УДК 536.33

Расчетное моделирование теплообмена при обтекании испаряющейся полупрозрачной пленки потоком газодисперсной среды

Н.А. Рубцов, В.А. Синицын

Институт теплофизики им. С. С. Кутателадзе СО РАН, Новосибирск

E-mail: sinicyn@itp.nsc.ru

Численно решена сопряженная задача Стефана о нестационарном радиационно-конвективном теплообмене при турбулентном обтекании горизонтальной испаряющейся полупрозрачной пленки расплава высокотемпературной смесью газов с твердыми частицами. Движущаяся пленка подвергалась интенсивному радиационному нагреву внешним источником, излучение которого взаимодействовало с газодисперсной средой и пленкой в ограниченном спектральном диапазоне. Рассчитаны поля температуры и скорости в пограничном слое и пленке. На основе результатов численного решения проанализиовано влияние излучения на динамику температурных полей и скорость движения границы испарения.

Ключевые слова: излучение, турбулентность, пограничный слой, пленка, испарение, задача Стефана.

В работе [1] получено численное решение сопряженной задачи о нестационарном радиационно-конвективном теплообмене в пограничном слое и движущейся испаряющейся пленке расплава на поверхности твердого тела, которое обтекается высокотемпературным потоком газодисперсной среды. Одним из основных допущений в этой работе являлось предположение о постоянстве толщины испаряющейся пленки.

Настоящая статья является развитием постановки задачи в [1] в направлении учета изменения толщины пленки при испарении, что характерно для условий интенсивного нагрева твердого тела. Расчет температурного поля в системе пограничный слой–пленка с подвижной границей фазового перехода проведен в приближении однофазной задачи Стефана [2]. Исследование радиационно-кондуктивного теплообмена на основе решения задачи Стефана в плоском слое полупрозрачной среды можно найти, например, в работах [3–5]. Причем в статьях [3, 4] граница фазового перехода предполагалась полупрозрачной, тогда как в [5] — абсолютно черной.

Поскольку расплав имеет большую вязкость, можно считать, что скорость его движения существенно меньше скорости набегающего потока. В силу большой вязкости расплава влиянием его движения на течение в пограничном слое можно пренебречь [6]. Так как при рассматриваемых температурах давление насыщенных паров двуокиси кремния (испаряющийся материал) значительно меньше давления насыщенных водяных паров (поглощающий компонент (газ) в пограничном слое) [6], то пары материала пленки оказывают слабое влияние на оптические и теплофизические свойства среды. Исследуется газодисперсная среда с достаточно низкой концентрацией твердых частиц, что позволяет предположить слабое влияние дисперсной фазы на теплофизические свойства среды в потоке. Однако при этом допускается, что дисперсная фаза влияет на оптические свойства движущейся среды, которые зависят от температуры, длины волны излучения и концентрации компонентов - газа и частиц. Вязкость и теплопроводность зависят от температуры линейно, а плотность — обратно пропорционально. Учитывается перенос тепла в пленке за счет излучения и теплопроводности в направлении, перпендикулярном ее поверхности, а также перенос тепла за счет конвекции вдоль поверхности пленки. Оптические свойства материала пленки зависят от длины волны, а вязкость и теплопроводность — от температуры. Предполагается, что в пограничном слое теплообмен можно рассматривать в квазистационарном приближении. Нижняя поверхность пленки является теплоизолированной. Помимо конвективного нагрева от газодисперсного потока пленка нагревается излучением от внешнего источника, который представляет собой плоское абсолютно черное тело с температурой $T_{\rm s}$. Источник расположен вне пограничного слоя, его поверхность параллельна поверхности пленки. Излучение от источника взаимодействует с системой пограничный слой-пленка в ограниченном диапазоне длин волн. Среда в пограничном слое излучает, поглощает и рассеивает, а в пленке — излучает и поглощает.

