

некоторые прочностные характеристики материалов, связанные со скоростью деформирования  $\dot{\epsilon}$ , определяемой скоростью  $v_+$ . Кривые  $v_-(v_+)$  перестраивались в  $v_-/v_*(v_+/v_*)$  (фиг. 3). При этом оказалось, что и надо было ожидать, следуя [1], что в новых координатах кривые, соответствующие разным толщинам преград и диаметрам ударников, сгруппировались в достаточно узкие пучки (пучок для Д16Т выделен на фиг. 3 в единую кривую 1, для ОТ-4-1 в кривую 2 и для ВТ-20 в кривую 3), что говорит об инвариантности кривых в этих координатах относительно изменения толщины преград и диаметров ударников уже во всем диапазоне рассматриваемых скоростей, а не только при достижении определенной скорости.

Аналогичное перестроение в новые координаты проводилось также для феноменологических зависимостей  $\Delta v(v_+)$ . Полученные графики  $\Delta v/v_*(v_+/v_*)$  показаны на фиг. 4. Как и предполагалось, данные образовали для каждого материала явно выраженные свои пучки, имеющие тенденцию выходить на асимптоты (1 — ВТ-20, 2 — ОТ-4-1, 3 — Д16Т).

Авторы благодарны С. Т. Милейко и О. А. Саркисяну, основополагающая работа [1] которых стимулировала проведение настоящего исследования.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Милейко С. Т., Саркисян О. А. Феноменологическая модель пробивания. — ПМТФ, 1981, № 5.
2. Милейко С. Т., Кондаков С. Ф., Голофаст Е. Г. Об одном случае пробивания. — Пробл. прочности, 1979, № 2.
3. Recht R. F., Ipson T. W. Ballistic perforation dynamics. — J. Appl. Mech., 1963, N 3.
4. Awerbuch J., Hahn H. T. Hard object impact damage of metal matrix composites. — J. Composite Materials, 1976, vol. 10, p. 231.
5. Awerbuch J., Bodner S. R. Experimental investigation of normal perforation of projectiles in metallic plates. — Int. J. Solids Structures, 1974, vol. 10, p. 685.
6. Ipson T. W., Recht R. F. Ballistic-penetration resistance and its measurement. — Exp. Mech., 1975, vol. 15, N 7.

Поступила 4/VIII 1983 г.

УДК 539.4

### О ВЛИЯНИИ ИСТОРИИ ДЕФОРМИРОВАНИЯ НА СКОРОСТЬ НАКОПЛЕНИЯ ПОВРЕЖДЕНИЙ ПРИ НЕМОНОТОННОМ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ

А. А. МОВЧАН  
(Москва)

1. Проблема определения момента разрушения в условиях немоногоного упруго-пластического нагружения включает в себя в качестве контрастных частных случаев такие задачи, как определение числа циклов до разрушения при малоциклового усталости [1, 2] и определение ресурса пластичности при сложных технологических операциях обработки металлов давлением [3]. Данная работа посвящена описанию накопления рассеянных, а не локализованных после образования макротрещины повреждений. Поэтому под термином «разрушение» понимается зарождение трещины некоторой фиксированной малой длины. Хотя внешне картины усталостного (малоциклового) и квазистатического разрушения различны [2], дислокационные субструктуры, определяющие поврежденное состояние материала на стадии накопления рассеянных повреждений, во многом сходны [4], что говорит в пользу возможности их единого описания. Диапазон скоростей деформаций и температур считается таким, что выбор масштаба времени несуществен.

Одним из возможных путей феноменологического описания накопления повреждений является введение объектов, имеющих скалярную или тензорную природу и описывающих поврежденное состояние материала. Эти объекты либо задаются в виде функционалов пути нагружения [5], либо их изменение определяется кинетическими уравнениями [6—8]. В [7, 8] кинетическое уравнение для параметра поврежденности  $\Omega$  записывается в виде

$$(1.1) \quad d\Omega/dL = \lambda P,$$

где  $L$  — длина дуги пластического деформирования;  $P$  — интенсивность остаточных микронапряжений [9];  $\lambda$  — постоянная.

