

скорость становится постоянной для квадратичного закона трения ($\bar{w}(\bar{x}, \bar{t}) = 1,56$) и для зоны Блазиуса ($\bar{w}(\bar{x}, \bar{t}) = 1,67$), а для линеаризованной системы к моменту времени ($\bar{t}=4,5$) $\bar{w}(\bar{x}, \bar{t}) = 0,62$.

На фиг. 6 показано распределение давления по длине трубопровода при граничных условиях (11). С течением времени давление в трубопроводе возрастает, и к моменту $\bar{t}=6,0$ для режима гидравлически гладких труб, $\bar{t}=7,2$ для квадратичного закона трения и $\bar{t}=7,5$ для линеаризованной системы уравнений переходный процесс заканчивается. Следует отметить, что значения давления и скорости, полученные по линеаризованной системе уравнений при граничных условиях (11), ниже соответствующих значений для режима Блазиуса и квадратичного закона трения.

Из приведенных результатов следует, что применяемая линеаризация уравнений неуставновившегося движения жидкости в трубопроводах вносит существенную погрешность при определении давления (45—55%) и скорости (40—70%). Максимальное расхождение соответствующих результатов расчетов по формулам режима Блазиуса и квадратичного закона трения не превышает 10% для скорости и 12% для давления.

Поступила 23 XII 1974

ЛИТЕРАТУРА

- Чарный И. А. Неустановившееся движение реальной жидкости в трубах. М., Гостехтеориздат, 1951.
- Владиславлев А. С., Писаревский Б. М., Писаревский В. М., Радченко В. П. О газодинамическом расчете пульсирующего потока в трубопроводах.— ПМТФ, 1972, № 4, с. 85—88.
- Васильев О. Ф., Годунов С. К. и др. Численный метод расчета распространения длинных волн в открытых руслах и приложение его к задаче о паводке.— «Докл. АН СССР», 1963, т. 151, № 3, с. 525—527.
- Мороз П. А., Галицков Н. Ф., Прохоров Б. М. Экспериментальные исследования гидродинамических процессов на трубопроводе.— В кн.: Транспорт и хранение нефти и нефтепродуктов. ЦНИИТЭнефтегаз, 1964, № 6, с. 7—12.

УДК 536.25

УСТОЙЧИВОСТЬ КОНВЕКТИВНОГО ДВИЖЕНИЯ В ПЛОСКОМ ВЕРТИКАЛЬНОМ СЛОЕ ЖИДКОСТИ С ПРОНИЦАЕМЫМИ ГРАНИЦАМИ

B. M. Шихов

(Пермь)

Рассматривается задача об устойчивости стационарного конвективного движения вязкой несжимаемой жидкости в капале между проницаемыми вертикальными плоскостями, нагретыми до разной температуры, при наличии однородного поперечного продувка. Численно определены границы устойчивости для разных значений числа Прандтля Rg и числа Пекле Re , характеризующего интенсивность поперечного движения. Полученные результаты показывают существенное влияние поперечного продувка как на гидродинамический механизм неустойчивости, так и на неустойчивость, связанную с нарастанием в потоке тепловых волн.

В работах [1—7] подробно исследована устойчивость стационарного конвективного движения между вертикальными параллельными плоскостями, нагретыми до разной температуры. Показано существование неустойчивости монотонного типа, имеющей гидродинамическую природу,

и колебательного типа, связанной с нарастанием в потоке тепловых волн. Предполагалось, что стенки канала непроницаемы для вещества и вдувание или отсасывание жидкости на границах отсутствует, хотя вдувание и отсасывание жидкости через проницаемые границы может оказывать существенное влияние на устойчивость возникающего стационарного движения и служить одним из способов управления гидродинамической и конвективной неустойчивостью. Известно, что наличие поперечного движения приводит к значительному повышению устойчивости ламинарного пограничного слоя [8, 9] и плоского течения Пуазейля [10, 11]. В работе [12] показано, что поперечный продув увеличивает критическое число Рэлея, определяющее возникновение конвекции в горизонтальном слое, подогреваемом снизу.

