Физика горения и взрыва, 1996, т. 32, № 4

ФРИКЦИОННЫЙ РАЗОГРЕВ МАТЕРИАЛА В ИМПУЛЬСНО-ПЕРИОДИЧЕСКОМ РЕЖИМЕ ТЕПЛОВОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ

УДК 662.215.5

А. В. Аттетков

Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана, 107005 Москва

Получено точное аналитическое решение задачи фрикционного разогрева материала в импульсно-периодическом режиме теплового воздействия. Исследованы закономерности формирования теплового слоя. Установлены определяющие параметры изучаемого режима.

В работе [1] представлены результаты численного расчета процесса зажигания энергетического материала в циклическом режиме действия теплового источника. Показано, что при реализации данного режима энергия зажигания может уменьшаться по сравнению с режимом, характеризуемым условием постоянства мощности теплового потока в плоскости фрикционного контакта. В данной работе в рамках одномерной модели фрикционного нагрева [2, 3] анализируются закономерности формирования теплового слоя при реализации рассмотренного в [1] импульсно-периодического режима теплового воздействия.

Одномерная математическая модель процесса фрикционного нагрева имеет вид

$$\frac{\partial\Theta}{\partial\tau}=\frac{\partial^2\Theta}{\partial\xi^2},\quad \tau>0,\quad \xi>0,\quad \Theta(\xi,0)=\Theta(\infty,\tau)=0,\quad -\frac{\partial\Theta(0,\tau)}{\partial\xi}=f(\tau),\tag{1}$$

где $\tau=t/t_*$, $\xi=x/x_*$, $\Theta=(T-T_0)/(T_m-T_0)$, $t_*=\text{æ}[c\rho(T_m-T_0)/q_0]^2$, $x_*=\sqrt{\text{æ}t_*}$. Здесь x — пространственная переменная; t — время; T — температура; $\text{æ}=\lambda/c\rho$ — температуропроводность; λ, c, ρ — теплопроводность, теплоемкость и плотность энергетического материала; $T_m=T_m^0+\alpha p$ — температура плавления; p — давление, $q_0=k_\varepsilon\tau_f^0 v$ — плотность теплового потока; k_ε — доля теплового потока, идущего на нагрев материала; v — скорость относительного скольжения; τ_f — удельная сила трения; индекс 0 относится к начальным значениям величин.

Мощность фрикционного нагрева в импульсно-периодическом режиме действия теплового источника задается в виде

$$f(\tau)=\sum_{k=0}^{\infty}\varphi_0(\tau-k\tau_*),\tag{2}$$

где $\varphi_0(\tau)=J(\tau)-J(\tau-\tau_0)$ — элементарный тепловой импульс длительностью τ_0; τ_* — период импульсно-периодического режима воздействия (рис. 1); $J(\tau)$ — функция Хевисайда.

Применив интегральное преобразование Лапласа по переменной τ [4]

$$U(\xi,s)\overset{\Delta}{=}L[\Theta(\xi,\tau)]\equiv\int\limits_0^{\infty}\mathrm{e}^{-s\tau}\Theta(\xi,\tau)d\tau$$

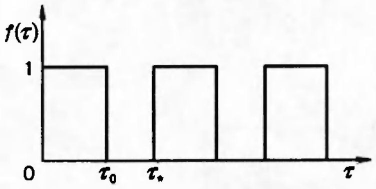

Рис. 1. Импульсно-периодический тепловой источник

и учитывая, что изображение периодического оригинала (2) имеет вид

$$F(s) \stackrel{\Delta}{=} L[f(\tau)] \equiv \frac{1}{1-e^{-s\tau_*}} \int_0^{\tau_*} e^{-s\tau}\varphi_0(\tau)d\tau = \frac{1-e^{-s\tau_0}}{s(1-e^{-s\tau_*})},$$

находим решение исходной задачи (1), (2) в изображениях интегрального преобразования Лапласа

$$U(\xi, s) = \frac{(1-e^{-s\tau_0})e^{-\xi\sqrt{s}}}{(1-e^{-s\tau_*})s\sqrt{s}}. \tag{3}$$

Периодический оригинал изображения (3) определяется в виде

$$\Theta(\xi,\tau) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sum_{k=0}^{\infty} \left[\sqrt{\tau - k\tau_*}e^{-\xi^2/4(\tau-k\tau_*)} - \xi \cdot \operatorname{erfc}\frac{\xi}{2\sqrt{\tau-k\tau_*}}\right] J(\tau - k\tau_*) -$$

$$- \left[\sqrt{\tau-\tau_0-k\tau_*} \cdot e^{-\xi^2/4(\tau-\tau_0-k\tau_*)} - \xi \cdot \operatorname{erfc}\frac{\xi}{2\sqrt{\tau-\tau_0-k\tau_*}}\right] J(\tau-\tau_0-k\tau_*), \tag{4}$$

где $\operatorname{erfc} u = 1 - \operatorname{erf} u = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_u^{\infty} e^{-z^2}dz$ — дополнительная функция ошибок Гаусса.