С учетом принятых допущений уравнение движения среды в пограничном слое имеет вид [1]

$$\left((1+\overline{\mu}_t)f''\right)' + \frac{1}{2}ff'' = \xi \left(f'\frac{\partial f'}{\partial \xi} - f''\frac{\partial f}{\partial \xi}\right)$$
(1)

с граничными условиями на поверхности пленки

$$\eta = \delta : f = 0, \ f' = -f_w$$

и вдали от поверхности

$$\eta \to \infty : f' \to 1.$$

Здесь f — безразмерная функция тока, связанная с размерной функцией тока ψ соотношением $\psi(x, y) = \rho_{\infty} u_{\infty} \int_{0}^{y} \frac{\rho}{\rho_{\infty}} f' dy$, $f_{w} = V_{w} (\operatorname{Re} \xi)^{1/2}$, $V_{w} = \rho_{w} v_{w} / (\rho_{\infty} u_{\infty})$ — массовая ско-

рость испарения, определяемая ниже, индексы ∞ , *w* соответствуют условиям во внешнем течении и в расплаве, $\eta = \left(\frac{\rho_{\infty}u_{\infty}}{\mu_{\infty}x}\right)^{1/2} \int_{0}^{y} \frac{\rho}{\rho_{\infty}} dy$, $\xi = x/L$ — поперечная и продольная без-

размерные координаты, *x*, *y* — соответствующие им размерные координаты, *u*, *v* — соответственно продольная и поперечная компоненты скорости, ρ — плотность, μ — вязкость, $\overline{\mu}_t = \mu_t / \mu_\infty$, μ_t — турбулентная вязкость, *L* — длина расчетного участка пленки, штрих означает дифференцирование по координате η , $\delta = H / H_0$, H_0 — начальная толщина пленки, *H* — текущая толщина пленки.

Течение в расплаве предполагается безградиентным, слоистым и ламинарным вследствие большой вязкости расплава. Поле скорости описывается уравнением движения следующего вида [6]:

$$\frac{\partial}{\partial \zeta} [\overline{\mu_w}(\theta_w) \frac{\partial U}{\partial \zeta}] = 0$$
⁽²⁾

с краевыми условиями

$$\zeta = \delta, \ \xi_0 \le \xi \le \xi_1 : \ \overline{\mu}_w \frac{\partial U}{\partial \zeta} = 1,$$
(3)

648

$$\zeta = 0, \quad \xi_0 \le \xi \le \xi_1 : U = 0.$$

Здесь $\overline{\mu_w} = \mu_w / \mu_{w\infty}$, $\zeta = y / H$, H — толщина пленки, $\theta_w = T_w / T_\infty$, T_w — температура пленки, $U = u_w / u_{w\infty}$, u_w — скорость течения внутри пленки; масштаб скорости течения пленки $u_{w\infty} = \tau_w H / \mu_{w\infty}$ имеет смысл скорости движения верхней поверхности изотермической пленки с температурой T_∞ , τ_w — касательное напряжение на верхней поверхности пленки (задается на основе решения динамической задачи в пограничном слое), $\mu_{w\infty}$ — вязкость расплава при температуре T_∞ . Граничное условие (3) представляет собой безразмерную форму записи условия непрерывности касательного напряжения на верхней поверхности пленки.

Температурное поле в пограничном слое описывается следующим уравнением энергии с краевыми условиями [7]:

$$\frac{\partial}{\partial \eta} \left(\left(\frac{1}{\Pr} + \frac{\overline{\mu}_{t}}{\Pr_{t}} \right) \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \right) + \frac{f}{2} \frac{\partial \theta}{\partial \eta} - \xi f' \frac{\partial \theta}{\partial \xi} - \frac{\operatorname{Sk}}{\operatorname{Re} \operatorname{Pr}} \xi \Psi = 0, \tag{4}$$

$$\xi_{0} < \xi < \xi_{1}, \quad 0 < \eta < \infty, \quad \xi = \xi_{0} : \quad \theta = \theta_{0},$$

$$\eta = \delta : f = 0, f' = -f_{w} : \quad \theta = \theta_{w}, \quad \eta \to \infty : \quad \theta \to 1, \tag{5}$$

