффузии трассера применительно к ситуациям эмиссии загрязнений в условиях устойчиво стратифицированной атмосферы (рис. 1).

### Эйлерова модель турбулентной диффузии пассивного скаляра от непрерывного источника в устойчиво стратифицированной атмосфере

Для описания турбулентной диффузии пассивного скаляра базовая трехпараметрическая  $E - \varepsilon - \langle \theta^2 \rangle$  (T-RANS) модель турбулентности должна быть дополнена моделью вектора турбулентного потока пассивного скаляра  $\langle u_i c \rangle$  и дифференциальным уравнением переноса для корреляции между флуктуациями концентрации и температуры  $\langle c\theta \rangle$ . Вместе с уравнением для осредненной концентрации  $C(x_i, t)$  они образуют замкнутую систему уравнений для вычисления характеристик поля концентрации. Поскольку результаты моделирования переноса активной примеси (тепла) над нагретым диском [1, 2] удовлетворительно согласуются с данными измерений [3], для турбулентного потока пассивного скаляра (массы вещества) также может быть сформулирована полностью явная анизотропная алгебраическая модель. Упрощение дифференциального уравнения переноса для вектора турбулентного потока скаляра  $\langle u_i c \rangle$  в приближении локально равновесной турбулентности дает полностью явную алгебраическую модель. Определяющие уравнения для поля концентрации пассивного скаляра имеют вид

\* Людмила Ивановна Курбацкая (L.Kurbatskaya@ommgr.sscs.ru); Альберт Феликсович Курбацкий (kurbat@itam.nsc.ru).

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r C U_r + \frac{\partial}{\partial z} C U_z = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \langle u_r c \rangle - \frac{\partial}{\partial z} \langle u_z c \rangle; \quad (1)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \langle u_r c \rangle}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \langle u_r c \rangle U_r + \frac{\partial}{\partial z} \langle u_r c \rangle U_z = \\ & = -\left( \langle u_r^2 \rangle \frac{\partial C}{\partial r} + \langle u_r u_z \rangle \frac{\partial C}{\partial z} \right) - \left( \langle u_r c \rangle \frac{\partial U_r}{\partial r} + \langle u_z c \rangle \frac{\partial U_z}{\partial z} \right) + \\ & + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \alpha_{1s} \frac{E}{\varepsilon} \langle u_r^2 \rangle \frac{\partial \langle u_r c \rangle}{\partial z} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \alpha_{1s} \frac{E}{\varepsilon} \langle u_r u_z \rangle \frac{\partial \langle u_r c \rangle}{\partial z} \right) + \\ & + \frac{\partial}{\partial z} \left( r \alpha_{1s} \frac{E}{\varepsilon} \langle u_r u_z \rangle \frac{\partial \langle u_r c \rangle}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( r \alpha_{1s} \frac{E}{\varepsilon} \langle u_z^2 \rangle \frac{\partial \langle u_r c \rangle}{\partial z} \right) - \\ & - \alpha_{1c} \frac{\varepsilon}{E} \langle u_r c \rangle; \quad (2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \langle u_z c \rangle}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \langle u_z c \rangle U_r + \frac{\partial}{\partial z} \langle u_z c \rangle U_z = \\ & = -\left( \langle u_z^2 \rangle \frac{\partial C}{\partial z} + \langle u_r u_z \rangle \frac{\partial C}{\partial r} \right) - \left( \langle u_r c \rangle \frac{\partial U_z}{\partial r} + \langle u_z c \rangle \frac{\partial U_z}{\partial z} \right) + \\ & + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \alpha_{1s} \frac{E}{\varepsilon} \langle u_r^2 \rangle \frac{\partial \langle u_z c \rangle}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \alpha_{1s} \frac{E}{\varepsilon} \langle u_r u_z \rangle \frac{\partial \langle u_z c \rangle}{\partial z} \right) + \\ & + \frac{\partial}{\partial z} \left( r \alpha_{1s} \frac{E}{\varepsilon} \langle u_r u_z \rangle \frac{\partial \langle u_z c \rangle}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( r \alpha_{1s} \frac{E}{\varepsilon} \langle u_z^2 \rangle \frac{\partial \langle u_z c \rangle}{\partial z} \right) - \\ & - \alpha_{1c} \frac{\varepsilon}{E} \langle u_z c \rangle - (1 - \alpha_{2c}) \langle c \theta \rangle \beta g; \quad (3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \langle c \theta \rangle}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \langle c \theta \rangle U_r + \frac{\partial}{\partial z} \langle c \theta \rangle U_z = -\alpha_{3c} \frac{\varepsilon}{E} \langle c \theta \rangle + \\ & + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \alpha_{2s} \frac{v_t}{S c_t} \right] \frac{\partial \langle c \theta \rangle}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \alpha_{2s} \frac{v_t}{S c_t} \right] \frac{\partial \langle c \theta \rangle}{\partial z} - \\ & - \left\{ \langle u_r c \rangle \frac{\partial T}{\partial r} + \langle u_z c \rangle \frac{\partial T}{\partial z} + \langle u_r \theta \rangle \frac{\partial C}{\partial r} + \langle u_z \theta \rangle \frac{\partial C}{\partial z} \right\}; \quad (4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & - \langle u_j c \rangle = C_T \frac{E^2}{\varepsilon} \sqrt{2R} \frac{\partial C}{\partial x_i} - \frac{\sqrt{2R} E}{C_{10} \varepsilon} \times \\ & \times \left[ 2v_t + (1 - \alpha_{2c}) D_t \right] \frac{1}{2} \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) + \\ & + (1 - C_{2\theta}) D_t \frac{1}{2} \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial C}{\partial x_j} + \\ & + \frac{1 - \alpha_{2c}}{\alpha_{1c}} \frac{E}{\varepsilon} g_i \beta \langle c \theta \rangle, \quad (5) \end{aligned}$$

