Итак, последовательное описание эксперимента на однородное нагружение приводит к естественной замкнутой модели, которая предсказывает появление наведенной анизотропии, что необходимо для правильного учета эффектов сложного нагружения. Модель и алгоритм удовлетворяют сформированным тестовым требованиям, согласуются с опытом и позволяют решать задачи о больших деформациях упругого анизотропного тела.

### ЛИТЕРАТУРА


1. **Прагер В.** Введение в механику сплошных сред.— М.: ИЛ, 1963.
2. **Хилл Р.** Некоторые вопросы поведения изотропных упругих твердых тел при наложении малой деформации на конечную // Проблемы механики твердого деформированного тела.— Л.: Судостроение, 1970.
3. **Балабух Л. И., Яковенко М. Г.** Об учете деформационной анизотропии в задачах устойчивости изотропных упругих тел // Механика деформируемых тел и конструкций.— М.: Машиностроение, 1975.
4. **Никитин Л. В.** Об анизотропии упругой среды с начальными напряжениями // Изв. АН СССР. Физика Земли.— 1983.— № 12.
5. **Ревуженко А. Ф., Чанышев А. И., Шемякин Е. И.** Математические модели упругопластических тел // Актуальные проблемы вычислительной математики и математического моделирования.— Новосибирск: Наука, 1985.
6. **Ревуженко А. Ф.** Один класс сложных нагружений неупругой среды // ПМТФ.— 1986.— № 5.
7. **Doyl T. C., Ericksen J. L.** Nonlinear elasticity // Adv. Appl. Mech.— 1956.— V. 4.— P. 53.
8. **Новожилов В. В.** Основы нелинейной теории упругости.— М.: Гостехиздат, 1948.
9. **Черных К. Ф.** Обобщенная плоская деформация в нелинейной теории упругости // ПМ.— 1977.— Т. 13, № 1.
10. **Green A. E., Rivlin R. S., Shield R. T.** General theory of a small elastic deformation superposed on finite elastic deformations // Proc. Roy. Soc. A.— 1952.— V. 211, N 1104.
11. **Гузь А. Н.** К вопросу о линеаризованных задачах теории упругости // ПМ.— 1972.— Т. 8, № 1.
12. **Гузь А. Н.** Об аналогиях между линеаризованными и линейными задачами упругости при однородных начальных состояниях // ПМ.— 1972.— Т. 8, № 5.
13. **Баев Л. В., Коробейников С. Н.** Выпучивание круговой цилиндрической оболочки за пределом упругости при действии осевой силы и бокового давления // Динамика сплошной среды.— Новосибирск: ИГ СО АН СССР, 1982.— Вып. 55.
14. **Gadala M. S., Oravas G. A' E., Dokainish M. A.** A consistent Eulerian formulation of large deformation problems in statics and dymanics // Intern. J. Nonlinear Mech.— 1983.— V. 18.— P. 21.



*Поступила 25/VI 1987 г.,*
*в окончательном варианте — 19/XI 1987 г.*


---


УДК 532. 72; 669.015.23


# ТОЧНОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ОБ ИСПАРЕНИИ КАПЛИ В ЗВУКОВОМ ПОЛЕ ПРИ ИНТЕНСИВНОМ ПОПЕРЕЧНОМ ПОТОКЕ ВЕЩЕСТВА


*С. Д. Трайтак*

*(Москва)*


В [1] рассмотрена задача о массообмене капли со средой, находящейся в поле звуковой волны с амплитудой смещения много меньше и длиной волны много больше радиуса капли. Возникающие при этом в окрестности капли стационарные вторичные течения и диффузионный перенос летучего вещества можно изучать в приближении динамического и диффузионного погранслоев. В [1] показано, что для многих встречающихся на практике случаев вклад от пульсационного переноса диффундирующего вещества мал по сравнению с конвективным и массообмен в окрестности капли допустимо описывать краевой задачей

$$\frac{\partial b}{\partial \varphi}+D_2\left(\frac{\partial b}{\partial \psi}\right)_{\psi=0}\frac{\partial b}{\partial \psi}=D_2\frac{\partial^2 b}{\partial \psi^2}; \tag{1}$$

$$b|_{\psi=0}=b_1, \quad b|_{\psi\to\infty}\to b_2, \tag{2}$$

где $b=m/(m_{\text{гр}}-1; m_{\text{гр}}=m|_{\psi=0}; \psi=u_0(x)\,r(x)\,y; \varphi=\int\limits_0^x u_0r^2\,dx;$