В [7, 10, 11] принято в качестве «...рационального первого приближения» [10], что  $P$  связано конечным соотношением с интенсивностью пластических деформаций  $p_i = (2/3)(p_{ij}p_{ij})^{1/2}$ , где  $p_{ij}$  — тензор пластических деформаций. Уравнение (1.1) принимает при этом вид

$$(1.2) \quad d\Omega/dL = f(p_i).$$

С помощью уравнения (1.2) описывается явление малоциклового усталости при жестком пропорциональном в полциклах деформировании с симметричным циклом (нулевой средней деформацией) и при немонотонном деформировании с прогрессирующим нарастанием интенсивности пластической деформации [7]. В [12, 13] доказано, что, согласно критерию (1.2), поврежденность при непропорциональном циклическом деформировании всегда больше, чем в случае циклического деформирования той же амплитуды с пропорциональным в полциклах изменением компонент тензора пластических деформаций, что подтверждается в экспериментах [14]. В [15, 16] получены качественно правильно описывающие экспериментальные данные уравнения малоциклового усталости для суперпозиции ортогональных в пространстве деформаций [17] гармонических путей пластического деформирования, наложенных друг на друга со сдвигом фаз и с разными частотами. Необходимо отметить, что во всех перечисленных выше случаях правильного описания уравнением (1.2) экспериментальных данных средние за цикл значения компонент тензора пластических деформаций были либо постоянны и равны нулю, либо нарастали от цикла к циклу.

Однако область применимости уравнения (1.2) ограничена, поскольку оно не учитывает влияния истории деформирования на скорость роста поврежденности. В [18] доказано, что предположение о независимости повреждения, накопленного на некотором участке траектории деформирования, от предыстории деформирования при любом фиксированном законе суммирования повреждений противоречит экспериментальным данным по малоциклового усталости. Отсюда следует, что к противоречию будет приводить и уравнение (1.2) при любой функции  $f$ . Действительно, согласно (1.2), закон суммирования повреждений является линейным (т. е. он фиксирован); проинтегрировав (1.2) по любому участку пути деформирования, можно получить, что приращение повреждения зависит лишь от этого участка и не зависит от предыстории деформирования. В соответствии с этим в [19] показано, что уравнение (1.2) существенно завышает влияние асимметрии цикла на долговечность при малоциклового усталости, когда среднее значение параметра деформации за цикл постоянно и отлично от нуля, неправильно описывая это влияние не только количественно, но и качественно.

2. В данной работе делается попытка учесть влияние истории деформирования на скорость накопления повреждений. Уравнение (1.2) может быть представлено в форме

$$(2.1) \quad \frac{d\Omega}{dL} = f \left[ \sqrt{\frac{2}{3}} \rho(P, O) \right],$$

где  $\rho(P, O)$  — расстояние в пространстве деформаций между точкой  $O$ , соответствующей недеформированному состоянию, и точкой мгновенного деформированного состояния  $P$ . Именно потому, что в (2.1) расстояние отсчитывается от начала координат, асимметрия относительно  $O$  слишком сильно влияет на долговечность. Чтобы избежать этого, (2.1) может быть переписано в виде

$$(2.2) \quad \frac{d\Omega}{dL} = f \left[ \sqrt{\frac{2}{3}} \rho(P, P_0) \right],$$

где  $P_0$  — некоторая точка отсчета расстояний. В процессе жесткого циклического деформирования, когда  $P$  в течение каждого цикла 2 раза перемещается по некоторому прямолинейному отрезку в пространстве деформаций,  $P_0$  должна приближаться к центру этого отрезка. Тогда влияние асимметрии на долговечность будет затухать с ростом долговечности, как это наблюдается в экспериментах [20]. Этому условию удовлетворяет центр масс  $P_1$  пути деформирования, если последний рассматривать как кривую постоянной плотности в пространстве деформаций. Однако в случае совпадения  $P_0$  и  $P_1$  влияние асимметрии на долговечность будет одинаково для различных материалов и даже слишком мало. Поэтому в дальнейшем предполагается, что в процессе деформирования  $P_0$  лишь приближается к  $P_1$ . Координаты  $e_{ij}^0$  точки  $P_0$  и  $e_{ij}^1$  точки  $P_1$  считаются связанными зависимостью  $e_{ij}^0 = \varphi(L) e_{ij}^1$ , где  $\varphi(L) \rightarrow 1$  при  $L \rightarrow \infty$ . В дальнейших расчетах функция  $\varphi(L)$  задается в виде  $\varphi(L) = L/(L + L_*)$ , где  $L_*$  — некоторая константа. Тогда

$$(2.3) \quad e_{ij}^0 = \frac{1}{L + L_*} \int_0^L p_{ij}(\xi) d\xi.$$

Согласно (2.3), при  $L_* = 0$   $e_{ij}^0 = e_{ij}^1$ ; с ростом  $L_*$  скорость сближения  $P_0$  и  $P_1$  уменьшается. При  $L_* = \infty$   $e_{ij}^0 = 0$ .