где  $U_r$  – средняя горизонтальная скорость,  $U_z$  – средняя вертикальная скорость (конкретный вид уравнений для осредненных скоростей и температуры приведен в [1, 2]);  $u_r$  – горизонтальная турбулентная флуктуация скорости,  $u_z$  – вертикальная турбулентная флуктуация скорости;  $T$  – средняя температура;  $\theta$  – турбулентная флуктуация температуры;

$C(x_i, t)$  – средняя концентрация примеси;  $c$  – турбулентная флуктуация концентрации;  $\langle u_i c \rangle$  – вектор турбулентного потока скаляра (вертикальная компонента потока скаляра  $\langle u_z c \rangle$  и горизонтальная (радиальная) компонента потока скаляра  $\langle u_r c \rangle$  здесь не выписываются и могут быть легко получены из (5));  $\langle c \theta \rangle$  – корреляция между флуктуациями концентрации и температуры;  $v_t = C_\mu E^2 / \varepsilon$  – коэффициент вихревой вязкости;  $D_t = C_D \sqrt{2R} E^2 / \varepsilon$  – коэффициент турбулентной диффузии скаляра,  $R = \tau_c / \tau$  – параметр отношения характерных масштабов скалярного ( $\tau_c$ ) и динамического ( $\tau$ ) времени турбулентных полей;  $\beta$  – коэффициент термического расширения;  $g$  – ускорение силы тяжести; коэффициент  $C_D = 0,095$ .

Ось  $z$  направлена вертикально вверх. При записи уравнений (1)–(5) в безразмерном виде используются те же параметры, что и в [1, 2]. Постоянные коэффициенты в (1)–(5) выбраны на основании следующих соображений. Численное значение диссипативной константы  $\alpha_{1c}$  первоначально было взято, как и в [1], равным значению постоянной  $C_{10} = 3,28$  в выражении для турбулентного потока тепла. Однако, как показали тестовые численные испытания моделей (1)–(5), корректная генерация полей  $C$  и  $\langle c \theta \rangle$ , имеющих нулевые значения в начальный момент времени, требует увеличения численного значения постоянной  $\alpha_{1c}$  до 5,5. Отсутствие экспериментальных данных о поведении корреляции  $\langle c \theta \rangle$  не позволяет оценить ее численное значение из решения простых «предельных» задач. По этой причине численное значение постоянной  $\alpha_{3c}$  в диссипативном члене уравнения (4) полагалось равным, как и в [1], численному значению постоянной  $C_{10}$ . Постоянная  $\alpha_{2c}$  определяет в параметризации корреляции скалярного поля с пульсациями давления степень влияния эффектов плавучести на вертикальный перенос примеси потоком  $\langle u_r c \rangle$ . Постоянная  $C_{2\theta}$  в анизотропной модели турбулентного потока тепла [1, 2] определяет, в свою очередь, влияние эффектов плавучести на вертикальный перенос тепла. Ее численное значение, откалиброванное при решении различных задач термически стратифицированных турбулентных течений, равно 0,5. Обычно принимаемое допущение полагает эти постоянные коэффициенты равными друг другу:  $C_{2\theta} = \alpha_{2c}$ .