$r(x)=R\cos(x/R);\ u_0(x)=A\sin(2x/R);\ A=1{,}4B^2/\omega R;\ D_2u_0r\left(\frac{\partial b}{\partial \psi}\right)_{\psi=0}=v_{\text{гр}};$

$m$ и $m_{\text{гр}}$ — концентрация летучего вещества и ее значение на поверхности капли; $v_{\text{гр}}$ — скорость стефановского потока на поверхности капли; $D_2$ — коэффициент диффузии; $R$ — радиус капли; $B$ и $\omega$ — амплитуда скорости и частота звуковой волны; $(y, x)$— локальные координаты, связанные с поверхностью капли [1].

В [1] получена приближенная формула, дающая решение задачи (1), (2) для достаточно малой скорости стефановского потока. При этом локальный поток массы на поверхность капли определяется по формуле

$$j=\rho D_2\left(\frac{\partial b}{\partial y}\right)_{y=0}=\sqrt{\frac{2}{\pi}}(b_2-b_1)\frac{\exp\left[-(b_2-b_1)^2/\pi\right]}{1+\operatorname{erf}\left[(b_2-b_1)/\sqrt{\pi}\right]}F(\bar{x}). \tag{3}$$

Здесь $F(\bar{x})=\rho\sqrt{\frac{AD_2}{R}}\frac{\sin 2\bar{x}\cos\bar{x}}{\sqrt{1-\cos^4\bar{x}}}$; $\bar{x}=x/R$; $\rho$ — плотность среды. Найдем точное решение рассматриваемой задачи, для чего перейдем в (1), (2) к автомодельной переменной $\xi=\psi/(2\sqrt{D_2\varphi})$. Краевая задача (1), (2) в переменной $\xi$ запишется как

$$\frac{d^2b}{d\xi^2}+\left(2\xi-\left.\frac{db}{d\xi}\right|_{\xi=0}\right)\frac{db}{d\xi}=0; \tag{4}$$

$$b|_{\xi=0}=b_1, \quad b|_{\xi\to\infty}\to b_2. \tag{5}$$

Заметим, что $(db/d\xi)_{\xi=0}$ равно некоторой константе. Поэтому, вводя для нее обозначение

$$\beta=\left.\frac{db}{d\xi}\right|_{\xi=0}, \tag{6}$$

решения уравнения (4) с условиями (5) выразим в виде

$$b=b_1+(b_2-b_1)\frac{\operatorname{erf}[\xi-(\beta/2)]+\operatorname{erf}(\beta/2)}{1+\operatorname{erf}(\beta/2)}. \tag{7}$$

Воспользовавшись определением константы $\beta$ (6) из формулы (7), легко получим трансцендентное уравнение, позволяющее найти ее величину:

$$\beta=\frac{2}{\sqrt{\pi}}(b_2-b_1)\frac{\exp(-\beta^2/4)}{1+\operatorname{erf}(\beta/2)}. \tag{8}$$

Таким образом, формула (7) и уравнение (8) дают точное решение поставленной задачи. Выражение для локального потока массы на поверхности капли принимает вид

$$j=\beta F(\bar{x}). \tag{9}$$

Отметим, что (3) следует из (9), если при итерационном решении уравнения (8) ограничиться первой итерацией.

## ЛИТЕРАТУРА


1. **Кутателадзе С. С., Накоряков В. Е.** Тепломассообмен и волны в газожидкостных системах.—Новосибирск: Наука, 1984.


*Поступила 11/VII 1988 г.*