

УДК 622.234.573

**О РАЗВИТИИ НЕСКОЛЬКИХ ТРЕЩИН ГИДРОРАЗРЫВА
В ДВУОСНОМ ПОЛЕ СЖАТИЯ С УЧЕТОМ УТЕЧЕК И ВЯЗКОСТИ ФЛЮИДА**

П. А. Мартынюк, А. В. Панов

*Институт горного дела им. Н. А. Чинакала СО РАН,
Красный проспект, 54, 630091, г. Новосибирск, Россия*

Численно исследован рост трещин гидроразрыва с границы кругового отверстия при нагнетании вязкой жидкости в условиях плоской деформации. Проанализировано влияние утечек, вязкости жидкости, упругих характеристик среды на основные параметры гидроразрыва. Проведено сравнение приближенного решения с современными численными расчетами этой задачи в точной математической постановке. Выполнен анализ влияния расположения зародышевых трещин гидроразрыва на развитие всей системы трещин, найдены условия устойчивого развития нескольких длинных трещин.

Система трещин гидроразрыва, поле сжатия, вязкость жидкости, утечки

Введение. В работе [1] рассматривалось распространение системы трещин гидроразрыва с границы кругового отверстия при импульсном нагружении в условиях плоской деформации. Рабочим флюидом была идеальная жидкость. Проведенное исследование можно считать справедливым для начального этапа, когда вязкость жидкости и утечки жидкости в породе не успевают оказать существенное влияние на протекание процесса. К тому же, обычно, гидроразрыв проводится с постоянным расходом, а на начальном этапе, когда длины трещин малы, их развитие определяется давлением, которое создаёт нагнетательная система. При проведении реальных гидроразрывов в качестве рабочего флюида используется вязкая жидкость, способная переносить частицы проппанта вдоль образующихся трещин. По окончании процесса берега трещины садятся на проппант и создают проницаемую среду для откачки нефти или газа из пласта. В работе предлагается достаточно простой в численной реализации алгоритм исследования развития системы трещин гидроразрыва с границы кругового отверстия, когда в качестве рабочего флюида выступает вязкая жидкость. При этом учитываются утечки и положение начальной системы трещин в двуосном поле сжатия.

Постановка задачи. Граница скважины, ось которой совпадает с осью Oz , изображена на рис. 1 в плоскости $z = 0$ как окружность с радиусом r . В начальный момент времени на границе кругового отверстия имеется N зародышевых трещин длиной $l_0(j)$, и их положение на контуре

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 11-05-00371).

определяется углами α_j ($j = \overline{1, N}$). На бесконечности действуют сжимающие напряжения σ_{\max} и σ_{\min} . На рис. 1 направление максимального сжатия σ_{\max} параллельно оси Ox . Горная порода моделируется изотропным упругим телом, находящимся в условиях плоской деформации.

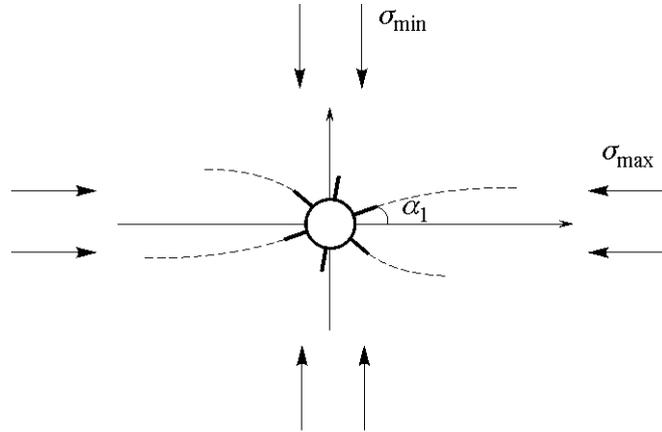


Рис. 1. Схема рассматриваемой задачи

Алгоритм построения квазистатических траекторий трещин и профилей их раскрытия подробно изложен в [1–5], если рабочий флюид идеальная жидкость, т. е. на границе отверстия и берегах трещин выполняются граничные условия $\sigma_n = -p$, $\tau_s = 0$, где σ_n и τ_s — нормальные и касательные напряжения; p — давление в жидкости. Использование вязкой жидкости приводит к тому, что на границе отверстия

$$\begin{aligned}\sigma_n &= -p(t), \\ \tau_s &= 0,\end{aligned}$$

а на берегах трещины

$$\begin{aligned}\sigma_n &= -p_1(x, t), \quad p(t) = p_1(0, t), \\ \tau_s &= 0.\end{aligned}$$

Если вид функции $p_1(x, t)$ известен, то решение задачи проводится так же, как в [1], — решается та же система сингулярных интегральных уравнений, но в правой части учитывается распределение давления вдоль трещины $p_1(x, t)$. Для того чтобы найти распределение $p_1(x, t)$ по длине трещины, когда рабочий флюид — вязкая жидкость, воспользуемся приближенным подходом, предложенным в работе [6].

Приближенное решение для вязкой жидкости. Плоская задача гидроразрыва с использованием вязкой жидкости, как задача механики трещин, впервые поставлена в [7]. Асимптотический метод ее решения был развит для длительной закачки и больших утечек жидкости в [8, 9]. Математические трудности связаны с необходимостью одновременного нахождения деформации проницаемой твердой среды и параметров течения жидкости разрыва, нагнетаемой в трещину, причем геометрия самой трещины формируется в процессе разрыва и заранее неизвестна. Наличие малого параметра (смещение берегов) позволяет перенести условие сопряжения на срединную плоскость трещины, но и после этого упрощения система уравнений остается сложной. Даже для изолированной прямолинейной трещины, растущей при нагнетании вязкой

жидкости с учетом утечек и сжимающего напряжения (минимального), действующего в направлении, ортогональном развитию трещины, решение задачи сводится к нахождению решения системы из четырех существенно нелинейных интегро-дифференциальных уравнений [10, 11].

Цель работы состоит в том, чтобы, используя предположение А. М. Линькова [6] (пропорциональность нормальных напряжений, приложенных к берегам трещины, нормальным смещениям ее берегов), получить достаточно простой алгоритм нахождения приближенных решений задач гидроразрыва, на основе которого можно делать оценочные расчеты.