1. Рассмотрим плоский вертикальный слой вязкой несжимаемой жидкости, ограниченный бесконечными плоскостями $x = \pm h$, нагретыми до разных температур $\pm \theta$. Пусть на поверхности $x = -h$ имеется однородное вдувание жидкости со скоростью v_0 , а на поверхности $x = h$ — однородное отсасывание с той же скоростью. Таким образом, возникающее стационарное движение есть наложение однородного поперечного потока на плоскопараллельное конвективное течение

$$v_x = v_0, \quad v_y = 0; \quad v_z = u_0(x),$$

где $v_0 = \text{const}$.

Уравнения стационарной конвекции имеют вид

$$(1.1) \quad \begin{aligned} \frac{\text{Pe}}{\text{Pr}} u'_0 - u''_0 - T'_0 &= -\frac{\partial p_0}{\partial z} = c, \\ \text{Pe} T'_0 &= T''_0 \quad \left(\text{Pe} = \frac{v_0 h}{\chi}, \quad \text{Pr} = \frac{\nu}{\chi} \right), \end{aligned}$$

где u_0 , T_0 , p_0 — соответственно вертикальная скорость, абсолютная температура, давление; Pe — число Пекле, характеризующее интенсивность поперечного движения; Pr — число Прандтля; ν — коэффициент кинематической вязкости; χ — коэффициент температуропроводности; c — постоянная разделения переменных. В качестве единиц расстояния, времени, температуры, скорости и давления введены соответственно h , h^2/ν , θ , $g\beta\theta h^2/\nu$ и $\rho g\beta\theta h$, где g — ускорение силы тяжести; ρ — плотность; β — коэффициент теплового расширения.

На границах канала температура задана, а вертикальная составляющая скорости обращается в нуль

$$(1.2) \quad T_0(-1) = -1, \quad T_0(1) = 1, \quad u_0(\pm 1) = 0.$$

К этим условиям добавим еще одно: расход жидкости через поперечное сечение канала равен нулю

$$(1.3) \quad \int_{-1}^{+1} u_0(x) dx = 0.$$

Из (1.1) с учетом (1.2), (1.3) находим распределения температуры и вертикальной составляющей скорости возникающего движения

$$(1.4) \quad T_0(x) = \frac{1}{\text{sh Pe}} (\text{e}^{\text{Pe}x} - \text{ch Pe});$$

$$u_0(x) = c_0 (\text{e}^{\text{Pe}x} - x \text{sh Pe} - \text{ch Pe}) + c_1 \left(\text{e}^{\frac{\text{Pe}}{\text{Pr}} x} - x \text{sh} \frac{\text{Pe}}{\text{Pr}} - \text{ch} \frac{\text{Pe}}{\text{Pr}} \right), \quad \text{где}$$

$$c_0 = \frac{\text{Pr}}{\text{Pe}^2 (1 - \text{Pr}) \text{sh Pe}},$$

$$c_1 = - \frac{c_0 \left(\operatorname{ch} Pe - \frac{1}{Pe} \operatorname{sh} Pe \right)}{\operatorname{ch} \frac{Pe}{Pr} - \frac{Pr}{Pe} \operatorname{Sh} \frac{Pe}{Pr}}.$$

При отсутствии поперечного потока жидкости ($Pe=0$) из соотношений (1.4) предельным переходом получим линейное распределение температуры $T_0=x$ и кубический профиль скорости $u_0 = \frac{x}{6}(1-x^2)$, которые имели место для слоя с непроницаемыми границами. Наличие поперечной составляющей скорости ($Pe \neq 0$) приводит к искажению профиля T_0 , который перестает быть линейной функцией поперечной координаты. При больших значениях параметра Pe возле одной из границ образуется температурный пограничный слой. Поперечное движение приводит и к искажению стационарного распределения вертикальной составляющей скорости. При этом существуют два механизма, деформирующие u_0 :

- а) конвективный, связанный с указанным искажением стационарного распределения температуры;
- б) гидродинамический, связанный с взаимодействием поперечного потока с конвективным плоскопараллельным течением и описываемый нелинейными членами уравнения Навье—Стокса.