тепловое состояние среды в пленке определяется из уравнения энергии вида:

$$\frac{\partial \theta_{w}}{\partial \mathrm{Fo}} = \frac{\partial^{2} \theta_{w}}{\partial \zeta^{2}} + \mathrm{Sk}_{w} \frac{\partial \Phi_{w}}{\partial \zeta}, \ 0 < \zeta < \delta, \ \xi_{0} < \xi < \xi_{1}, \ \mathrm{Fo} > 0.$$
(6)

На верхней границе пленки (поверхность испарения) ставится условие Стефана:

$$\zeta = \delta, \ \xi_0 \le \xi \le \xi_1, \ \text{Fo} > 0: \ \Lambda \frac{\partial \theta_w}{\partial \zeta} = \text{Sk}_w (Q - \Phi_w), \tag{7}$$

где

$$Q = -\frac{1}{\mathrm{Sk}} \left(\frac{\mathrm{Re}}{\xi}\right)^{1/2} \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \Big|_{\eta=\delta} + \Phi \Big|_{\eta=\delta} + \frac{\mathrm{Ko}}{\mathrm{Sk}_{\mathrm{w}}} \theta_{m} \cdot Vt \,, \tag{8}$$

 $Vt \equiv \frac{d\delta}{dFo}$ — скорость движения границы фазового перехода. На нижней поверхности пленки задано условие теплоизоляции:

$$\zeta = 0, \ \xi_0 \le \xi \le \xi_1, \ \text{Fo} > 0: \ \frac{\partial \theta_w}{\partial \zeta} = \text{Sk}_w \Phi_w.$$
(9)

Начальное условие имеет вид:

Fo = 0,
$$0 \ge \zeta \ge 1$$
, $\xi_0 \le \xi \le \xi_1 : \theta_w = \theta_{w0}$.

В уравнениях (4)–(7) $\theta = T/T_{\infty}$, T — температура в пограничном слое, $\theta_w = T_w/T_{\infty}$, T_w — температура пленки, $\theta_w = T_{w0}/T_{\infty}$, T_{w0} — начальная температура пленки, $\theta_0(\eta)$ — автомодельное решение уравнения энергии (4) без учета излучения, $\Phi_w = E_w/(4\sigma T_{\infty}^4)$, E_w — интегральное по спектру значение плотности потока результирующего излучения в пленке, $\text{Re} = \rho_{\infty} u_{\infty} L/\mu_{\infty}$, $\text{Re}_w = \rho_w u_{w\infty} H_0/\mu_{w\infty}$ — числа Рейнольдса в пограничном слое и пленке соответственно, Fo = $a_w t/H_0^2$ — число Фурье, $\Delta = H_0/L$, Pr = $\mu_{\infty}/(\rho_{\infty} a_{\infty})$, $\Pr_w = \mu_{w\infty}/(\rho_w a_w)$ — числа Прандтля в пограничном слое и пленке соответственно, Sk = $4\sigma T_\infty^3 L/\lambda_\infty$, Sk_w = $4\sigma T_\infty^3 H_0/\lambda_w$ — числа Старка в пограничном слое и пленке соответственно, t — время, \Pr_t — турбулентное число Прандтля, λ_w — теплопроводность материала пленки, a_w , a_∞ — температуропроводность материала пленки и среды во внешнем течении соответственно, $\xi_0 = x_0/L$, $\xi_1 = x_1/L$, x_0, x_1 — границы расчетного участка пластины, σ — постоянная Стефана–Больцмана, Ко = $q_L/\rho_w c_w T_m$ — число Коссовича, q_L — теплота испарения материала пленки, T_m — температура испарения, $\theta_m = T_m/T_\infty$. Выражение для безразмерной дивергенции плотности лучистого потока в уравнении (4) имеет вид

$$\Psi = \int_{\Delta} \frac{\tau_{\lambda L} (E_{0\lambda} - E_{\lambda}^{*})}{4\sigma T_{\infty}^{4}} d\lambda,$$

где $E_{0\lambda}(T)$ — объемная плотность потока равновесного излучения, $E_{\lambda}^* = 2\pi \int_{-1}^{1} I_{\lambda}(\tau_{\lambda}, \chi) \chi d\chi$ —