Для этого рассматривается решение следующей задачи. Трещина растет прямолинейно при нагнетании в нее вязкого флюида вдоль оси Ox в направлении действия максимального сжимающего напряжения. Вязкая жидкость занимает область $|x| \leq R(t)$, где $R(t) \leq L(t)$, а $L(t)$ — длина крыла трещины. Следуя [6], запишем систему исходных уравнений для нахождения $u = u(x, t)$, $\Delta p = \Delta p(x, t)$, $R = R(t)$, $L = L(t)$ в виде

$$\Delta p = \frac{E}{2(1-\nu^2)} \frac{u}{R}, \quad |x| \leq R, \quad \Delta p = 0, \quad R < |x| < L, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \Delta p}{\partial x} = -\frac{3}{2} \mu_0 \frac{q(x)}{u^3},$$

$$q_0 = \frac{dV}{dt} + 2C \int_0^t \frac{\dot{R}(\tau) d\tau}{\sqrt{t-\tau}},$$

$$K_1 = \sigma_0 \sqrt{\pi R} \frac{-1 + \frac{2}{\pi} \left(1 + \frac{\overline{\Delta p}}{\sigma_0}\right) \arcsin(\xi)}{\sqrt{\xi}} = K_{1C}, \quad \xi = R/L, \quad \sigma_0 = \sigma_{\min}.$$

Здесь u — полураскрытие берегов трещины; $E = 2(1+\nu)\mu$ — модуль упругости; μ — модуль сдвига; ν — коэффициент Пуассона; μ_0 — вязкость жидкости; q_0 — расход жидкости в крыло трещины, приходящийся на единицу ее высоты h ; V — объем крыла трещины единичной высоты; C — коэффициент утечек; σ_0 — величина сжимающих напряжений, действующих на бесконечности и ортогональных плоскости трещины; K_{1C} — вязкость разрушения; $\Delta p = p_1(x, t) - \sigma_0$ — раскрывающее давление на участке нагружения, а $\overline{\Delta p} = \overline{p_1(x, t)} - \sigma_0$ — среднее значение по интервалу R . Полагается, что в вертикальном сечении профиль трещины прямоугольный и на участке $R \leq |x| \leq L$ $u = 0$. Из первых двух уравнений в предположении, что $q(x) = q_0$ (расход по длине трещины на единицу ее высоты постоянный [6]), имеем:

$$u = e_1 [R(R - |x|)]^{0.25}, \quad e_1 = \left[\frac{12\mu_0 q_0 (1-\nu^2)}{E} \right]^{0.25},$$

$$\Delta p = e_0 \frac{(R - |x|)^{0.25}}{R^{0.75}}, \quad e_0 = \frac{E e_1}{2(1-\nu^2)}, \quad (2)$$

$$\overline{\Delta p} = \frac{4}{5} \frac{1}{\sqrt{R}} \frac{E}{2(1-\nu^2)} \left[\frac{12\mu_0 q_0 (1-\nu^2)}{E} \right]^{0.25}.$$

Объем крыла трещины $V = \frac{8e_1 R^{1.5}}{5}$, следовательно, $\frac{dV}{dt} = \frac{12}{5} e_1 \sqrt{R} \dot{R}$, тогда третье уравнение из (1) будет уравнением Вольтерра

$$\dot{R}(t) + \lambda \int_0^t \frac{\dot{R}(\tau) d\tau}{\sqrt{t-\tau}} = f,$$

где $f = \frac{5q_0}{12e_1} R^{-0.5}$, $\lambda = \frac{5C}{6e_1} R^{-0.5}$.

Полагая R параметром, запишем решение уравнения в виде

$$\dot{R}(t) = f e^{\pi\lambda^2 t} (1 - \operatorname{erf}(\lambda\sqrt{\pi t})), \quad (3)$$

здесь $\operatorname{erf}(\eta) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^\eta e^{-\zeta^2} d\zeta$. Решая полученное дифференциальное уравнение (3) численно с начальным условием $R(0) = L(0) = l_0$, находим $R(t)$, а по формулам (2) $u(x, t)$ и $\Delta p(x, t)$. Для вычисления $\operatorname{erf}(\eta)$ удобно использовать формулу из [12], имеющую точность порядка $1.5 \cdot 10^{-7}$. Зная $R(t)$, из четвертого уравнения (1) (уравнения предельного равновесия) находится $L(t)$. В [6] $R(t) = L(t)$ и это уравнение не использовалось.

Можно оценить значимость условия, что расход вдоль трещины постоянный. Для этого возьмем простую зависимость, например $q(x) = q_0 \left(1 - \frac{x}{R}\right)$. Тогда решение системы (1) проводится так же, как показано выше, и получаем

$$u = e \sqrt{R - |x|},$$

где $e = \left[\frac{6\mu_0 q_0 (1 - \nu^2)}{E} \right]^{0.25}$,

$$u(0) = e\sqrt{R},$$

$$\Delta p = \frac{E}{2(1 - \nu^2)} e \frac{\sqrt{R - |x|}}{R},$$

$$\overline{\Delta p} = \frac{2}{3} \cdot \frac{E}{2(1 - \nu^2)} \cdot \frac{e}{\sqrt{R}}. \quad (4)$$

Естественно, при этом уравнение Вольтерра и (3) несколько изменятся.

Развитие прямолинейной трещины. С целью оценки точности и возможности применения приближенных решений (2)–(4) проведены тестовые расчеты роста прямолинейной трещины с использованием сингулярных интегральных уравнений, которые сравнивались с наиболее точными современными численными расчетами этой задачи в строгой математической постановке [13].

Сравнительные расчеты выполнялись при следующих значениях: число трещин $N = 2$, $l_0 = 10$ см, $E = 38$ ГПа, $\nu = 0.25$, $K_{IC} = 1.5$ МПа·м^{0.5}, $\sigma_{\min} = 50$ МПа, $\sigma_{\max} = 100$ МПа, $C = 1.5 \cdot 10^{-4}$ м/с^{0.5}, $q_0 = 0.001$ м²/с, $\mu_0 = 1.2$ Па·с.

Основные зависимости, определяющие процесс гидроразрыва пласта: $L(t)$, $w(0,t) = 2u(0,t)$ — раскрытие в центре трещины, $\Delta p(0,t)$ — избыточное давление, представлены на рис. 2 (а–в). Здесь линии 1 соответствуют расчетам, когда в правой части сингулярных интегральных уравнений используется выражение (2) для $\Delta p(x,t)$ ($q(x) = q_0$), линии 2 — выражение (4) для $\Delta p(x,t)$ ($q(x) = q_0(1 - x/R)$), линии 3 — расчеты [13], линии 4 — результаты расчетов, когда рабочий флюид является идеальной жидкостью. Представленные расчетные зависимости демонстрируют, что максимальное отличие приближенного решения (линия 1) от решения [13] (линия 3) составляет 16% для $L(t)$. Линии 4 представлены, чтобы подчеркнуть существенное влияние вязкости жидкости на параметры гидроразрыва — использование идеальной жидкости примерно на порядок уменьшает раскрытие трещины и примерно в 5 раз величину $\Delta p(0,t)$.