В [19] доказано, что в рамках уравнения (1.2) явление малоциклового усталости будет описываться степенным уравнением Коффина — Мэнсона в случае, когда  $f$  является степенной функцией. Поэтому в дальнейшем принимается

$$(2.4) \quad f(x) = \lambda x^n.$$

В результате скалярный  $\Omega$  и тензорный  $\rho_{ij}$  параметры, описывающие поврежденное состояние, выражаются следующими функционалами:

$$(2.5) \quad \Omega = \int_0^L \lambda \left( \sqrt{\frac{2}{3} \rho_{ij} \rho_{ij}} \right)^n d\xi, \quad \rho_{ij} = p_{ij} - \frac{1}{L + L_*} \int_0^L p_{ij}(\xi) d\xi$$

или в дифференциальной форме

$$(2.6) \quad d\Omega = \lambda \left( \sqrt{\frac{2}{3} \rho_{ij} \rho_{ij}} \right)^n dL, \quad d\rho_{ij} = dp_{ij} - \frac{\rho_{ij}}{L + L_*} dL.$$

В (2.5), (2.6)  $\lambda$ ,  $n$ ,  $L_*$  являются функциями вида напряженно-деформированного состояния. При  $L_* = \infty$  система (2.6) эквивалентна (1.2) при (2.4).

3. В случае пропорционального немонотонного изменения компонент тензора пластической деформации

$$(3.1) \quad p_{ij} = p p_{ij}^0,$$

где  $p_{ij}^0$  — постоянный девиатор,  $p$  — в общем случае немонотонно меняющийся параметр, система (2.5) может быть сведена к уравнению

$$(3.2) \quad \Omega = \int_0^L \lambda \left\{ \frac{\left| p L_* + \int_0^l \text{sign} \left( \frac{dp}{dL} \right) \xi d\xi \right|}{l + L_*} \right\}^n dl.$$

Применяя (3.2) для случая монотонного деформирования и записывая условие разрушения

$$(3.3) \quad \Omega = 1,$$

можно получить связь между параметрами модели  $\lambda$ ,  $n$ ,  $L_*$ , которая содержит пластичность материала  $D$  (интенсивность пластических деформаций в момент разрушения при монотонном деформировании):

$$(3.4) \quad \lambda = \frac{1}{D^{n+1} \int_0^1 \left[ \frac{2\xi\gamma + \xi^2}{2(\xi + \gamma)} \right]^n d\xi},$$

где  $\gamma = L_*/D$ .

В процессе циклического деформирования точка отсчета расстояний  $P_0$  будет двигаться вокруг неподвижной точки — центра масс траектории деформирования за цикл  $P_2$  так, что  $\rho(P_0, P_2) \ll C/(A + B)$ , где  $\rho(P_0, P_2)$  — максимальное в течение цикла расстояние между  $P_0$  и  $P_2$ ,  $A$ ,  $B$ ,  $C$  — постоянные для данного циклического пути деформирования;  $i$  — номер цикла. В случае, когда число циклов достаточно велико, расстояние в (2.2) будет отсчитываться от точки  $P_0$ , близкой к неподвижной точке  $P_2$ , а режим накопления повреждений станет близким к стационарному (изменения в процессе накопления повреждений при переходе от цикла к циклу малы и уменьшаются с ростом числа циклов). Согласно (2.2), уравнение малоциклового усталости для стационарного режима накопления повреждений имеет вид

$$(3.5) \quad N \int_0^{L_1} \lambda \left[ \frac{2}{3} (p_{ij} - e_{ij}^2) (p_{ij} - e_{ij}^2) \right]^{\frac{n}{2}} dL = 1,$$

где  $e_{ij}^2 = \int_0^{L_1} p_{ij}(\xi) d\xi$  — координаты точки  $P_2$ ; интегрирование производится по длине дуги деформирования в течение одного цикла. Расчеты показывают, что для циклического деформирования при уменьшении диаметра траектории за цикл отношение  $N_1/N_2$  стремится к единице, где  $N_1$ ,  $N_2$  — числа циклов до разрушения, найденные соответственно по (2.5), (3.3) и (3.5).