объемная плотность потока падающего излучения, I_{λ} — интенсивность излучения, χ — косинус угла между осью ординат и направлением распространения излучения, λ длина волны, $\tau_{\lambda L} = k_{\lambda}L$ — характерная оптическая толщина, k_{λ} — коэффициент ослабления среды, индекс λ соответствует спектральным величинам. Оптическая толщина в сечении ξ пограничного слоя является функцией длины волны и температуры:

$$\tau_{\lambda} = \left(\frac{\xi}{\mathrm{Re}}\right)^{1/2} \int_{0}^{\eta} \frac{\tau_{\lambda L}}{\theta} d\eta.$$

Поверхность испарения пленки с точки зрения радиационного переноса являлась прозрачной и диффузно-зеркально отражающей. На ней учитывалось преломление излучения, а на внутренней верхней стороне поверхности пленки — эффекты полного внутреннего отражения [1]. Для решения уравнения переноса излучения, описывающего радиационное поле в рассматриваемой системе, использовался метод средних потоков [8]. Поле скорости в турбулентном пограничном слое рассчитывалось с использованием двух-слойной модели Себеси–Смита [9]. В результате совместного решения уравнений (1)–(6) и уравнения переноса излучения определялись поля скорости и температуры. При этом температурное поле в пленке рассчитывалось методом конечных разностей, который был модифицирован для учета движения границы фазового перехода [10] на сетке с постоянным пространственным шагом. При таком подходе шаг по времени являлся переменным, он находился итерационным методом из нелинейного уравнения, полученного из граничных условий задачи.

В условиях интенсивного конвективного теплообмена при обтекании твердого тела процесс испарения можно рассматривать существенно неравновесным и использовать для его описания закон Ленгмюра–Кнудсена [6]:

$$V_w = \frac{a_1}{\sqrt{\theta_w}} \exp\left(-\frac{a_2}{\theta_w}\right),$$

где V_w — массовая скорость испарения, a_1, a_2 — коэффициенты, не зависящие от температуры пленки:

$$a_1 = \frac{aP_{\text{sat}}(T_{\infty})}{\rho_{\infty}u_{\infty}} \sqrt{\frac{M}{2\pi RT_{\infty}}} \exp\left(\frac{q_L M}{RT_{\infty}}\right) , \ a_2 = \frac{q_L M}{RT_{\infty}} ,$$

650

a — коэффициент аккомодации, P_{sat} — давление насыщенных паров, M — молекулярная масса паров, R — газовая постоянная. Значения a_1 , a_2 для различных материалов меняются в широких пределах.

Зависимость вязкости материала пленки от температуры записывалась в следующей безразмерной форме, характерной для расплавленного стекла [11]:

$$\mu_w(\theta_w) = \exp[C_0(1/\theta_w - 1)], \quad C_0 = 6000/T_\infty,$$

Газодисперсная среда, в которой формируется пограничный слой, представляла собой смесь углекислого газа, водяного пара и частиц угля. Пренебрегая рассеянием в газовой фазе, коэффициент ослабления рассматриваемой модельной среды можно представить в виде

$$k_{\lambda} = k_{\lambda p} + \kappa_{\lambda g},$$

где $k_{\lambda p}$ — коэффициент ослабления излучения облаком частиц, $\kappa_{\lambda g}$ — коэффициент поглощения газа.

Для учета селективного поглощения излучения в газовой фазе применялся метод узкой полосы, основанный на статистической модели Гуди [12], с помощью которой можно достаточно точно описать селективное поглощение в неизотермической газовой смеси [13].

Представленные ниже результаты расчета получены для частного случая, когда газ представляет собой водяной пар. В расчетах переноса излучения в водяном паре учитывались вращательная полоса и полосы с волновыми числами, равными 7250, 5331, 3755 см⁻¹.

Оптические свойства частиц описаны в работе [14], где были получены приближенные формулы для расчета коэффициентов ослабления и рассеяния в зависимости от параметра дифракции:

$$x = \frac{\pi \overline{d}}{\lambda}.$$

Здесь \overline{d} — средний диаметр частиц. Спектральные значения коэффициента поглощения расплава стекла приведены в работе [11].