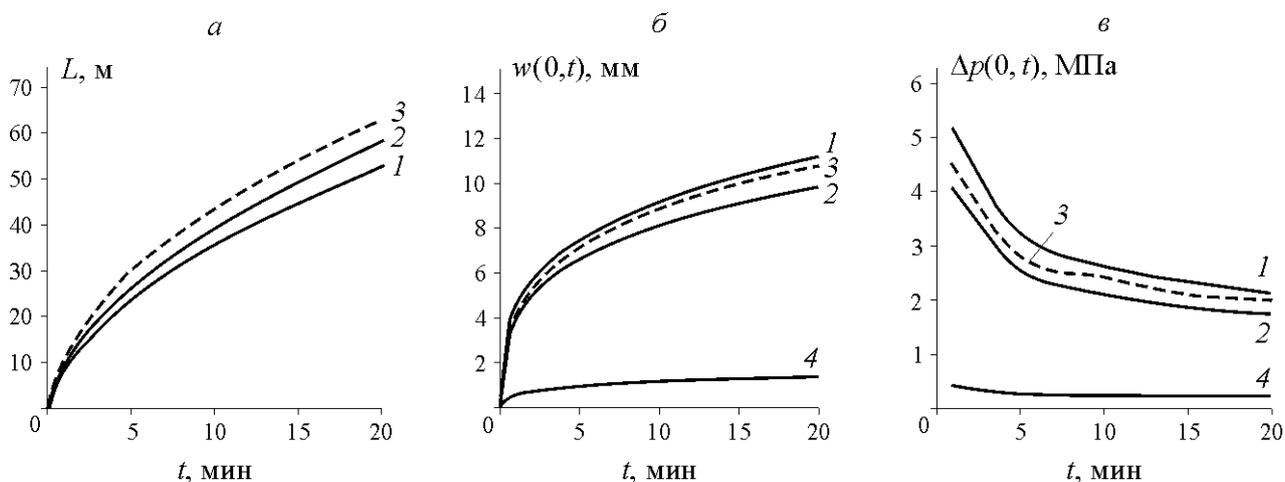


Рис. 2. Изменение во времени: а — длина трещины; б — раскрытие в центре трещины; в — избыточное давление $\Delta p(0,t)$

В работах [6, 13] предполагалось, что $R(t) = L(t)$. Действительно, из необходимого условия развития трещины $K_1 > 0$ при $\overline{\Delta p} \ll \sigma_0$ ($\sigma_{\min} = \sigma_0$) величина $\xi \rightarrow 1$, т. е. вязкая жидкость заполняет всю трещину, что отмечалось в [10, 11]. С уменьшением σ_0 вершина трещины $L(t)$ начинает обгонять фронт жидкости $R(t)$, например при $\sigma_0 = 5$ МПа $(L - R)/L \approx 5\%$.

Как следует из (2) (или (4)), величина раскрытия трещины на контуре отверстия $w(0,t)$ при постоянном R пропорциональна $\mu_0^{0.25}$. Уменьшение значения μ_0 приводит к уменьшению $w(0,t)$ и увеличению скорости трещины. Влияние изменения значений ν и K_{IC} на $w(0,t)$ и $\Delta p(0,t)$ незначительное. Увеличение E приводит к увеличению $\Delta p(0,t)$ и уменьшению $w(0,t)$.

Наиболее существенным фактором, определяющим протекание процесса гидроразрыва, является C — значение параметра утечек. Это демонстрируют данные расчета, представленные на рис. 3, что позволяет оценить длину полученной трещины в зависимости от времени закачки и величины C . Оборудование для гидроразрыва не позволяет развиваться трещине с большой скоростью. Скорость трещины при проведении гидроразрыва не превышает нескольких сантиметров в секунду. Обычно ГРП проводят с постоянным расходом. Это дает возможность контролировать объем закачиваемой жидкости. Из-за длительности процесса утечки жидкости в породу могут оказаться настолько большими, что начиная с некоторой длины трещины ее дальнейший рост является нецелесообразным (экономически невыгодным).

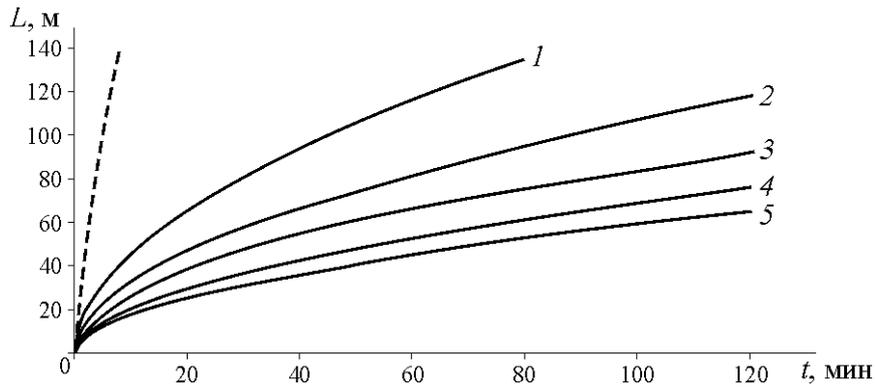


Рис. 3. Длина трещины в зависимости от времени для различных значений параметра утечек. Линии 1–5 соответствуют $C = 2, 3, 4, 5, 6 \cdot 10^{-4} \text{ м/с}^{0.5}$; штриховая линия — $C = 3 \cdot 10^{-5} \text{ м/с}^{0.5}$. Параметры расчета: $N = 2$, $r = 7 \text{ см}$, начальные трещины ориентированы по направлению σ_{\max} ($\alpha_1 = 0^\circ$), $l_0 = 2r$, $E = 30 \text{ ГПа}$, $\nu = 0.3$, $K_{IC} = 3 \text{ МПа} \cdot \text{м}^{0.5}$, $\sigma_{\max} = 40 \text{ МПа}$, $\sigma_{\min} = 28 \text{ МПа}$, $q_0 = 1.25 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2/\text{с}$, $\mu_0 = 0.03 \text{ Па} \cdot \text{с}$

Начальный этап развития двух трещин гидроразрыва. В проведенных тестовых расчетах трещина была прямолинейной, поэтому в правой части системы сингулярных интегральных уравнений (СИУ) давление задавалось в виде $p_1 = \Delta p + \sigma_{\min}$. Основная задача состоит в рассмотрении развития системы трещин в двусосном поле сжатия, когда трещины криволинейные. В дальнейшем решения строятся с использованием следующих предположений.

