относительная погрешность формулы О. Е. Власова менее 4%. Погрешность стационарной составляющей относительной температуры при $\rho \leqslant 0.1$ ничтожно мала [7]. Таким образом, максимальная погрешность решений (1.12) и (2.3) при ограничениях (3.2), которые в практике, как правило, выполняются, не превышает нескольких процентов.

Поступила 30 VIII 1973

ЛИТЕРАТУРА

1. *Власов О. Е.* Дополнения редактора к книге Г. Гребера «Введение в теорию теплопередачи». М., Госэнергоиздат, 1933.
2. *Кутателадзе С. С., Рабинович А. Л.* Расчет почвенного обогрева теплиц. Отопление и вентиляция. 1935, № 12.
3. *Иоффе И. А.* О стационарном температурном поле в полуограниченном массиве с внутренними цилиндрическими источниками тепла. Ж. техн. физ., 1958, т. 28, № 5.
4. *Сандер А. А.* Температурное поле ряда трубопроводов, заложенных в массиве. Изв. вузов, Строительство и архитектура, 1958, № 1.
5. *Карслоу Г., Егер Д.* Теплопроводность твердых тел. М., «Наука», 1964.
6. *Каня Я. Н.* О точности замены цилиндрического источника тепла точечным при нахождении температурного поля в полуограниченном массиве. Инж.-физ. ж., 1972, т. 22, № 2.
7. *Переверзев Д. А.* Об одной двухмерной задаче стационарной теплопроводности. Инж.-физ. ж., 1965, т. 8, № 5.

УДК 624.131.439.7

УРАВНЕНИЕ СЖАТИЯ ВОДОНАСЫЩЕННОГО ПЕСКА И ГРАНИЦЫ ЕГО ПРИМЕНИМОСТИ

В. А. Кривцов

(Киев)

В [1] введено приближенное уравнение состояния многокомпонентной среды, в котором фигурируют величины сжимаемостей отдельных компонент. В данной заметке определяются текущие значения объемного содержания компонентов, приводится анализ уравнения сжатия и определяются границы его применимости для водонасыщенного песка.

В основу модели среды [1] положено допущение о том, что твердый компонент, представляющий собой мелкодисперсную среду, не образует скелета, а находится во взвешенном состоянии, и что каждый компонент сжимается по закону, свойственному ему в свободном состоянии. Для водонасыщенного песка эта модель применима, если он находится в разжиженном (плывунном) состоянии. Опыты, проведенные в водонасыщенном песке, показали приемлемость в некоторых случаях уравнения [1] при наличии в нем скелета [2].

Определим текущие значения содержания компонентов по объему, проанализируем их и уравнение сжатия и оценим степень влияния скелета при сжатии песка.

Рассмотрим уравнение сжатия и объемное содержание компонентов водонасыщенного песка. Пусть при $P = P_0$ (атмосферное давление) содержание по объему газообразного, жидкого и твердого компонентов составляет α_1, α_2, α_3, удельный объем каждого из них V_1, V_2, V_3, плотность ρ_1, ρ_2, ρ_3 и скорость звука c_1, c_2 и c_3.

При давлении $P > P_0$ соответствующие компоненты и параметры обозначим звездочкой, т. е. $\alpha_1{}^*$, $\alpha_2{}^*$, $\alpha_3{}^*$; $V_1{}^*$, $V_2{}^*$, $V_3{}^*$; $\rho_1{}^*$, $\rho_2{}^*$, $\rho_3{}^*$ и текущую плотность трехкомпонентной среды — через ρ.

Пусть сжатие каждого компонента соответствует уравнению Тэта, т. е.

$$\frac{\Delta P + B}{B} = \left(\frac{V_0}{V}\right)^{\gamma} = \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{\gamma} \tag{1}$$

где ΔP — избыточное давление; B — среднее межмолекулярное давление компонента, которое для воздуха равно атмосферному, т. е. $B_1 = \rho_1 c_1{}^2 / \gamma_1 = P_0$, а для воды и кварца соответственно $B_2 = \rho_2 c_2^2 / \gamma_2$, $B_3 = \rho_3 c_3^2 / \gamma_3$; V_0 и V — начальное и текущее значения удельного объема компонента; γ — показатель изэнтропы компонента.