Расчеты проводились при следующих значениях определяющих параметров: $\Pr = 0,7$, $\Pr_w = 1$, $\Pr_t = 0,9$, $\operatorname{Re} = 10^6$, $\operatorname{Re}_w = 0,5$, $\operatorname{Sk} = 10^4$, $\Delta = 10^{-2}$, начальный временной шаг Δ Fo = 0,025. Концентрация углекислого газа принималась равной нулю, концентрация водяных паров равнялась единице. Давление газа составляло 10^5 Па, частицы угля имели размеры $\overline{d} = 10^{-4}$ м и показатель преломления m = 2,02 - 0,8i. Представленные ниже результаты расчетов получены для последнего поперечного сечения системы пограничный слой–пленка.

Поверхность пленки принимается оптически идеальной. Тогда из формулы Уолша–Данкла [15] следует, что при значении коэффициента преломления $n/n_0 = 1,5$ ($n_0 = 1$ — показатель преломления газа в пограничном слое) на границе раздела пограничный слой–пленка со стороны пограничного слоя коэффициент отражения $R_2 = 0,092$. Используя соотношение баланса энергии излучения на границе раздела [16], получим значение коэффициента отражения поверхности испарения со стороны пленки: $R_1 = 0,6$. Значение коэффициента отражения нижней поверхности пленки принималось равным 0,06.

Рисунок 1 иллюстрирует изменение температурного поля во времени (Fo) в системе пограничный слой–пленка расплава с учетом теплоты испарения материала пленки (Ko = 0,5), без учета (Sk_w = 0) и с учетом (Sk_w = 3, 4) теплового излучения. Видно, что

Рубцов Н.А., Синицын В.А.



Puc. 1	. Влияние	числа	Sk_w на	динамику
температурного поля.				
	$Sk = 0(1)^{-1}$	3(2) 4	(3) $K_0 =$	0.5

толщина пленки уменьшается по мере испарения материала с ее верхней границы. С ростом числа Sk_w увеличивается температурный градиент по толщине пленки, что связано с условиями тепловой изоляции нижней поверхности пленки. Действительно, в условиях тепловой изоляции нижняя поверхность представляет собой адиабатическую стенку, высвечивающую тепловую энергию в сторону пограничного слоя либо

за счет собственного, либо за счет диффузно отраженного излучений. Соответствующая этому процессу тепловая компенсация, осуществленная молекулярной теплопроводностью в материале пленки, приводит к увеличению градиента температуры на стенке.

На основании анализа температурных полей, изображенных на рис. 2 в фиксированных моментах времени (Fo), следует, что с ростом числа Коссовича увеличивается толщина нерасплавленной части пленки. Особенно это заметно в начальные моменты времени (Fo = 0,016), когда затраты энергии на фазовый переход оказываются максимальными.

Одной из важнейших характеристик системы с фазовым превращением является скорость движения межфазной границы Vt, определяемая тепловым балансом подводимого и отводимого от нее теплового потока (радиационного и кондуктивного) с учетом теплоты фазового перехода. Результаты расчета, представленные на рис. 3, позволяют выяснить влияние теплоты фазового перехода, входящей в число Коссовича, на динамику скорости фазового перехода. Видно, что при большом значении этого критерия движение границы фазового перехода существенно замедляется, это объясняется большими затратами тепла на фазовое превращение и слабым разогревом среды перед фронтом фазового перехода. Отмечается также немонотонный характер изменения величины Vt во времени (с ростом Fo). Снижение скорости Vt при больших значениях числа Fo характерно для радиационно-кондуктивного переноса, этот эффект объясняется радиационным охлаждением области, при-

легающей к межфазной границе.

Существенным доказательством влияния переноса излучения на охлаждение области вблизи фронта фазового превращения и соответствующего замедления скорости его движения служат результаты расчета, приведенные на рис. 4. Видно, что с ростом числа Старка (большая доля излучения в суммарном потоке), скорость движения Vt значительно снижается.