1. Сжимающие напряжения σ_{\max} и σ_{\min} достаточно большие ($\Delta p(x, t) \ll \sigma_{\min}$), поэтому вязкая жидкость полностью заполняет трещину — $R(t) = L(t)$.

2. Зависимость раскрывающего давления по длине трещины берется в виде $p_1(s) = \Delta p(s, L) + \sigma_{n0}(s)$. Здесь s — дуговая координата ($0 \leq s \leq L$), $\Delta p(s, L)$ определяется формулой (2), где $|x|$ заменяется на s , R на L , а $\sigma_{n0}(s)$ — нормальные напряжения на трещине, вызванные внешним полем сжатия.

3. Скорость трещины $\dot{L}(t)$ находится из (3).

4. Трещина не растет, если в ее вершине коэффициент интенсивности напряжений $K_1 < 0$ или ее берега смыкаются, тогда расход жидкости в эту трещину будет равен нулю.

5. Расход жидкости, подаваемый в скважину, между трещинами системы делится пропорционально их раскрытию на контуре отверстия.

Анализируется рост N начальных трещин. Кратко изложим алгоритм построения их траекторий. В момент времени $t = j\Delta t$ (j — номер шага, Δt — величина шага по времени) криволинейные трещины имеют длины L_k ($k = \overline{1, N}$). Для этих трещин численно решается система СИУ. По найденному решению находятся профили раскрытия трещин, их объемы, коэффициенты интенсивности напряжений в вершинах K_{1k} , K_{2k} и \mathcal{Q}_{*k} — углы, задающие направление их дальнейшего распространения по σ_{gg} критерию [14]. Приращение длины трещины пропорционально ее скорости $\Delta L(t) = \Delta t \dot{L}(t)$. Вдоль траектории трещины должно выполняться равенство $K_2 = 0$. Последовательно удлиняется каждая трещина системы и находится для удлиненной трещины угол \mathcal{Q}_{*k}^0 такой, чтобы в ее вершине выполнялось равенство $K_2 = 0$. Таким образом, по окончании шага по Δt имеем систему подросших трещин, причем в вершине послед-

ней приращенной трещины $K_2 = 0$, а в вершинах других это условие будет выполнено приближенно. На следующем шаге Δt приращение начинается с другой трещины. Такой алгоритм построения траекторий позволяет повысить их устойчивость относительно малых возмущений.

Естественно, используемый приближенный подход решения задачи должен давать максимальную ошибку в области, где кривизна траекторий меняется наиболее резко, т. е. на начальном этапе. Были проведены расчеты при малых временах, которые сравнивались с данными [13]. Сравнительные расчеты выполнялись при следующих базовых значениях: $N = 2$, $\alpha_2 = \alpha_1 + \pi$ (центральная симметрия), $r = 5$ см, $l_0 = 2r$, $E = 20.7$ ГПа, $\nu = 0.27$, $K_{IC} = 1.5$ МПа \cdot м $^{0.5}$, $\sigma_{\min} = 69$ МПа, $\sigma_{\max} = 103.5$ МПа, $C = 1.5 \cdot 10^{-4}$ м/с $^{0.5}$, $q_0 = 0.001$ м 2 /с, $\mu_0 = 0.6$ Па \cdot с. Рассчитывались траектории распространения трещин, $L(t)$, $w(0,t)$, $p(0,t)$ в зависимости от угла между начальной трещиной и осью Ox , которая параллельна направлению действия σ_{\max} ; профили раскрытия крыла трещины и распределения давления по ее длине. Оценивалось влияние длины зародышевой трещины l_0 , отношения сжимающих напряжений $\sigma_{\max} / \sigma_{\min}$ на форму траектории и влияние q на траектории и $L(t)$, $w(0,t)$, $p(0,t)$. Все расчетные зависимости качественно совпали с результатами [13]. В основном количественное расхождение было не более 10%. Максимальное различие около 20% отмечено для раскрытия $w(0,t)$ при $\alpha_1 = 60^\circ$ и $\alpha_1 = 89^\circ$, хотя при $\alpha_1 = 30^\circ$ разница не превышала 10%. Для примера, на рис. 4 представлены расчетные зависимости $p_1(0,t)$ и $w(0,t)$ для различных q_0 , а на рис. 5 — участки траекторий для различных отношений $\sigma_{\max} / \sigma_{\min}$.