Температура нагреваемой поверхности $\Theta_s(\tau) \equiv \Theta(0,\tau)$ определяется из (4) подстановкой $\xi = 0$. Вводя в рассмотрение параметр скважности $S = \tau_*/\tau_0$, выражение для функции $\Theta_s(\tau)$ можно записать в форме

$$\Theta_s(\tau) = 2\sqrt{\frac{\tau_0}{\pi}} \sum_{k=0}^{\infty} \sqrt{z-kS}J(z-kS) - \sqrt{z-1-kS}J(z-1-kS), \tag{5}$$

где $z = \tau/\tau_0$.

Функция $\Theta_s(\tau)$ может быть найдена и без полного решения задачи (1), (2), если расщепить исходное уравнение (1) на операторные множители и воспользоваться дифференциальным оператором дробного индекса [5] для представления полученного решения:

$$\Theta_s(\tau) = D^{-1/2}f(\tau) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\tau} \frac{f(t)}{\sqrt{\tau-t}}dt.$$

Отсюда с учетом (2) приходим к (5).

Следует отметить, что особыми точками выражения (3) являются точка ветвления при $s = 0$ и бесконечное число простых полюсов, лежащих на мнимой оси $\eta = \operatorname{Im} s$ комплексной плоскости $s = \zeta + i\eta$ в точках

$$s = i\,\frac{2\pi n}{\tau_*} \quad (n = 0, \pm1, \pm2, \ldots). \tag{6}$$

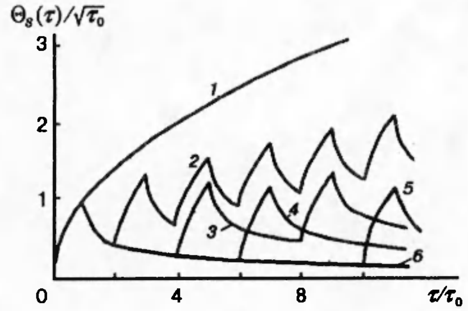

Рис. 2. Зависимость температуры плоскости фрикционного контакта от параметра скважности и суммарного числа тепловых импульсов:

S: *1* — 0, *2* — 2, *3* — 4, *4* — 6, *5* — 10, *6* — ∞

Используя разложение уравнения (3) в окрестности точки ветвления в ряд

$$U(\xi,\tau) = \frac{\tau_0}{\tau_* s\sqrt{s}} + \dots$$

(многоточием отмечены члены более высокого порядка малости), нетрудно получить асимптотику для $\Theta(\xi,\tau)$ при $\tau \to \infty$:

$$\Theta(\xi,\tau) \sim \frac{2}{S}\sqrt{\frac{\tau}{\pi}}. \qquad (7)$$

Вклад простых полюсов в асимптотическое разложение функции $\Theta(\xi,\tau)$ не учитывается [4], поскольку в полученной асимптотической оценке сумма членов, соответствующих особым точкам (6), есть бесконечно малая величина более высокого порядка по сравнению с главным членом формулы (7).

На рис. 2 представлены результаты расчетов, иллюстрирующие зависимость $\Theta_s(\tau)$ от параметра скважности S и суммарного числа k элементарных тепловых импульсов (*1* — непрерывный, *6* — импульсный, *2–5* — импульсно-периодический режим воздействия). Изменение параметра S приводит:

— к изменению величины максимально достижимого разогрева Θ_s^m, причем чем меньше S, тем выше величина разогрева;

— к изменению темпа нарастания температуры до максимума, скорости и глубины спада температуры в фазе паузы (нулевой активности теплового источника).

Зависимость Θ_s^m от числа элементарных тепловых импульсов монотонно возрастающая; темп нарастания Θ_s^m во времени возрастает с уменьшением параметра скважности. При этом наблюдается зависимость между определяющими параметрами процесса нагрева и длительностью фазы паузы; уменьшение последней приводит к активации процесса тепловой диссипации, увеличению скорости нарастания температуры до максимума и замедлению процесса тепловой релаксации прогреваемого слоя.

Таким образом, определяющими параметрами процесса фрикционного нагрева в импульсно-периодическом режиме теплового воздействия являются параметр скважности и суммарное число элементарных тепловых импульсов. Взаимное соответствие указанных параметров и будет определять динамику процесса тепловой диссипации. Последнее необходимо учитывать при анализе критических явлений и установлении параметрической области термоциклического воздействия, приводящего к зажиганию взрывчатых веществ.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Андреев С. Г., Власова Л. Н.** Влияние цикличности воздействия теплового потока на энергию зажигания ВВ в конденсированной фазе // Физика горения и взрыва. 1995. Т. 31, № 1. С. 94–96.
2. **Амосов А. П., Бостанджиян С. А., Козлов В. С.** Зажигание твердых ВВ теплотой сухого трения // Физика горения и взрыва. 1972. Т. 8, № 3. С. 362–368.
3. **Щетинин В. Г.** Оценка разогрева твердых тел на поверхности трения // Хим. физика. 1983. № 5. С. 688–692.
4. **Лыков А. В.** Теория теплопроводности. М.: Высш. шк., 1967.
5. **Бабенко Ю. И.** Тепломассообмен: Метод расчета тепловых и диффузионных потоков. Л.: Химия, 1986.

Поступила в редакцию 26/VII 1994 г.,
в окончательном варианте — 19/I 1996 г.