Сравнивая (1.2) при степенной функции  $f$  и (3.5), можно заключить, что уравнение (1.2) в условиях стационарного накопления повреждений будет давать те же результаты, что и (3.5) (а значит, результаты, близкие к получаемым из системы (2.5)), при условии  $e_{ij}^2 = 0$ , т. е. когда средние за цикл значения компонент  $p_{ij}$  равны нулю. В противоположном случае уравнение (1.2) при достаточно большом числе циклов нагружения будет давать результаты, близкие к результатам решения (2.5), если под  $p_i$  понимать интенсивность тензора  $p_{ij} - e_{ij}^2$ . Геометрически это эквивалентно переносу

су начала координат пространства деформаций в центр масс траектории деформирования за цикл. С этими оговорками вышеупомянутые результаты [7, 10—13, 15, 16], полученные с помощью уравнения (1.2), приближенно справедливы в рамках системы (2.5) при достаточно большом числе циклов нагружения.

Для жесткого циклического деформирования, когда параметр  $p$  в (3.1) циклически меняется в заданных пределах между  $p_1$  и  $p_2$  ( $p_2 > p_1$ ), в условиях стационарного накопления повреждений из (3.5) получается уравнение малоциклового усталости в виде

$$(3.6) \quad \delta = 2 \left( \frac{n+1}{4\lambda} \right)^{1/(n+1)} \frac{1}{N^{1/(n+1)}},$$

где  $\delta = p_2 - p_1$  есть размах пластической деформации;  $N$  — число циклов до разрушения. Уравнение (3.6) совпадает по структуре с многократно проверенным экспериментально степенным уравнением малоциклового усталости Коффина — Мэнсона [1, 2]. Если последнее принять в форме

$$(3.7) \quad \delta = p_*/N^\alpha,$$

то получается следующая связь функций модели с легко определяемыми из эксперимента на малоцикловую усталость параметрами «циклической вязкости»  $p_*$  и показателем кривой малоциклового усталости  $\alpha$ :

$$(3.8) \quad 1/(n+1) = \alpha;$$

$$(3.9) \quad 2/(4\lambda\alpha)^\alpha = p_*.$$

Подставляя (3.4) в (3.9), можно получить

$$(3.10) \quad \left\{ \frac{n+1}{2} \int_0^1 \left( \frac{2\xi^2 + \xi^2}{\xi + \xi} \right)^n d\xi \right\}^{n+1} = \frac{p_*}{D}.$$

Уравнения (3.8) — (3.10) решают вопрос о нахождении параметров модели через экспериментально определяемые величины  $D$ ,  $\alpha$ ,  $p_*$ . При этом  $L_*$  находится графически из (3.10), левая часть которого является монотонной функцией  $\gamma = L_*/D$ .

Соотношение (3.10) показывает, что  $p_*/D$  является возрастающей функцией  $L_*$  и  $n$ . При  $n = \text{const}$  с возрастанием  $L_*$  от нуля до  $\infty$   $p_*/D$  возрастает от значения  $2^{-2\alpha}$  до  $2^{1-2\alpha}$ . При  $L_* = \infty$ ,  $\alpha = 0,5$  из (3.10) получается

$$(3.11) \quad p_* = D.$$

Соотношение (3.11), полученное из (1.2) в [7], рекомендовано исходя из экспериментальных данных в [4]. При  $L_* = 0$ ,  $\alpha = 0,5$  из (3.10) получается

$$(3.12) \quad p_* = D/\sqrt{2}.$$

Соотношение (3.12) получено из других соображений в [21]. Там же приведены результаты обработки экспериментальных данных для ряда материалов, подтверждающие соотношение (3.12).

В [2] для расчетов на малоцикловую усталость элементов конструкций рекомендуется использовать соотношение  $p_* = D/2$ , соответствующее  $n = 0$  и дающее минимальное при  $L_* \geq 0$ ,  $n \geq 0$  значение  $p_*/D$ .

Таким образом, система (2.5) обладает перед уравнением (1.2) тем преимуществом, что в ее рамках отношение «циклической вязкости»  $p_*$  к «обычной вязкости»  $D$  не постоянно, а может меняться от материала к материалу, как это и наблюдается в экспериментах.