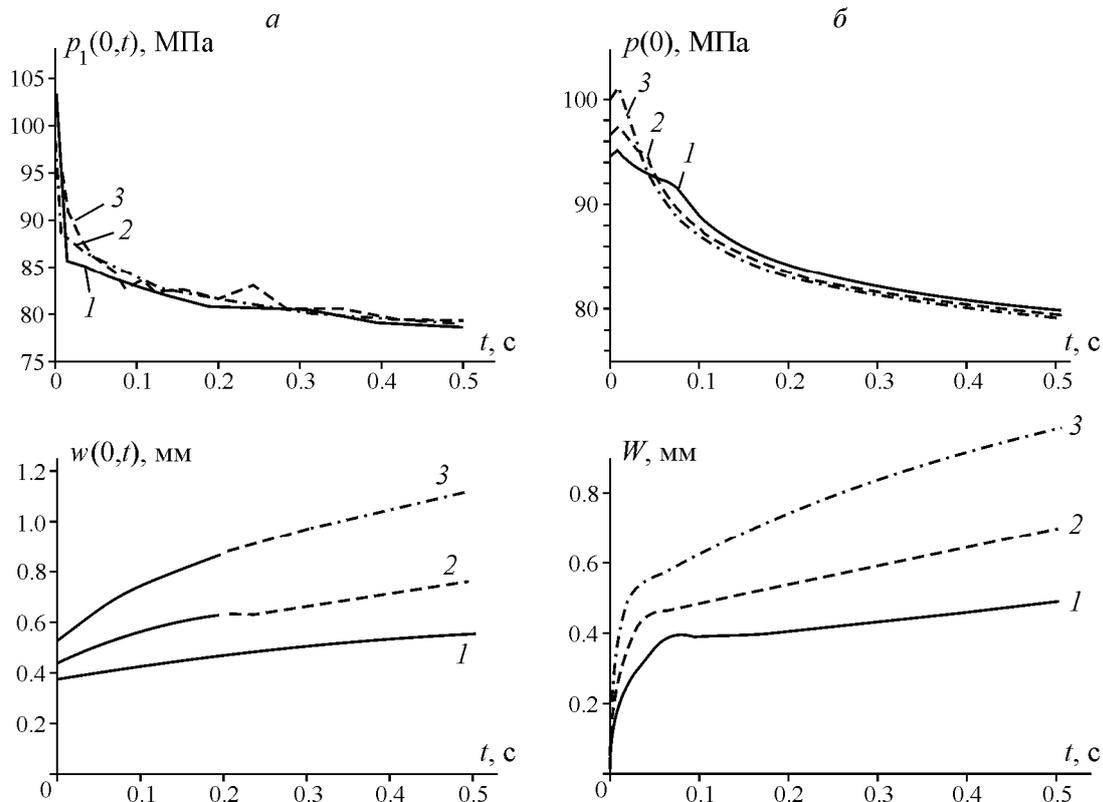


Рис. 4. Давление $p_1(0,t)$ и раскрытие $w(0,t)$ трещины на контуре скважины для различных скоростей закачки жидкости в скважину: 1 — $q_0 = 0.35 \cdot 10^{-3}$ м 2 /с; 2 — $q_0 = 0.7 \cdot 10^{-3}$ м 2 /с; 3 — $q_0 = 1.4 \cdot 10^{-2}$ м 2 /с; а — расчеты; б — рисунки из [13]

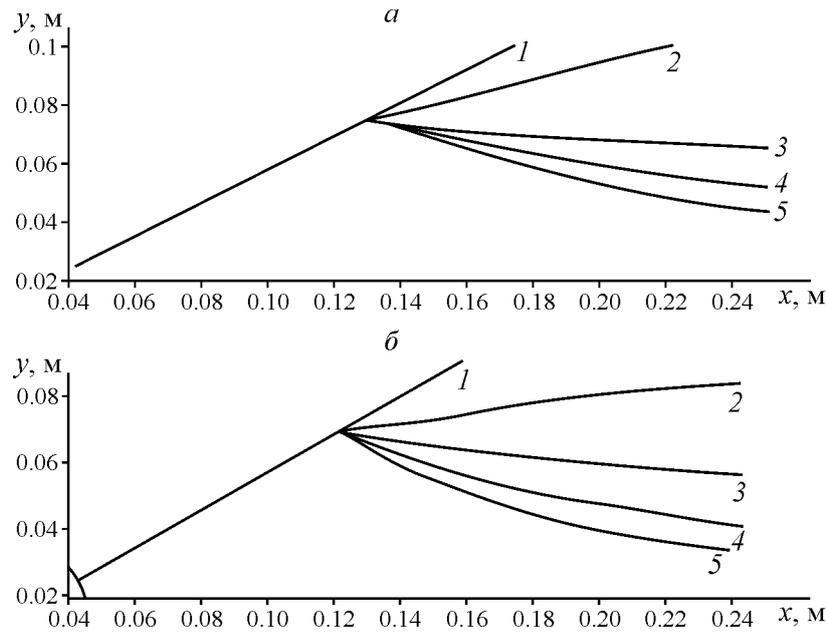


Рис. 5. Траектории распространения трещины гидроразрыва при $\alpha_1 = 30^\circ$ в зависимости от отношения главных напряжений $k = \sigma_{\max} / \sigma_{\min}$ ($\sigma_{\min} = 69$ МПа): 1 — $k = 1.0$; 2 — $k = 1.1$; 3 — $k = 1.25$; 4 — $k = 1.5$; 5 — $k = 2.0$; а — расчеты; б — рисунок из [13]

Сравнительные расчеты показали возможность использования такого приближенного подхода даже в наиболее неблагоприятной области резкого изменения траекторий трещин. Получилось достаточно хорошее совпадение, особенно для $p_1(0, t)$ и формы траекторий.

Развитие трещин гидроразрыва при нагнетании вязкой жидкости. В последующих расчетах полагалось, что максимальное сжатие параллельно вертикальной оси Oy . Расчеты проводились при следующих параметрах (если не указано другое значение): $r = 7$ см, $l_0 = 2r$, $E = 30$ ГПа, $\nu = 0.3$, $K_{IC} = 3$ МПа·м^{0.5}, $\sigma_{\max} = 40$ МПа, $\sigma_{\min} = 28$ МПа, $C = 3 \cdot 10^{-4}$ м/с^{0.5}, $q_0 = 1.25 \cdot 10^{-3}$ м²/с, $\mu_0 = 0.03$ Па·с.

Многочисленные расчеты для двух трещин, растущих с границы кругового отверстия, показали, что в случае центральной симметрии ($\alpha_2 = \alpha_1 + \pi$) и в случае симметрии относительно горизонтальной оси Ox ($\alpha_2 = -\alpha_1$) траектории трещин устойчивы. Устойчивость сохраняется и при малом изменении угла α_2 ($\alpha_2 = \alpha_1 + \pi \pm \Delta\alpha$, $\alpha_2 = -\alpha_1 \pm \Delta\alpha$, $\Delta\alpha \leq 5^\circ$). Трещины быстро выходят на направление максимального сжатия при $\sigma_{\max} / \sigma_{\min} > 1$. Если начальное положение трещин симметрично относительно вертикальной оси (направления действия максимального сжатия) $\alpha_2 = \pi - \alpha_1$, то развитие трещин носит неустойчивый характер (рис. 6, 7). Вначале трещины развиваются симметрично относительно оси Oy , а затем одна либо разворачивается и останавливается, либо может развернуться и подрастать в направлении, противоположном развитию другой (рис. 7), где тоже может остановиться (в основном из-за смыкания ее берегов).

Неустойчивость поведения траекторий на рис. 7 при $\sigma_{\min} / \sigma_{\max} < 1$ аналогична проявлению неустойчивости траекторий, вызванной малым отклонением от симметрии начального положения трещин (рис. 6). Две длинные трещины, растущие в направлении σ_{\max} , когда расстояние между ними мало, ведут себя неустойчиво – происходит селекция и развивается на большие расстояния только одна трещина, за исключением случая, когда $\sigma_{\min} / \sigma_{\max} \approx 1$ (рис. 7).