Далее, следуя [1], в определяющей системе уравнений диффузионной модели (1)–(5) коэффициент  $(2/3\alpha_{1c})$  в первом члене правой части (5) заменен коэффициентом  $C_T$  с тем, чтобы первый член в правой части (5) давал простую модель Буссинеска для вихревой диффузии. Во всех других членах правой части уравнения (5) постоянный коэффициент  $\alpha_{1c}$  остается независимой постоянной величиной. Коэффициенты  $C_\mu$ ,  $C_T$  имеют «стандартные» значения, откалиброванные при моделировании эволюции однородной турбулентности в условиях устойчивой стратификации:  $C_\mu = C_T = 0,095$ . Параметр отношения временных масштабов принимается величиной постоянной ( $R = 0,6$ ), турбулентное число Шмидта  $S c_t = 0,9$ , значение постоянной  $\alpha_{2s} = 0,15$ .

Уравнения (1)–(4) представляют собой прогностическую модель вторых моментов для поля концентрации. Явная алгебраическая модель – уравнения (1), (4) и (5). Для реализации обоих вариантов модели, явной алгебраической и полной прогностической (1)–(5), поле скорости и температуры, а также турбулентная статистика находятся по трехпараметрической  $E - \varepsilon - \langle \theta^2 \rangle$  RANS-модели [1, 2].

Сформулированная модель турбулентной диффузии пассивного скаляра используется для решения задачи о распространении пассивного трассера от непрерывного источника заданной производительности  $Q$ , расположенного на поверхности (рис. 1). Начало источника совпадает с осью расчетной цилиндрической области ( $r/D = 0$ ). Вертикальный размер источника полагается равным величине одного расчетного шага  $\Delta z = 0,05$ . На источнике задается постоянный вертикальный поток массы вещества  $-D_m(\partial C/\partial z) = H_c$ , где  $D_m = \nu/Sc$  – коэффициент молекулярной диффузии,  $\nu$  – коэффициент кинематической вязкости,  $Sc$  – молекулярное число Шмидта. Поток примеси  $H_c = Q/(\Delta r/D)$ , а протяженность источника массы по радиальной координате  $\Delta r/D$  ( $\Delta = 0,5$ ) равна протяженности источника тепла (кругового диска диаметра  $D$  на рис. 1). Величина  $Q$  задается из условия, что число Рейнольдса  $Re = Q/\nu$  обеспечивает поступление примеси из источника без начального импульса и таким образом лимитируется скоростью натекающего на источник внешнего потока. В начальный момент времени окружающая среда находится в покое, начальные поля концентрации  $C$  и корреляции  $\langle c\theta \rangle$  равны нулю.

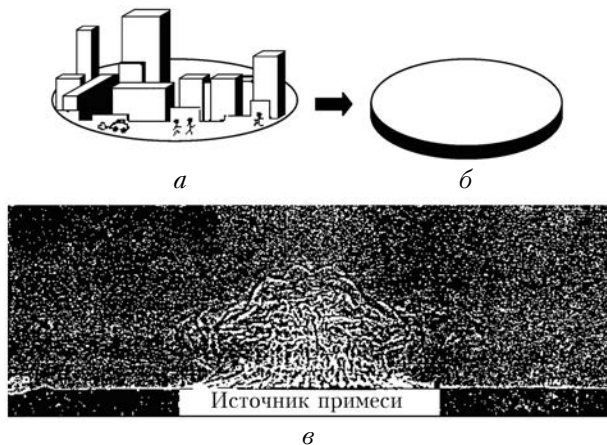


Рис. 1. Реальный источник тепла и примесей (а); лабораторная модель для прототипа (б); теневая фотография развиготого турбулентного факела над нагретым диском (в)

На нижней границе области интегрирования, имеющей форму цилиндра ( $z = 0$ ), граничные условия имеют вид

$$E = \langle \theta^2 \rangle = \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} = \frac{\partial C}{\partial z} = \frac{\partial \langle c\theta \rangle}{\partial z} = 0, \quad (6)$$

на верхней границе ( $z = Z$ )

$$\frac{\partial C}{\partial z} = \frac{\partial \langle c\theta \rangle}{\partial z} = 0. \quad (7)$$

При  $r = 0$  задаются условия симметрии. Такие же условия использованы и на внешней границе области интегрирования, расположенной от оси цилиндрической области на расстоянии  $1,8r/D$ . Вектор скорости  $U_j$  полагается равным нулю на нижней границе. Течение в вязком подслое не разрешалось, поскольку данные измерений базового эксперимента [3] получены для крупномасштабной циркуляции (без разрешения вязкого подслоя).