Текущие значения плотности и удельного объема компонентов в соответствии с уравнением (1)

$$\rho_i^* = \rho_i\left(\frac{\Delta P\gamma_i}{\rho_i c_i^2} + 1\right)^{\gamma_i^{-1}}, \qquad V_i^* = V_i\left(\frac{\Delta P\gamma_i}{\rho_i c_i^2} + 1\right)^{\gamma_i^{-1}} \qquad i = 1, 2, 3 \tag{2}$$

а содержание компонентов по объему будет зависеть от сжимаемости и от начального содержания по объему каждого из них, т. е.

$$\alpha_i^* = V_i^* \Big/ \sum_{j=1}^{3} V_j^*, \qquad i = 1, 2, 3 \tag{3}$$

Подставив далее в уравнения (3) значения удельных объемов из уравнения (2) и поделив числитель и знаменатель правой части на первоначальный объем V_0 трехкомпонентной среды, получим текущие значения содержания по объему каждого компонента

$$\alpha_i = \alpha_i\left(\frac{\Delta P\gamma_i}{\rho_i c_i^2} + 1\right)^{-\gamma_i^{-1}} \left\{\sum_{j=1}^{3} \alpha_j\left(\frac{\Delta P\gamma_j}{\rho_j c_j^2} + 1\right)^{-\gamma_j^{-1}}\right\}^{-1}, \qquad i = 1, 2, 3 \tag{4}$$

Выражения (2) и (4) позволяют получить уравнение [1]

$$\rho = \sum_{i=1}^{3} \alpha_i^* \rho_i^* = \rho_0\left[\sum_{i=1}^{3} \alpha_i\left(\frac{\Delta P\gamma_i}{\rho_i c_i^2} + 1\right)^{-\gamma_i^{2}}\right]^{-1} \tag{5}$$

$$\rho_0 = \sum_{i=1}^{3} \alpha_i \rho_i$$

Вводя деформацию ε, запишем формулу (5) в виде

$$\varepsilon = 1 - \frac{\rho_0}{\rho} = 1 - \sum_{i=1}^{3} \alpha_i\left(\frac{\Delta P\gamma_i}{\rho_i c_i^2} + 1\right)^{-\gamma_i^{-1}} \tag{6}$$

Для проведения анализа полученных формул (4) и известных зависимостей (2), (5) [2] примем следующие исходные данные (табл. 1).

Таблица 1

Компоненты	Параметры			
	α	ρ, *г/см³*	*c, м/сек*	γ
Воздух	0.29	0.00122	340	4/3
Вода	0.16	1.00	1450	7.1 [3]
Кварц	0.55	2.65	4500	3

Результаты вычислений по формулам (2), (4) — (6) приведены в табл. 2.

Из табл. 2 следует, что величины относительного сжатия компонентов в свободном состоянии весьма различны для воздуха и двух других компонентов и близки для воды и кварца. С увеличением давления —α_1^* уменьшается, а α_3^* возрастает; α_2^* вначале возрастает, а затем уменьшается. Физический смысл такого изменения α_2^* заключается в следующем. При малых давлениях существенно уменьшается объем газового компонента и плотность газа значительно возрастает, тогда как жидкость и твердые частицы практически не изменяют свои объемы и плотности. В этом случае, в единице объема среды содержание газового компонента уменьшается, а содержание жидкого и твердого компонентов возрастает. При дальнейшем увеличении давления, когда абсолютный объем приращения α_2^* становится больше приращения компонента газа, α_2^* станет уменьшаться, а α_3^* будет продолжать увеличиваться, поскольку сжи-