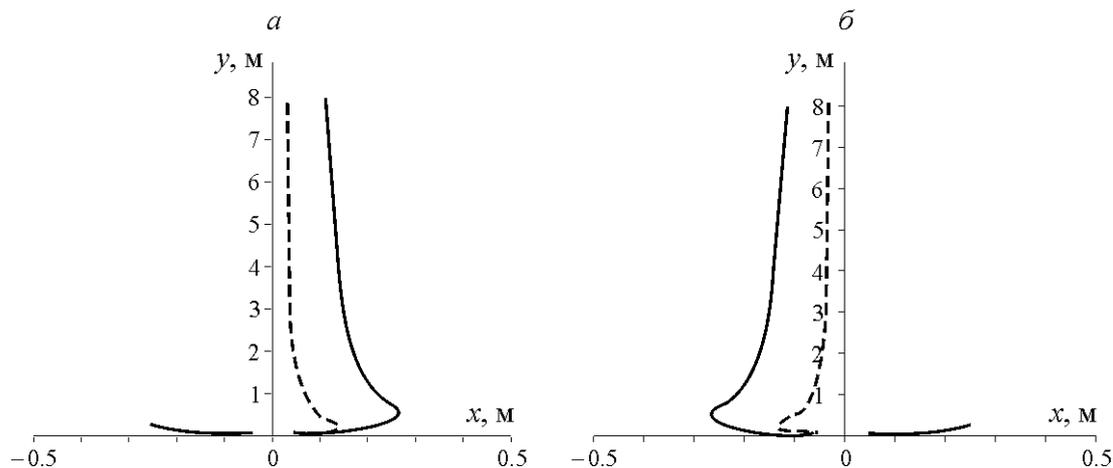


Рис. 6. Траектории развития двух трещин гидроразрыва ($\sigma_{\min} / \sigma_{\max} = 0.7$): *a* — сплошная линия соответствует $\alpha_1 = 22^\circ$, $\alpha_2 = 160^\circ$, штриховая — $\alpha_1 = 42^\circ$, $\alpha_2 = 140^\circ$; *б* — сплошная линия $\alpha_1 = 20^\circ$, $\alpha_2 = 158^\circ$, штриховая — $\alpha_1 = 38^\circ$, $\alpha_2 = 138^\circ$

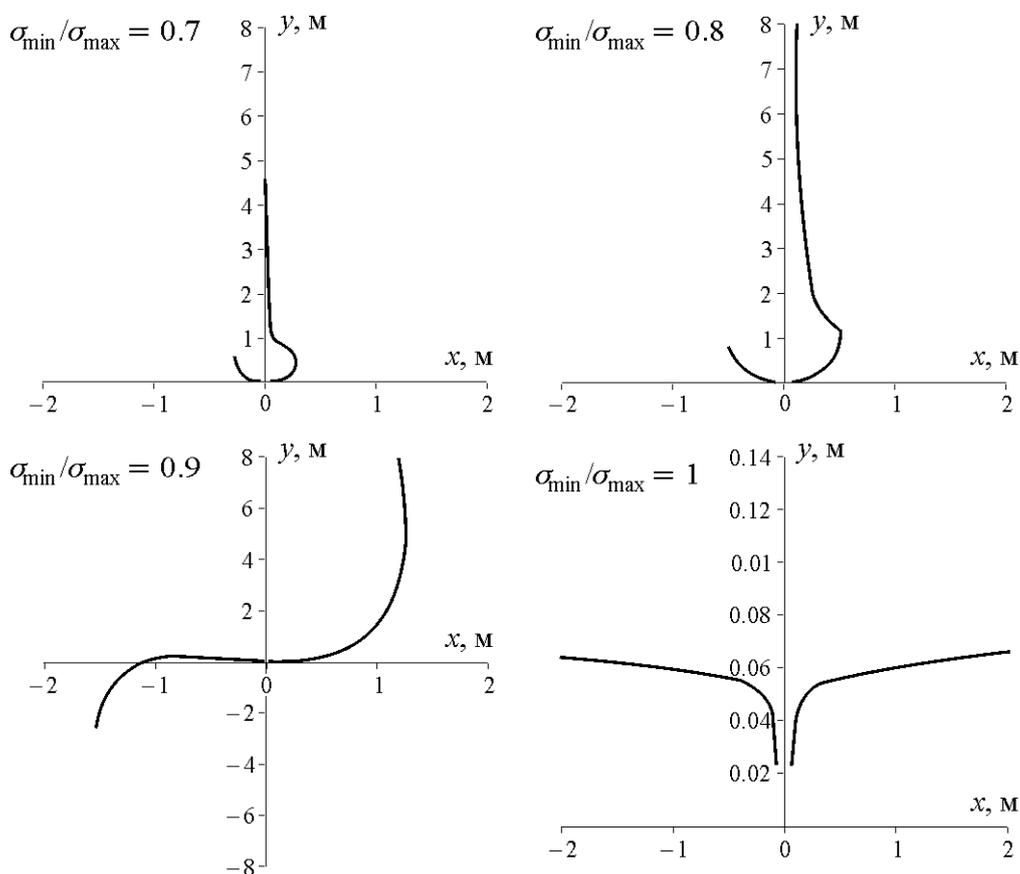


Рис. 7. Траектории развития двух трещин гидроразрыва: $\alpha_1 = 20^\circ$, $\alpha_2 = 160^\circ$, $\sigma_{\min} / \sigma_{\max} = 0.7, 0.8, 0.9, 1$

На рис. 8 представлены результаты расчетов траекторий трех трещин в зависимости от их начальной ориентации в поле сжатия, а на рис. 9 — четырех трещин. Здесь общим является выделение двух лидирующих трещин, растущих по направлению максимального сжатия. Это характерно для отношений $\sigma_{\min} / \sigma_{\max} < 1$ и $N > 2$.