Система уравнений диффузионной модели (1)–(5) при сформулированных граничных условиях (6), (7) решалась численно с использованием полунейвной схемы переменных направлений (вторая схема с разностями против потока [4], сохраняющая при определенных ограничениях второй порядок аппроксимации) и метода прогонки на смещенной разностной сетке. Для сохранения свойств консервативности и транспортности разностной схемы уравнения записывались в разностном виде в приграничных узлах сетки со вторым порядком и с использованием граничных условий. Вычисления проведены на однородной сетке: 25 узлов по горизонтальной координате (с шагом  $\Delta r = 0,07$ ) и 116 узлов по вертикальной координате (с шагом  $\Delta z = 0,05$ ).

## Результаты моделирования рассеяния пассивной примеси от непрерывного источника над городским островом тепла

Моделирование распространения пассивной примеси от непрерывного поверхностного источника над городским островом тепла (см. рис. 1) преследовало цель выявить роль эффектов плавучести на распределение средней концентрации примеси в перемешанном и инверсионном слоях. Следует при этом отметить, что поскольку нет данных измерений по рассеянию примеси от поверхностного источника над городским островом тепла в рассматриваемый критический метеорологический период, нет возможности подвергнуть результаты численной реализации диффузионной модели (1)–(5) прямой количественной проверке. Однако о степени их достоверности можно судить по косвенным признакам. Во-первых, аналогичная по своей сути модель переноса активной примеси (тепла) дает результаты [1, 2], вполне удовлетворительно согласующиеся с данными прямых инструментальных измерений [3]. Во-вторых, точность численного решения проверена на последовательно измельченных сетках ( $25 \times 116$  узлов по горизонтали и вертикали соответственно и  $50 \times 232$  узла). Поэтому приводимые ниже результаты следует оценивать с учетом сделанных замечаний. Все численные результаты ниже показаны для квазиустановившегося режима развития городского острова тепла [3] (рис. 1, в).

Результаты моделирования структуры крупномасштабной турбулентной циркуляции над городским островом тепла (поведение различных турбулентных величин полей скорости и температуры) можно найти в [1, 2]; здесь они не приводятся.

Рис. 2 демонстрирует интенсивное восходящее движение над источником, генерируемое двумя крупномасштабными вихрями (см. в [1, 2]), транспортирующими примесь от источника (на подстилающей поверхности, рис. 1, *а*) и диска в лабораторной модели, рис. 1, *б*) в перемешанный слой ( $z_i$  — высота перемешанного слоя) и затем выше, в инверсионный слой.

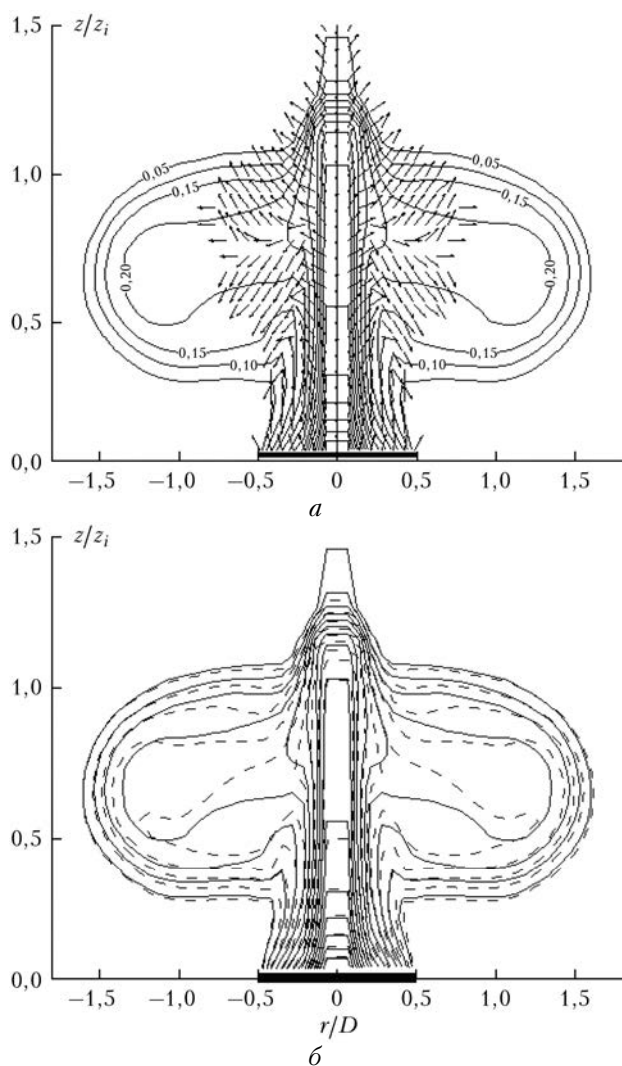


Рис. 2. Контуры поля концентрации и векторного поля турбулентных потоков концентрации трассера над городским островом тепла (*а*); контуры поля концентрации, вычисленные по прогностической модели — сплошная линия, по явной алгебраической модели — штриховая линия (*б*)