На фиг. 1 приведены стационарные распределения температуры T_0 и скорости u_0 для $Pr=2$ и $Pe=3$. Для сравнения штрихом указаны T_0 и u_0 в случае непроницаемых границ. Поперечное движение приводит к уменьшению интенсивности потоков и асимметрии профиля вертикальной составляющей скорости.

2. Для исследования устойчивости возникающего непараллельного движения жидкости запишем уравнения малых возмущений стационарных распределений температуры и скорости. Анализ показывает, что (как и в случае течения) между непроницаемыми границами [13] кризис рассматриваемого течения связан с развитием плоских возмущений, для описания которых введем функцию тока $\psi(x, z, t)$, связанную с компонентами скорости формулами

$$v_x = \frac{\partial \psi}{\partial z}; \quad v_y = 0; \quad v_z = -\frac{\partial \psi}{\partial x}.$$

Система уравнений для возмущений функции тока и температуры имеет вид

$$(2.1) \quad \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \Delta \psi + \frac{Pe}{Pr} \frac{\partial}{\partial x} \Delta \psi + Gr \left(u_0 \frac{\partial}{\partial z} \Delta \psi - u_0'' \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) = \\ = \Delta \Delta \psi - \frac{\partial T}{\partial x}; \end{aligned}$$

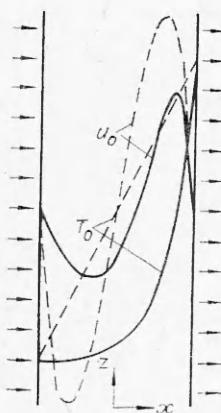
$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{Pe}{Pr} \frac{\partial T}{\partial x} + Gr \left(u_0 \frac{\partial T}{\partial z} + T_0' \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) = \frac{1}{Pr} \Delta T,$$

где

$$Gr = \frac{g \beta \epsilon h^3}{\nu^2} — \text{число Грасгофа}; \quad \Delta \equiv \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}.$$

Введем возмущения вида

$$(2.2) \quad \begin{aligned} \psi(x, z, t) &= \varphi(x) e^{-\lambda t + ikz}; \\ T(x, z, t) &= \tau(x) e^{-\lambda t + ikz}, \end{aligned}$$



Фиг. 1

где $\varphi(x)$ и $\tau(x)$ — амплитуды возмущений; k — вещественное волновое число; $\lambda = \lambda_r + i\lambda_i$ — комплексный декремент возмущений. Граница устойчивости определяется условием $\lambda_r = 0$; мнимая часть декремента λ_i определяет фазовую скорость возмущения.

Подставляя (2.2) в (2.1), получаем систему уравнений для амплитуд возмущений

$$(2.3) \quad ik \operatorname{Gr} [u_0(\varphi'' - k^2\varphi) - \dot{u}_0\dot{\varphi}] - \lambda(\varphi'' - k^2\varphi) = (\varphi^{IV} - 2k^2\varphi'' + \\ + k^4\varphi) - \frac{Pe}{Pr}(\varphi''' - k^2\varphi') - \tau' ; \\ ik \operatorname{Gr} Pr [u_0\tau + T'_0\varphi] - \lambda Pr \tau = (\tau'' - k^2\tau) - Pe \tau' .$$

Условия обращения в нуль возмущений температуры и скорости на стенке приводят к однородным граничным условиям

$$(2.4) \quad \tau(\pm 1) = \varphi(\pm 1) = \varphi'(\pm 1) = 0 .$$

Для решения характеристической спектральной задачи (2.3), (2.4) применялось численное интегрирование. Система уравнений (2.3) для комплексных амплитуд φ и τ сводилась к системе 12 вещественных дифференциальных уравнений первого порядка для вещественных и мнимых частей функций φ , φ' , φ'' , φ''' , τ и τ' . При помощи метода Рунге—Кутта—Мерсона строилось три линейно-независимых частных решения данной системы, которые в точке $x = -1$ удовлетворяли условиям (2.4), а также условиям типа «нуль—единица» для старших производных. Для сохранения линейной независимости решений на всем интервале интегрирования использовалась процедура ортогонализации [14]. Граничные условия на правом конце интервала интегрирования $x = 1$ приводят к характеристическим соотношениям, определяющим вещественную и мнимую части декремента λ .