Таблица 2

Параметры	ΔP, *кГ/см²*								
	0	1.0	5.0	20	50	100	200	500	1000
$\rho_1{}^*/\rho_1$	1	1.64	3.66	9.30	18.0	30.0	50.5	102	168
$\rho_2{}^*/\rho_2$	1	1.000	1.000	1.001	1.002	1.004	1.010	1.022	1.041
$\rho_3{}^*/\rho_3$	1	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.001	1.002
$\alpha_1{}^*$	0.29	0.20	0.101	0.042	0.023	0.0134	0.0081	0.0040	0.0025
$\alpha_2{}^*$	0.16	0.18	0.203	0.216	0.220	0.222	0.221	0.220	0.218
$\alpha_3{}^*$	0.55	0.62	0.696	0.742	0.757	0.765	0.771	0.776	0.779
ρ, *г/см³*	1.62	1.823	2.047	2.183	2.227	2.250	2.267	2.282	2.292

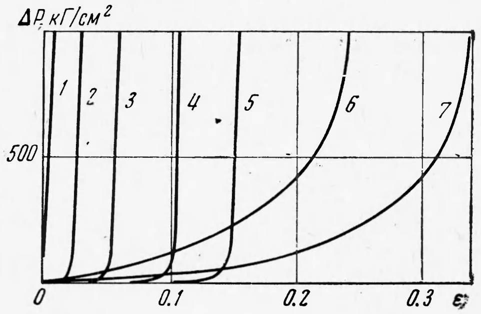
маемость твердого компонента меньше сжимаемости жидкости. Получить из уравнения (4) аналитическое выражение для давления, при котором $\alpha_2{}^*$ максимально, не представляется возможным.

В связи с малой сжимаемостью воды и кварца по сравнению с воздухом уравнение сжатия (5) до давлений 200 *кГ/см²* можно заменить более простой зависимостью

$$\rho = \rho_0\left\{1 - \alpha_1\left[1 - \left(\frac{\Delta P\gamma_1}{\rho_1 c_1{}^2} + 1\right)^{-\gamma_1^{-1}}\right]\right\}^{-1}$$

максимальная погрешность по которой не превышает 1%.

Рассмотрим границы применимости уравнения сжатия к водонасыщенному песку. Для оценки степени влияния скелета на границы применимости уравнения [1] рассмотрим фиг. 1, на которой приведены кривые *1—5*, полученные по уравнению (*6*) с исходными данными, указанными в табл. 3, и кривые гидростатического сжатия плотного (*6*) и рыхлого (*7*) песка воздушно-сухого состояния, заимствованные из работы [4].



Фиг. 1

Плотный песок (кривая *6*) имеет пористость 0.24. В контактах частиц такого песка отсутствует стыковая вода и поэтому отсутствуют капиллярные силы, которые могут представлять собой сопротивление сдвигу при его сжатии. Водонасыщенный песок со скелетом имеет пористость, близкую к пористости уплотненного песка воздушно-сухого состояния, и в контактах частиц также отсутствуют капиллярные силы. Следовательно, процессы сжатия скелетов водонасыщенного песка и плотного песка воздушно-сухого состояния должны быть одинаковыми, поскольку они заключаются в переупаковке частиц и уплотнении песка. Об аналогичном процессе сжатия свидетельствует кривая *7* для рыхлого песка при давлениях свыше 100 *кГ/см²*. На фиг. 1 можно заметить, что разница деформаций кривых *6* и *7* при фиксированных величинах давления $\Delta P \geqslant 100$ *кГ/см²* остается постоянной и равной 0.1.

Если допустить, что кривая сжатия скелета водонасыщенного песка аналогична кривой *6*, то из сравнения кривых *1—5* с этой кривой (фиг. 1) можно судить о границах применимости уравнения (6).

На фиг. 2, полученной из фиг. 1, приведены зависимости относительной величины давления

$$\delta = \frac{\Delta P_l(\varepsilon)}{\Delta P_l(\varepsilon) + \Delta P_c(\varepsilon)}\, 100\%$$

от давления сжатия при постоянном начальном содержании твердого компонента $\alpha_3 = 0.76$ и четырех значениях газового компонента $\alpha_1 = 0$, 0.02, 0.05 и 0.10.

Здесь функция $\Delta P_l(\varepsilon)$ определяется из формулы (6) и описывает кривые *1—5*, а функция $\Delta P_c(\varepsilon)$ описывает кривую *6* (фиг. 1). Значения давления ΔP_Σ (по оси абсцисс на фиг. 2) представляют собой сумму ($\Delta P_\Sigma = \Delta P_l(\varepsilon) + \Delta P_c(\varepsilon)$).