4. Уравнение (3.6) справедливо, если число циклов достаточно велико. Если же это не так, то при интегрировании (2.2) необходимо учитывать движение точки  $P_0$  в процессе деформирования. Согласно (2.5), (3.3), уравнение малоциклового усталости при жестком деформировании может быть записано в виде

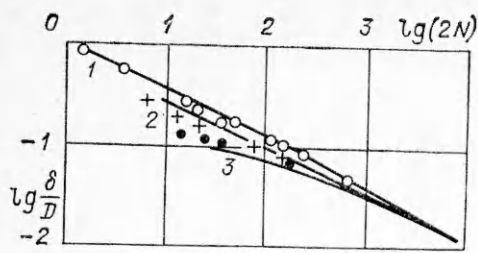
$$(4.1) \quad \delta = (p_*/N^\alpha) (1 - \beta).$$

Здесь  $p_*$  и  $\alpha$  определяются по (3.8) и (3.9); функция  $\beta$ , отражающая влияние нестационарности процесса накопления повреждений, для  $n = 1$  равна

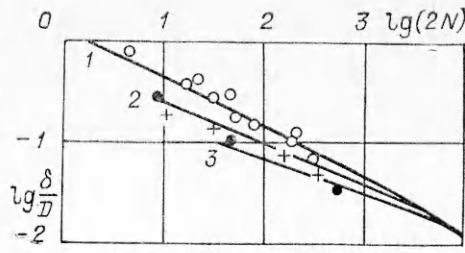
$$\beta = 1 - \left[ 1 - (p_2/p_*)^2 \kappa(L_*/p_2) - \frac{1}{p_*^2} S \right]^{1/2},$$

где  $\kappa(z) = 0,5 + z - z^2 \ln(1 + 1/z)$ ,

$$S = \sum_{m=1}^{h^*-1} (-1)^{m-1} L_m L_{m-1} (1 - \kappa_m) \ln \left( 1 + \frac{\delta}{L_m} \right) + \sum_{m=h^*}^{2N} L_m L_{m+1} [\kappa_m + (1 - \kappa_m) \ln(1 - \kappa_m)],$$



Ф и г. 1



Ф и г. 2

$$L_m = L_* + p_2 + (m-1)\delta, \quad \kappa_m = \frac{(-1)^m [L_* (p_1 + p_2) + p_1 p_2]}{L_m L_{m+1}}$$

$k^*$  — минимальное нечетное число, превосходящее величину  $(p_1^2 + 2L_* p_1)/\delta^2 - 1$ . Для  $n \neq 1$   $\beta$  ( $n, N, \delta, L_*, p_2$ ) определяется численным интегрированием. При  $p_1/p_2 = \text{const}$  и  $\delta \rightarrow 0$  получается  $\beta \rightarrow 0$ .

Соотношение (4.1) в отличие от уравнения малоциклового усталости, получаемого для асимметричного жесткого деформирования из (1.2), качественно правильно отражает влияние асимметрии на долговечность. Согласно (4.1), отношение долговечности при асимметричном деформировании ( $R = p_1/p_2 = \text{const} \neq -1$ ) к долговечности при симметричном деформировании ( $R = -1$ ) с тем же размахом  $\delta$  стремится к единице при уменьшении  $\delta$  (увеличении долговечности). Более того, в рамках модели (2.5) появляется возможность регулировать величину влияния асимметрии на долговечность с помощью параметра  $L_*$ : чем больше  $L_*$ , тем больше при прочих равных условиях снижение долговечности вследствие асимметрии. Этот факт иллюстрируется на фиг. 1, 2, где приведены кривые малоциклового усталости, посчитанные по (4.1) для  $L_*/D = 0,5$  (фиг. 1) и  $L_*/D = 1$  (фиг. 2). Кривая 1 соответствует  $R = -1$ , 2 —  $R = 0,5$ , 3 —  $R = 0,75$ . На фиг. 1, 2 изображены также экспериментальные результаты, полученные в [20] для стали А302 и алюминиевого сплава 5454-0 соответственно; светлые точки соответствуют  $R = -1$ , крестики —  $R = 0,5$ , зачерненные точки —  $R = 0,75$ . Из фиг. 1, 2 можно заключить, что для стали А302  $L_* \approx 0,5D$ , а для сплава 5454-0  $L_* \approx D$ .