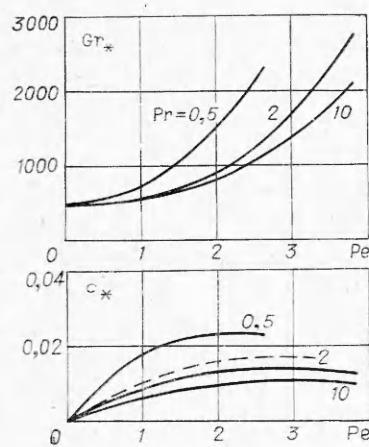
3. Чтобы перейти к изложению результатов расчета, перечислим основные результаты исследования устойчивости конвективного течения между непроницаемыми границами.

В зависимости от значения Pr конвективное течение в вертикальном слое с непроницаемыми границами обнаруживает неустойчивость двух типов. При $Pr < 12$ кризис течения и теплопереноса имеет гидродинамическую природу и связан с неустойчивостью границы раздела встречных конвективных потоков. Этот кризис обусловлен нарастанием так называемых «стоячих» возмущений, которые приводят к формированию периодической по вертикали цепочки неподвижных вихрей на границе потоков. При $Pr > 12$ неустойчивость обусловлена «бегущими» возмущениями, представляющими собой нарастающие в потоке тепловые волны. Фазовая скорость этих волн соизмерима со скоростью основного течения, причем существуют две волны, распространяющиеся соответственно в восходящем и нисходящем потоках. Эти волны имеют одинаковые по величине фазовые скорости и приводят к возникновению неустойчивости при одинаковых значениях числа Грасгофа.

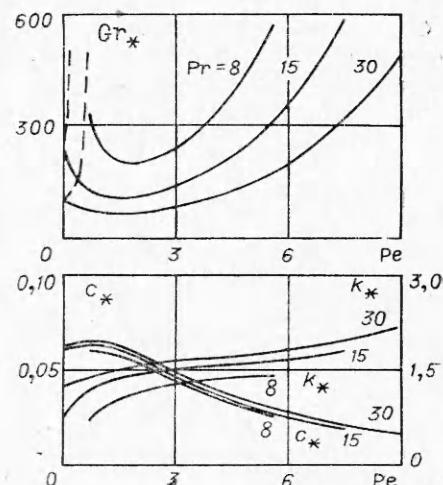
Перечисленные особенности возникновения неустойчивости существенно связаны с асимметрией профилей скорости и температуры основного движения жидкости в слое между непроницаемыми границами. Как и в случае конвективного течения жидкости с вязкостью, зависящей от температуры, оказываются невозможными «стоячие» возмущения с равной нулю фазовой скоростью. Гидродинамический механизм неустойчивости границы раздела встречных потоков связан теперь с возмущениями, медленно дрейфующими вдоль вертикали вверх, в сторону движения более интенсивного потока. Как показали расчеты, их фазовая скорость по ве-

личине близка к скорости $u = u_1 - u_2$, где $u_1 \equiv u_{\max}^+$ и $u_2 \equiv u_{\max}^-$ — максимальные скорости в восходящем и нисходящем потоках.

На фиг. 2 приведена зависимость критического (минимального вдоль нейтральной кривой) значения числа Грасгофа Gr_* для возмущений гидродинамического типа и соответствующей безразмерной фазовой скорости $c_* = \frac{\lambda_{i*}}{k_* Gr_*}$ от параметра Pe для трех значений числа Прандтля $0,5; 2; 10$. Поперечное движение оказывает сильное стабилизирующее действие на развитие возмущений. При сравнительно небольшой скорости поперечного движения ($Pr=2$) критическое число Грасгофа для $Pr=0,5$ примерно в три раза больше, чем для течения с кубическим профилем скорости. Для $Pe > 2,5$ Gr_* растет пропорционально Pe^2 для всех рассмотренных значений числа Прандтля. С ростом Pe скорость критических возмущений увеличивается и при некотором значении числа Пекле достигает максимального значения. Дальнейший рост скорости поперечного движения приводит к уменьшению c_* . Штрихом на фиг. 2 изображена зависимость скорости u от Pe для $Pr=2$. Поведение $u(Re)$ аналогично поведению $c_*(Pe)$, причем по величине u всегда больше c_* , но с уменьшением числа Прандтля разница между u и c_* уменьшается.