Графики фиг. 2 показывают степень точности формулы (6) в зависимости от давления сжатия и содержания газообразного компонента.

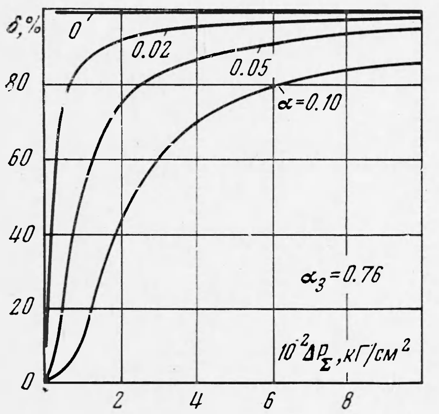
Анализ этих графиков показывает, что при $\alpha_1 = 0$ скелет практически не влияет на кривую сжатия водонасыщенного песка. С увеличением α_1 роль скелета в области малых давлений существенно увеличивается и точность формулы (6) уменьшается. При дальнейшем увеличении давления сжатия влияние скелета на сжатие уменьшается и точность формулы (6) возрастает.

Предложенная методика позволяет установить границы применимости уравнения [1] с заданной точностью при известных кривых сжатия скелета песка воздушно-сухого состояния. На фиг. 3 для конкретного примера построены две такие границы с точностями 80 и 90%. Области, находящиеся под кривыми границ, характеризуют применимость уравнения (6) при различных значениях α_1 и давления сжатия при начальном содержании $\alpha_3 = 0.76$. В областях над кривыми границ уравнение (6) с указанными точностями не применимо.

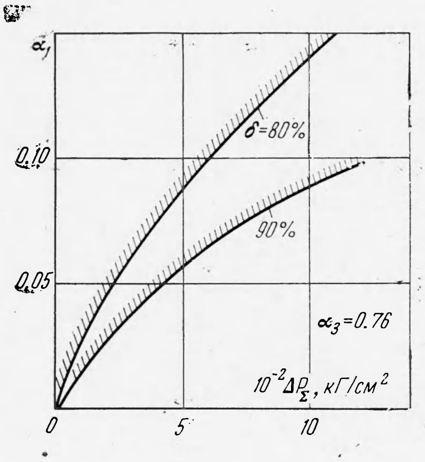
Таблица 3

Кривые на фиг. 1	Компоненты песка		
	α_1	α_2	α_3
1	0	0.24	0.76
2	0.02	0.22	0.76
3	0.05	0.19	0.76
4	0.10	0.14	0.76
5	0.15	0.09	0.76
6	0.24	0	0.76
7	0.34	0	0.66

Для песчаных грунтов с тем же содержанием компонентов, что и рассмотрено выше, но с другими остальными характеристиками (форма частиц, состояние их поверхности, гранулометрический состав), полученные соотношения, как показали эксперименты, выполняются с достаточной для практики точностью.



Фиг. 2



Фиг. 3

Проведенный анализ показывает применимость уравнения [1] с заранее заданной точностью к водонасыщенному песку, содержащему скелет. Из анализа следует, что уравнение сжатия применимо с допустимой для практики точностью и к другим грунтам, в частности к глинистым, если известны кривые сжатия скелета с их структурными связями.

Таким образом, уравнение сжатия приобретает некоторую универсальность применения его к различным многокомпонентным средам, содержащим скелеты.

Поступила 1 III 1974

ЛИТЕРАТУРА

1. *Ляхов Г. М.* Ударные волны в многокомпонентных средах. Изв. АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение, 1959, № 1.
2. *Ляхов Г. М.* Основы динамики взрыва в грунтах и жидких средах. М., «Недра», 1964.
3. *Замышляев Б. В., Яковлев Ю. С.* Динамические нагрузки при подводном взрыве. Л., «Судостроение», 1967.
4. *Visic A. S. Clough G. W.* Behavior of granular materials under high stresses. J. Soil Mech. Foundat. Divis, SM3, 1968, vol. 94, No. 3.