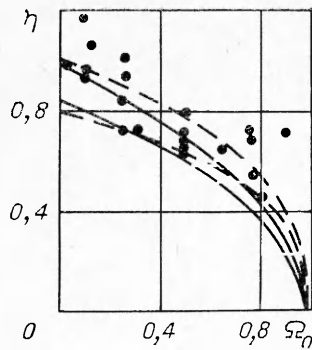
5. Пусть после некоторого пути деформирования, заканчивающегося в точке  $O$  пространства деформаций (соответствующей недеформированному состоянию), материал доводится до разрушения при монотонном деформировании. В данном пункте рассмотрен случай, когда точка отсчета расстояний  $P_0$  в момент конца предварительного пути деформирования совпадает с  $O$ . В этих условиях из системы (2.5), (3.3) можно вывести уравнение, связывающее между собой остаточную пластичность  $p^+$  (длину отрезка монотонного деформирования до разрушения) с поврежденностью  $\Omega_0$  от предварительного пути деформирования:

$$(5.1) \quad \frac{\int_0^{p^+/D} \left\{ \frac{2[\gamma + L_0/D] \xi + \xi^2}{2(\gamma + L_0/D + \xi)} \right\}^n d\xi}{\int_0^1 \left[ \frac{2\gamma \xi + \xi^2}{2(\gamma + \xi)} \right]^n d\xi} = 1 - \Omega_0.$$

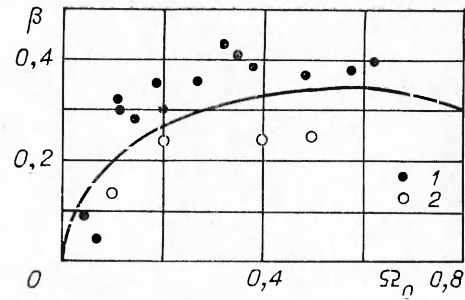
Согласно (5.1), остаточная пластичность зависит не только от  $\Omega_0$ , но и от длины дуги предварительного пути деформирования  $L_0$ , убывая с ростом  $L_0$  при  $\Omega_0 = \text{const}$ . Тем самым отчасти объясняется большой разброс экспериментальных данных по остаточной пластичности в координатах  $p^+ \sim (1 - \Omega_0)$  [20]. При  $L_0 + L_* \gg D$  зависимость  $p^+$  от  $L_0$  становится несущественной и уравнение (5.1) переходит в

$$(5.2) \quad \frac{p^+}{D} = k(1 - \Omega_0)^\alpha, \quad k = \left\{ (n+1) \int_0^1 \left[ \frac{2\gamma \xi + \xi^2}{2(\gamma + \xi)} \right]^n d\xi \right\}^{\frac{1}{n+1}}.$$

Уравнение вида (5.2) с  $k = 1$ ,  $\alpha = 0,5$  для остаточной пластичности исходя из (1.2) получено в [11]. В рамках системы (2.5) для фиксированного  $\gamma$  (5.2) дает нижнюю при данном  $\Omega_0$  границу значений  $p^+$ , уравнение (5.1) при  $L_0 = 0$  — верхнюю границу. На фиг. 3 сплошными линиями приведены кривые, соответствующие верхней и нижней границе значений  $p^+/D = \eta$  для  $\alpha = \gamma = 0,5$ . Точки соответствуют результатам экспериментов для А302 [20]. Как видно из графика, линия, даваемая уравнением (5.2), действительно ограничивает снизу экспериментальные данные. В то же время многие экспериментальные точки расположены выше кривой, соответствующей (5.1) при  $L_0 = 0$ . Лучшее соответствие экспериментальным данным получается для меньших значений  $\alpha$  (см. штриховые кривые на фиг. 3, соответствующие  $\alpha = 1/3$ ).



Ф и г. 3



Ф и г. 4

6. Пусть теперь в отличие от случая, рассмотренного в предыдущем пункте, точка конца предварительного пути деформирования  $O$  и точка отсчета расстояний в момент конца предварительного пути деформирования  $P_0$  не совпадают между собой. При этом модель (2.5) предсказывает следующий эффект: остаточная пластичность  $p^+$  при деформировании по прямой  $OP_0$  от  $O$  в сторону точки  $P_0$  должна быть больше, чем остаточная пластичность  $p^-$  при деформировании в противоположную сторону. Количественно этот эффект при  $n = 1$  может быть описан следующими уравнениями, получающимися для данного случая из (3.2), (3.3):