Фиг. 2



Фиг. 3

Расчеты показывают, что критическое волновое число k_* , определяющее длину волны наиболее опасных возмущений, практически не меняется на гидродинамической ветви неустойчивости. В рассмотренной области изменения параметров Pe и Pr было получено $k_* \approx 1,4$. Рассмотрим неустойчивость, вызванную нарастающими тепловыми волнами. Основное отличие от случая непроницаемых границ [4] в том, что в спектре декрементов $\lambda(Gr)$ отсутствует «слияние» вещественных уровней с порождением пары осциллирующих возмущений. Асимметрия профилей T_0 , u_0 и наличие однородной поперечной скорости приводят к тому, что тепловые волны, распространяющиеся вверх и вниз, перестают быть равноправными, имеют разные по величине фазовые скорости и им соответствуют разные границы устойчивости. На фиг. 3 показано влияние однородного попереч-

ного движения на границу устойчивости и характеристики критических возмущений, даны зависимости критических чисел Грасгофа Gr , фазовых скоростей c_* и волновых чисел k_* для тепловых волн, распространяющихся в положительном направлении оси z (сплошные линии). Штриховыми линиями показана зависимость $Gr_*(Pe)$ для тепловых волн с отрицательной фазовой скоростью. Зависимости $Gr_*(Pe)$ для «положительных» волн имеют минимум приблизительно при $Pe=1,6$ для $Pr=15$ и 30 и при $Pe=1,9$ для $Pr=8$. Таким образом, при малых скоростях поперечного движения течение становится менее устойчивым, чем в случае непроницаемых границ, для тепловых волн с положительной фазовой скоростью. При сильных вдувах и отсосах жидкости на границах устойчивость течения повышается и для $Pe>5,5$ Gr_* растет пропорционально Pe^2 .

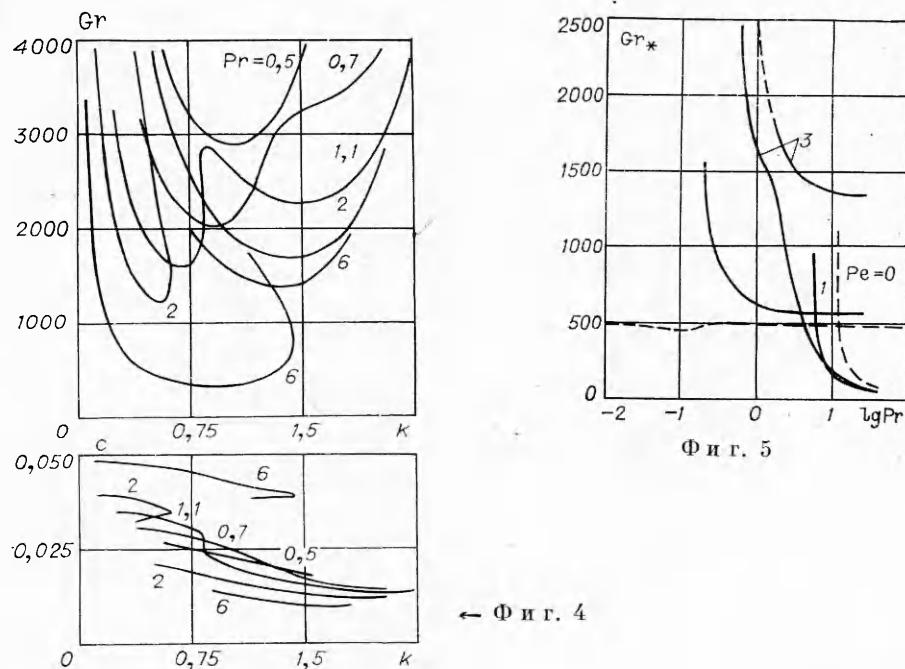
Для тепловых волн с отрицательной фазовой скоростью наблюдается повышение устойчивости при всех значениях параметра Pe , возмущения «выделяются» из исходящего потока.