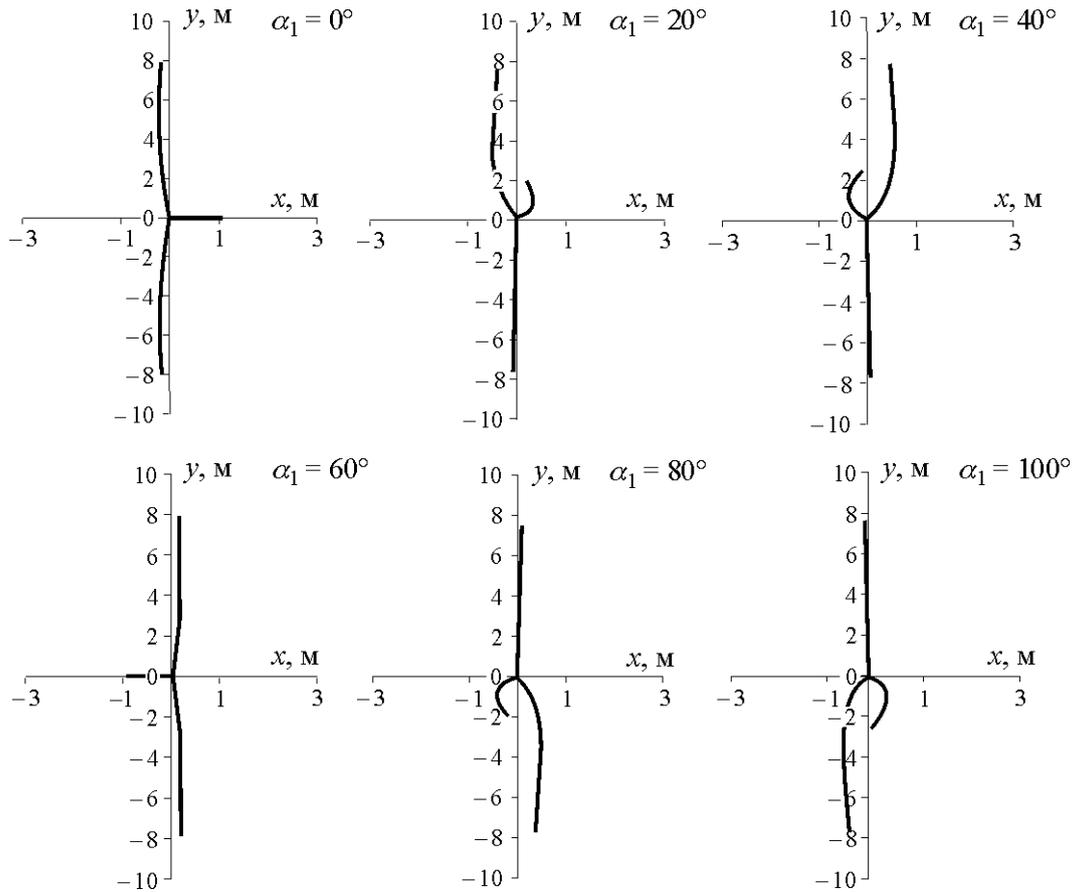


Рис. 8. Траектории распространения трех трещин. На рисунках указано значение начального угла первой трещины α_1 , другие расположены под углами $\pm 120^\circ$ от нее, $\sigma_{\min} / \sigma_{\max} = 0.7$

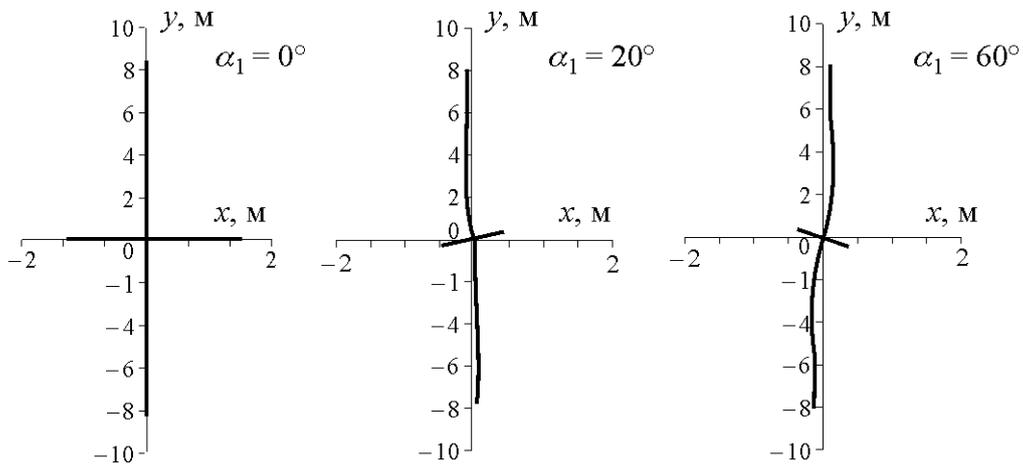
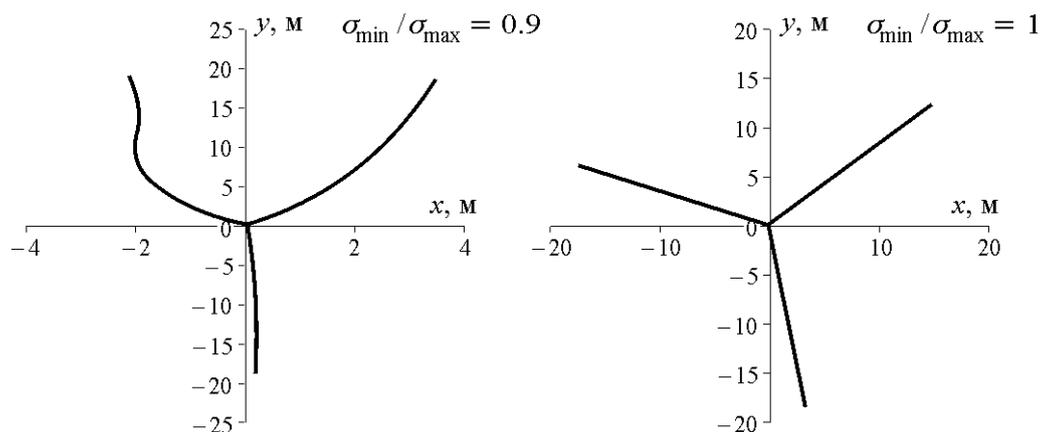
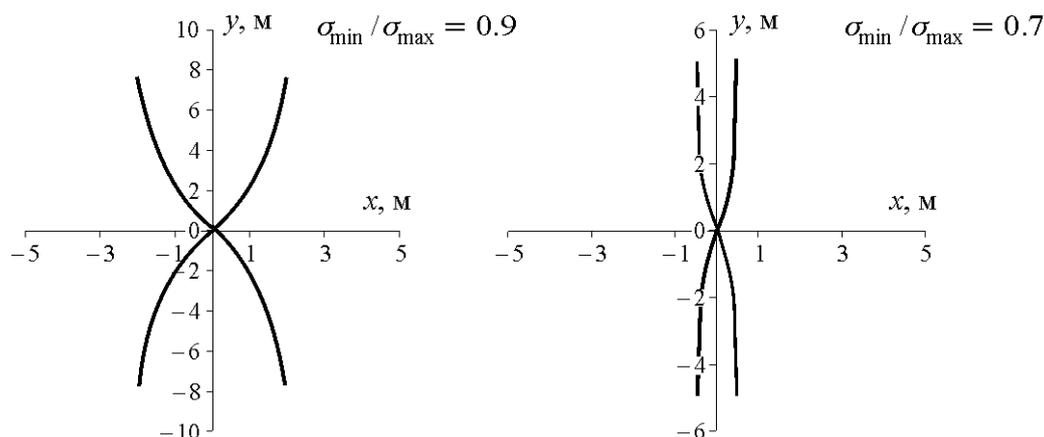