$$(6.1) \quad p^+ = \rho_0 + \sqrt{\rho_0^2 + 2\mu(1 - \Omega_0) + r_1},$$

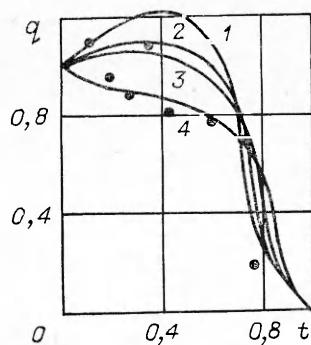
$$r_1 = \frac{1}{2}(p^+)^2 - 2p^+\rho_0 - (L_0 + L_*)(L_0 + L_* + p^+)[\kappa + (1 - \kappa)\ln(1 - \kappa)],$$

$$p^- = -\rho_0 + \sqrt{\rho_0^2 + 2\mu(1 - \Omega_0) + r_2},$$

$$r_2 = \frac{1}{2}(p^-)^2 + 2\rho_0 p^- - (L_0 + L_*)\left\{p^- - [(L_0 + L_*) - 2\rho_0] \ln\left(1 + \frac{p^-}{L_0 + L_*}\right)\right\}.$$

Здесь  $\mu = \frac{D^2}{4} + \frac{1}{2}\left[L_*D - L_*^c \ln\left(1 + \frac{D}{L_*}\right)\right]$ ,  $\kappa = \frac{p^+ - 2\rho_0}{L_0 + L_* + p^+}$ ,  $\rho_0$  — расстояние между точками  $O$  и  $P_0$ . Для  $L_* = 0$ ,  $\alpha = 0,5$  на фиг. 4 приведена зависимость от  $\Omega_0$  меры описываемого эффекта  $\beta = (p^+ - p^-)/D$ , подсчитанной с помощью (6.1) для предварительного пути деформирования в виде одного пульсирующего цикла. Там же представлены экспериментальные результаты, полученные при кручении круглых образцов диаметром 3 мм и длиной рабочей части 60 мм из латуни ЛС-59 (точки 1) и стали У-8 (точки 2). Каждая экспериментальная точка получена путем осреднения по пяти экспериментам с одинаковыми значениями  $\Omega_0$ . Однако даже для каждого единичного эксперимента выполнялось условие  $p^+ > p^-$ , т. е. наличие эффекта подтверждается экспериментально, во всяком случае для испытанных материалов. Как видно из фиг. 4, зависимость  $\beta$  от  $\Omega_0$  качественно правильно описывается системой (2.5). Необходимо отметить, что в рамках уравнения (1.2) рассматриваемый эффект не имеет места: остаточная пластичность при деформировании из начала координат пространства деформаций не зависит от расположения предшествующего пути деформирования.

В [22] приведены экспериментальные данные, согласно которым величина пластичности стали при растяжении после небольшой деформации сжатия может быть больше исходной пластичности. Этот эффект описан исходя из уравнения (1.2). На фиг. 5 приведены графики полученной исходя из системы (2.5), (3.3) зависимости пластичности материала  $q_1$  от величины предварительной пластической деформации  $q_2$ , направленной в противоположную сторону ( $q = q_1/D$ ,  $t = q_2/D$ ). Кривая 1 соответствует  $L_*/D = \infty$  и совпадает с полученной в [7], кривые 2—4 соответствуют  $L_*/D = 1$ ; 0,5; 0,001, здесь же нанесены экспериментальные точки из [22]. Как видно из графика, в рамках модели (2.5) эффект превышения величины  $q_1$  значений  $D$  возможен для материалов с достаточно большим значением  $L_*/D$ . Более того, за счет изменения параметра  $L_*$  можно в соответствии с экспериментальными данными менять величину этого эффекта. Так, даже наиболее выдающимся вверх экспериментальным точкам из [22] лучше соответствует кривая 2 ( $L_*/D = 1$ ), а не кривая 1 ( $L_*/D = \infty$ ).