Графики зависимостей $c_*(Pe)$ показывают, что с увеличением интенсивности поперечного движения фазовая скорость критических возмущений немного возрастает. В области значений числа Пекле, где дестабилизирующее влияние продува сменяется на стабилизирующее, критическая фазовая скорость резко уменьшается. По величине она остается близкой к максимальной скорости восходящего потока. В отличие от гидродинамической моды неустойчивости для тепловых волн с положительной фазовой скоростью наблюдается увеличение критического волнового числа k_* с ростом Pe . Это означает, что с увеличением скорости поперечного движения уменьшается длина волны возмущений, определяющих кризис рассматриваемого течения.

Результаты расчета показали, что слабый поперечный продув значительно понижает предельное значение Pr_* , при котором появляется неустойчивость типа нарастающих тепловых волн. Если в случае непроницаемых границ ($Pe=0$) $Pr_*=11,4$ [4], то для $Pe=1$ получаем $Pr_*=5$ (имеется в виду волна с положительной фазовой скоростью). При этом для всех $Pr>5$ по-прежнему существуют две различные нейтральные кривые, одна из которых определяет область неустойчивости относительно гидродинамических возмущений, другая — относительно тепловых волн.

Сильный поперечный продув приводит к качественно новым результатам в области малых и умеренных значений числа Прандтля. На фиг. 4 приведены нейтральные кривые на плоскости k , Gr и фазовые скорости вдоль нейтральных кривых для нескольких значений числа Прандтля. Число Пекле считалось фиксированным и равным 3. Как и для конвективного течения, вызванного внутренними источниками тепла [16], новая мода неустойчивости получается в результате непрерывной деформации единой нейтральной кривой, происходящей по мере увеличения числа Прандтля. При $Pr=1,1$ линия $Gr(k)$ состоит из двух нейтральных кривых, непрерывно переходящих одна в другую. На кривой имеется два минимума, и можно соответственно говорить о двух типах неустойчивости. Дальнейшее увеличение Pr приводит к разделению области неустойчивости и образованию различных нейтральных кривых, одна из которых (коротковолновая) определяет область неустойчивости гидродинамических возмущений, другая (длинноволновая) — «положительных» тепловых волн, с ней связано наиболее опасное возмущение, соответствующее абсолютному минимуму на нейтральных кривых.

Приведем теперь сводные данные о границе устойчивости при наличии однородного поперечного продува. На фиг. 5 показана зависимость Gr_* от числа Прандтля для некоторых значений числа Пекле. Штриховые кривые соответствуют границам устойчивости относительно гидродина-



← Фиг. 4

Фиг. 5

мических возмущений и тепловых волн в случае непроницаемых границ. Наличие вдува и отсоса жидкости на границах приводит к дестабилизации течения относительно тепловых волн для $Pe=1,3$. Устойчивость же течения относительно гидродинамических возмущений повышается. Сильное повышение устойчивости на гидродинамической ветви в области малых чисел Прандтля связано с выбором характерных параметров ($Pe=\text{const}$). При малых значениях Pr становится велико отношение $\frac{Pe}{Pr} = Re$ (число Рейнольдса определено по скорости поперечного движения). Как было показано в работе [16], увеличение параметра Re уже в гидродинамической постановке приводит к стабилизации течения. Штриховая линия на кривой для $Pe=3$ относится к коротковолновому минимуму на единой нейтральной кривой (см. фиг. 5).

В заключение автор благодарит Е. М. Жуховицкого за руководство работой и Г. З. Гершун за полезное обсуждение результатов.