Рис. 9. Траектории четырех трещин ($\sigma_{\min} / \sigma_{\max} = 0.7$, угол α_1 обозначает начальный угол для первой трещины, система начальных трещин центрально симметрична относительно начала координат)

Естественно, если сжатие равномерное $\sigma_{\max} = \sigma_{\min}$ и начальные трещины равномерно распределены по контуру отверстия, то трещины растут прямолинейно и могут достигать больших размеров (рис. 10).

Рис. 10. Траектории трех трещин при $\sigma_{\min}/\sigma_{\max} = 0.9, 1$; $\alpha_1 = 45^\circ$

В общем случае, когда $\sigma_{\max} \neq \sigma_{\min}$, получить больше двух трещин значительной длины ($L > 20$ м) не удастся. Например, при $N = 4$ и $\alpha_1 = 45^\circ$ все четыре трещины растут устойчиво до $L \approx 6 \div 10$ м, а далее проявляется неустойчивость (аналогичная рис. 6) и выделяются опять две лидирующие трещины, которые развиваются в противоположные стороны, вдоль направления действия σ_{\max} (рис. 11).

Рис. 11. Развитие четырех трещин при $\sigma_{\min}/\sigma_{\max} = 0.9, 0.7$; $\alpha_1 = 45^\circ$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Поставленная задача о развитии N трещин с границы кругового отверстия сводится к нахождению решения системы из N комплексных сингулярных интегральных уравнений. В правой части уравнений содержится $p_1(s)$ — давление в жидком флюиде по длине трещины. Аналитическое выражение для $p_1(s)$, когда рабочий флюид — вязкая жидкость, получено из приближенного решения для прямолинейной трещины. При этом предполагалось (А. М. Линьков), что нормальные смещения берегов трещин пропорциональны нормальным напряжениям, приложенным к ее берегам, и расход жидкости по длине трещины сохраняется. Скорость трещины в любой момент времени находилась из интегрального закона сохранения массы жидкости. Проанализировано влияние постоянной утечки, вязкости жидкости, упругих характеристик среды на основные параметры гидроразрыва. Отмечено, что уменьшение вязкости жидкости и значения постоянной утечки при сохранении расхода приводит к увеличению скорости роста трещины.

Полученные приближенные решения сравнивались с современными численными расчетами, выполненными в строгой математической постановке. Даже на начальном этапе развития гидроразрыва, где кривизна трещин меняется наиболее сильно, приближенные решения отличаются от численных расчетов в основном не более чем на 10 %.

Проведенные расчеты показали, что в случае осевой симметрии начального положения двух зародышевых трещин относительно направления действия максимального сжатия трещины развиваются неустойчиво. Одна из трещин останавливается, а другая устойчиво растет по направлению максимального сжатия. Если с границы отверстия растут несколько трещин, то при $\sigma_{\max} \neq \sigma_{\min}$ происходит селекция — выделяются две лидирующие трещины, параллельные направлению действия напряжения σ_{\max} и растущие в противоположные стороны. Несколько трещин значительных размеров (длиной около 20 м) можно получить, если зародышевые трещины распределены равномерно по контуру отверстия и $\sigma_{\max} \approx \sigma_{\min}$.

В заключение авторы выражают благодарность О. П. Алексеенко и Е. Н. Шеру за содержательное обсуждение полученных результатов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Мартынюк П. А., Панов А. В. Развитие системы трещин гидроразрыва в нефтегазовом пласте при импульсном нагружении // ФТПРПИ. — № 3. — 2012.
2. Башеев Г. В., Мартынюк П. А., Шер Е. Н. О влиянии направления и величины внешнего поля напряжений на форму траекторий развития звездчатой системы трещин // ПМТФ. — 1994. — № 5.
3. Мартынюк П. А., Шер Е. Н. О влиянии свободной поверхности на форму зоны разрушения при взрыве шнурового заряда в горном массиве // ФТПРПИ. — 1998. — № 5.
4. Мартынюк П. А. Особенности развития трещин гидроразрыва в поле сжатия // ФТПРПИ. — 2008. — № 6.
5. Зубков В. В., Кошелев В. Ф., Линьков А. М. Численное моделирование инициирования и роста трещин гидроразрыва // ФТПРПИ. — 2007. — № 1.
6. Линьков А. М. Численное моделирование течения жидкости и продвижения трещины гидроразрыва // ФТПРПИ. — 2008. — № 1.
7. Желтов Ю. П., Христианович С. А. О гидравлическом разрыве нефтяного пласта // Изв. АН СССР. Отд. техн. наук. — 1955. — № 5.
8. Geertsma J., de Klerk F. A rapid method of predicting width and extent of hydraulically induced fractures, J. Petr. Tech, 1969, No. 12.
9. Nordgren R. P. Propagation of a vertical hydraulic fracture, Soc. Pet. Eng. J., Aug., 1972.
10. Алексеенко О. П., Вайсман А. М. Некоторые особенности плоской задачи гидроразрыва упругой среды // ФТПРПИ. — 1999. — № 3.
11. Алексеенко О. П., Вайсман А. М. Точное решение одной классической задачи гидроразрыва // ФТПРПИ. — 2001. — № 5.
12. Справочник по специальным функциям / под ред. М. Абрамовица, И. Стигана. — М.: Наука, 1979.
13. Есипов Д. В. Моделирование процессов инициации и распространения трещин гидроразрыва пласта: автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук. — Новосибирск, 2011.
14. Панасюк В. В., Саврук М. П., Дацьшин А. П. Распределение напряжений около трещин в пластинах и оболочках. — Киев: Наук. думка, 1976.