Ф и г. 5



Таким образом, учет влияния истории деформирования на скорость накопления повреждений в форме, даваемой системой (2.5), расширяет круг экспериментальных данных, которые могут быть описаны в рамках кинетического критерия накопления повреждений.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Мэнсон С. Температурные напряжения и малоцикловая усталость. М.: Машиностроение, 1974.
2. Серенсен С. В., Шнейдерович Р. М., Гусенков А. П. и др. Прочность при малоцикловом нагружении. Основы методов расчета и испытаний. М.: Наука, 1975.
3. Колмогоров В. Л., Богатов А. А., Мигаев Б. А. и др. Пластичность и разрушение. М.: Металлургия, 1977.
4. Feltner C. E. Dislocation arrangements in aluminium deformed by repeated tensile stresses. — Acta Metallurgica, 1963, vol. 11, N 4.
5. Ильюшин А. А. Об одной теории длительной прочности. — Изв. АН СССР. МТТ, 1967, № 3.
6. Работнов Ю. Н. О разрушении вследствие ползучести. — ПМТФ, 1963, № 2.
7. Рыбакина О. Г. Феноменологическое описание разрушения металлов при некоторых видах асимметричного деформирования. — Изв. АН СССР. МТТ, 1969, № 6.
8. Новожилов В. В. О перспективах феноменологического подхода к проблеме разрушения. — В кн.: Механика деформированных тел и конструкций. М.: Машиностроение, 1975.
9. Кадашевич Ю. Н., Новожилов В. В. Теория пластичности, учитывающая остаточные микронапряжения. — ПММ, 1958, т. 22, вып. 1.
10. Рыбакина О. Г. Феноменологическое описание малоцикловой усталости металлов в условиях концентрации напряжений. — В кн.: Проблемы механики твердого деформированного тела. Л.: Судостроение, 1970.
11. Рыбакина О. Г. Феноменологическая теория малоцикловой усталости. — В кн.: Актуальные проблемы механики сплошных сред. Л.: ЛГУ, 1977.
12. Мовчан А. А. О различных критериях определения эквивалентного размаха пластической деформации в теории малоцикловой усталости. — Проблемы прочности, 1982, № 12.
13. Мовчан А. А. О разрушении при непропорциональном циклическом деформировании. — В кн.: V Всесоюз. съезд по теоретической и прикладной механике. Алма-Ата: Наука, 1981.
14. Можаровский П. С., Рудаков К. П., Захавайко А. А. Деформирование и разрушение материала при сложном нагружении в условиях плоского напряженного состояния. — ПМ, 1982, № 12.
15. Мовчан А. А. О расчете на ресурс элементов конструкций, подверженных малоцикловому деформированию со сдвигом фаз. — В кн.: Прочность, устойчивость и колебания тонкостенных конструкций летательных аппаратов. Тематический сборник научных трудов Московского авиационного института. М., 1981.
16. Мовчан А. А. Долговечность элементов конструкций при наложении вибрационного пути пластического деформирования на повторно-статический. — В кн.: Прочность элементов конструкций летательных аппаратов. Тематический сборник научных трудов Московского авиационного института. М., 1982.
17. Ильюшин А. А. Пластичность (основы общей математической теории). М.: Изд-во АН СССР, 1963.
18. Мовчан А. А. Об одной гипотезе накопления повреждений при пластическом деформировании. М.: МАИ, 1982. Рукопись деп. в ВИНТИ, № 3797-81 Деп.
19. Мовчан А. А. О законе суммирования повреждений при сложных путях пластического деформирования. — Проблемы прочности, 1981, № 8.
20. Weiss V., Sessler J., Packman P. Effect of several parameters on low cycle fatigue behavior. — Acta Metallurgica, 1963, vol. 11, N 4.
21. Martin D. E. An energy criterion for low-cycle fatigue. — Trans. ASME. Ser. D. J. Basic Eng., 1961, vol. 83, N 4. Рус. пер. Техническая механика. Тр. Амер. о-ва инж.-механиков. Сер. Д, 1963, № 4.
22. Drucker D. C., Mylonas G., Lianis G. Exhaustion of ductility of E-steel following compressive prestrain. — Welding J., 1960, vol. 39, N 3.

Поступила 28/III 1983 г.

УДК 539.3

#### ОБ ОДНОЙ ПОСТАНОВКЕ ЗАДАЧИ ДИАГНОСТИКИ ДЛЯ ТЕРМОУПРУГОЙ СРЕДЫ

В. А. ЛОМАЗОВ, Ю. В. НЕМИРОВСКИЙ

(Красноярск)

Под задачей диагностики будем понимать задачу определения характеристик среды по информации, полученной при помощи некоторого числа испытаний (тестовых задач). Подобные постановки задач получили широкое распространение в геофиз-