Поступила 27 I 1975

ЛИТЕРАТУРА

- Гершун Г. З., Жуховицкий Е. М. О двух типах неустойчивости конвективного движения между параллельными вертикальными плоскостями.— «Изв. высш. учеб. заведений. Сер. Физика», 1958, № 4.
- Бирих Р. В. О малых возмущениях плоскопараллельного течения с кубическим профилем скорости.— ПММ, 1966, т. 30, вып. 2.
- Рудаков Р. Н. Спектр возмущений и устойчивость конвективного движения между вертикальными плоскостями.— ПММ, 1967, т. 31, вып. 2.
- Бирих Р. В., Гершун Г. З., Жуховицкий Е. М., Рудаков Р. Н. О колебательной неустойчивости плоскопараллельного конвективного движения в вертикальном канале.— ПММ, 1972, т. 36, вып. 4.
- Гершун Г. З., Жуховицкий Е. М., Тарунин Е. Л. Вторичные стационарные конвективные движения в плоском вертикальном слое жидкости.— «Изв. АН СССР. МЖГ», 1968, № 5.

6. Гершунин Г. З., Жуховицкий Е. М., Сорокин Л. Е., Таруний Е. Л. Вторичные колебательные конвективные движения в плоском вертикальном слое жидкости.— «Изв. АН СССР. МЖГ», 1974, № 1.
7. Gill A. E., Kirkham C. C. A note on the stability of convection in a vertical slot.— «J. Fluid Mech.», 1970, vol. 42 (1), p. 125.
8. Алексеев Ю. Н., Короткин А. И. Влияние поперечной скорости потока в несжимаемом пограничном слое на устойчивость ламинарной формы движения.— «Изв. АН СССР. МЖГ», 1966, № 1.
9. Chen T. S., Sparrow E. M., Tsou F. K. The effect of mainflow transverse velocities in linear stability theory.— «J. Fluid Mech.», 1971, vol. 50, pt 4.
10. Варапаев В. Н., Ягодкин В. И. Об устойчивости некоторых непараллельных течений вязкой несжимаемой жидкости в канале.— «Изв. АН СССР. МЖГ», 1970, № 4.
11. Sheppard D. M. Hydrodynamics stability of the flow between parallel porous walls.— «Phys. Fluids», 1972, vol. 15, N 2.
12. Шварцблат Д. Л. О спектре возмущений и конвективной неустойчивости плоского горизонтального слоя жидкости с проницаемыми границами.— ПММ, 1968, т. 32, вып. 2.
13. Гершунин Г. З., Жуховицкий Е. М. Об устойчивости плоскопараллельного конвективного движения относительно пространственных возмущений.— ПММ, 1969, т. 33, вып. 5.
14. Бетчов Р., Криминале В. Вопросы гидродинамической устойчивости. М., «Мир», 1971.
15. Гершунин Г. З., Жуховицкий Е. М., Якимов А. А. О двух типах неустойчивости стационарного конвективного движения, вызванного внутренними источниками тепла.— ПММ, 1973, т. 37, вып. 3.
16. Шихов В. М. Об устойчивости конвективного движения в вертикальном слое с проницаемыми границами.— «Учен. зап. Пермск. пед. ин-та. Гидродинамика», 1974, вып. 7.

УДК 532.501.3

УСТОЙЧИВОСТЬ ЛАМИНАРНОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ СТЕПЕННОЙ НЕНЬЮТОНОВСКОЙ ЖИДКОСТИ

В. В. Заметалин

(Новосибирск)

Исследуется устойчивость ламинарного пограничного слоя степенной неньютоновской жидкости. Показывается справедливость теоремы Сквайра о возможности сведения задачи устойчивости течения степенной жидкости по отношению к трехмерным возмущениям к задаче с двумерными возмущениями. На основе предложенных в [1] преобразований строится численный метод интегрирования обобщенного уравнения Орра — Зоммерфельда. Рассчитываются характеристики устойчивости пограничного слоя на продольно-обтекаемой полубесконечной пластине.

В работе исследуется устойчивость ламинарного пограничного слоя жидкостей со степенным реологическим законом, для которых связь между тензором напряжений τ_{ij} и тензором скоростей деформаций e_{ij} имеет вид

$$(1) \quad \tau_{ij} = -\delta_{ij}p + k \left| \frac{1}{2} e_m^i e_{lm}^j \right|^{\frac{n-1}{2}} e_{ij},$$

где $i, j=1, 2, 3$; k — мера консистенции; n — показатель неньютоновости; p — давление; δ_{ij} — символ Кронекера. Принято называть среды, соответствующие значениям $n > 1$, дилатантными, а значениям $n < 1$ —