На рис. 2, *а* показаны контуры средней концентрации (сплошными линиями) и векторное поле турбулентных потоков концентрации  $\langle u_r c \rangle$ ,  $\langle u_z c \rangle$ . Векторное поле отчетливо фиксирует проникновение пассивного скаляра (концентрации) в инверсионный

слой и выше, в пограничный слой атмосферы, гравитационное растекание внутри инверсионного слоя и быструю диффузию внутри перемешанного слоя (векторное поле показано стрелками одинаковой длины). Такое поведение турбулентного поля скаляра находится в качественном согласии с лабораторными измерениями плавучих плумов в конвективном пограничном слое [5, 6].

На рис. 2, *б* приведены контуры средней концентрации, вычисленные по явной алгебраической модели (штриховые линии) и по полной прогностической модели для турбулентных потоков концентрации (сплошные линии). Различие в уровне концентрации вблизи источника не превышает 5%, из чего можно заключить, что явная алгебраическая модели турбулентной диффузии пассивной примеси вполне пригодна для моделирования рассеяния загрязнений в атмосфере.

## Заключение

Сформулирована эйлерова модель для описания распространения пассивной примеси в устойчиво стратифицированном пограничном слое атмосферы. Полностью явные алгебраические выражения для компонент вектора турбулентного потока скаляра физически корректно учитывают влияние плавучести на перенос примеси. Модель обладает требуемой эффективностью для решения различных задач переноса примесей в пограничном слое атмосферы и реализуется с помощью ясного вычислительного метода. Моделирование распространения пассивной примеси от непрерывного поверхностного источника над городским островом тепла с помощью разработанной трехпараметрической теории турбулентного переноса импульса, тепла и вещества позволило получить результаты, качественно согласующиеся с данными недавних лабораторных измерений распространения пассивной примеси в конвективном пограничном слое. В частности, модель воспроизводит проникновение примеси из слоя перемешивания в инверсионный слой.

Работа выполнена при финансовой поддержке программы Президиума РАН 1.33П «Фундаментальные проблемы математического моделирования» и гранта РФФИ № 17-01-00137.

1. Курбацкий А.Ф., Курбацкая Л.И. Проникающая турбулентная конвекция над островом тепла в устойчиво стратифицированной окружающей среде // Изв. АН. Физ. атмосф. и океана. 2001. Т. 37, № 2. С. 1–13.
2. Курбацкий А.Ф., Курбацкая Л.И. Турбулентная циркуляция над поверхностным источником тепла в устойчиво стратифицированной окружающей среде // Теплофиз. и аэромеханика. 2016. Т. 23, № 5. С. 703–719.
3. Lu J., Araya S.P., Snyder W.H., Lawson R.E., Jr. A laboratory study of the urban heat island in a calm and stably stratified environment // J. Appl. Meteorol. 1997. V. 36. P. 1377–1402.
4. Роуи П. Вычислительная гидродинамика. М.: Мир, 1980. 616 с.

5. Snyder W.H., Lawson R.E., Jr., Shipman M.S., Lu J. Fluid modeling of atmospheric dispersion in the convective boundary layer // Bound.-Layer Meteorol. 2002. V. 102. P. 335–366.
6. Weil J.C., Snyder W.H., Lawson R.E., Jr., Shipman M.S. Experiments on buoyant plume dispersion in a laboratory convection tank // Bound.-Layer Meteorol. 2002. V. 102. P. 367–414.

*L.I. Kurbatskaya, A.F. Kurbatskii.* **Computationally efficient turbulence model for pollution propagation simulation.**

The combined effect of orography and temperature stratification on the dispersion of pollutants in an urban heat island is simulated on the basis of three-parametric  $E - \epsilon - \langle \theta^2 \rangle$  (T - RANS) approach to thermally penetrating convection above the heat island. Two models of the concentration turbulent flow are used for the dispersion of a tracer from a surface source into a stably stratified atmosphere  $\langle u_i c \rangle$ , i.e., the implicit algebraic model and calculation from a prognostic equation. The correlation  $\langle c\theta \rangle$  between the concentration and temperature fluctuations is found from the solution of a prognostic equation in the both models. The algebraic model minimizes the difficulties in the simulation of turbulent transfer in a stably stratified atmosphere and provides for the results with acceptable accuracy as compared to the complete prognostic model of the concentration turbulent flow.