Рис. 2. Зависимость динамики температурного поля от числа Ко. Ко = 0,5 (1), 1 (2); Sk_w = 3.





Результаты численного моделирования радиационно-конвективного теплообмена в пограничном слое и полупрозрачной испаряющейся пленке переменной толщины позволяют заключить следующее:

 возрастание доли излучения в суммарном потоке приводит к увеличению градиента температуры на нижней «холодной» поверхности пленки вследствии эффектов отражения излучения от этой поверхности;

 наличие теплопереноса излучением приводит к затормаживанию скорости движения границы фазового перехода из-за вывода тепловой энергии из приграничной области фазового перехода;

 при увеличении теплоты фазового перехода скорость движения фронта испарения уменьшается за счет возрастания затрат энергии на структурные изменения агрегатного состояния вещества, причем наличие излучения усиливает эффект затормаживания фронта.

Список литературы

- 1. Рубцов Н.А., Синицын В.А. Радиационно-конвективный теплообмен при течении испаряющейся полупрозрачной пленки расплава // Прикл. механ. и техн. физика. 2012. Т. 53, № 1. С. 80–87.
- 2. Мейерманов А.М. Задача Стефана. Новосибирск: Наука 1986, 240 с.
- 3. Рубнов Н.А., Слепцов С.Д. Моделирование радиационно-кондуктивного теплообмена в слое полупрозрачной среды в приближении классического решения однофазной задачи Стефана // Теплофизика и аэромеханика. 2011. Т. 18, № 3. С. 475–483.
- 4. Рубцов Н.А. К анализу процессов нагрева и плавления слоя полупрозрачного материала // Теплофизика и аэромеханика. 2012. Т. 19, № 4. С. 521–531.
- Le Dez V., Yousefian F., Vaillon D., Lemonneir D., Lallemand M. Probleme de Stefan dires dans un milieu semi-transparent gris // J. Phys. III Franse. 1996. Vol. 6, No. 3. P. 373–390.
- 6. Полежаев Ю.В., Юревич Ф.Б. Тепловая защита. М.: Энергия, 1976. 392 с.
- 7. Рубцов Н.А., Синицын В.А. Нестационарный радиационно-конвективный теплообмен при обтекании полупрозрачной пластины высокотемпературным газодисперсным потоком // Прикл. механ. и техн. физика. 2009. Т. 50, № 3. С. 140–146.
- 8. Рубцов Н.А., Тимофеев А.М., Пономарев Н.Н. О поведении коэффициентов переноса в прямых дифференциальных методах теории радиационного теплообмена в рассеивающих средах // Изв. СО АН СССР. Сер. техн. наук. 1987. Т. 18, вып. 5. С. 3–8.
- 9. Cebeci T., Smith A.M. Analyses of turbulent boundary layers. N.Y.: Acad. Press, 1974. 404 p.
- **10.** Арутюнов В.А., Бухмиров В.В., Крупенников С.А. Математическое моделирование тепловой работы промышленных печей. М.: Металлургия, 1990. 239 с.

- 11. Рубцов Н.А., Шварцбург А.М. Расчет влияния спектра излучения факела на теплопередачу в ванной стекловаренной печи // Изв. СО АН СССР. Сер.техн. наук. 1976. Вып. 1, № 3. С. 90–94.
- 12. Гуди Р. Атмосферная радиация. М.: Мир, 1969. 522 с.
- 13. Soufiani A., Hartmann J.M., Tain J.A. Validity of band model calculations for CO₂ and H₂O applied to radiative properties and conductive-radiative transfer // J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer. 1985. Vol. 33, No. 3. P. 243–257.
- Kim Ch., Lior N. Easily computable good approximations for spectral radiative properties of particle–gas components and mixture in pulverized coal combustors // Fuel. 1995. Vol. 74, No. 12. P. 891–1902.
- 15. Оцисик М.Н. Сложный теплообмен. М.: Мир, 1976. 616 с.
- 16. Сергеев О.А., Мень А.А. Теплофизические свойства полупрозрачных материалов. М.: Изд-во стандартов, 1977. 288 с.

Статья поступила в редакцию 14 февраля 2014 г.