

О ГЕНЕРИРОВАНИИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ТОКА ПРИ ТЕЧЕНИИ ПЛАЗМЫ ПО ТРУБЕ

Э. И. Андрианкин

(Москва)

Простейшая схема генератора в виде трубы прямоугольного сечения впервые теоретически исследовалась в работе [1], где дана оценка коэффициента полезного действия (к. п. д.) такого генератора в случае течения с постоянной проводимостью.

Известно, что проводимость ионизированного газа экспоненциально зависит от температуры, которая заметно меняется по длине трубы. Поэтому для количественной оценки к. п. д. необходимо учитывать зависимость проводимости от температуры.

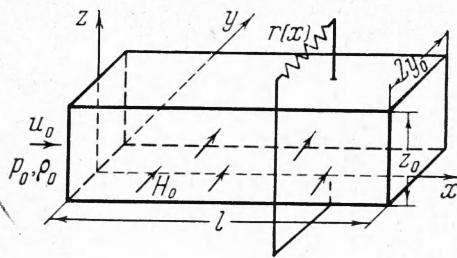
В настоящей работе проведена оценка электрического к. п. д. генератора с проводимостью, соответствующей смеси азота и 1% паров калия. При расчетах были использованы интерполяционные формулы для зависимости проводимости от давления и температуры, полученные Г. С. Аравинным и В. П. Шевелевым [2]. Результаты расчетов качественно согласуются с данными работы [3], где исследовано течение паров цезия в МГД генераторе тока. Наличие трения о стенки трубы в ряде случаев заметно влияет на течение плазмы и также будет учитываться при анализе к. п. д.

При решении задачи не учитывался ряд факторов: анизотропия проводимости [7, 8], концевые потери на замкнутые точки, теплоотдача стенок и, наконец, потери на электрическое сопротивление в приэлектродном пограничном слое. Поэтому истинные значения к. п. д. для примеров, рассмотренных в данной работе, оказываются ниже. Заметим, однако, что для отыскания наивыгоднейшего режима генератора остается еще ряд возможностей: изменение внешнего магнитного поля и сечения трубы по длине канала [9], применение секционных электродов для снятия тока Холла и т. д.

В случае изотропной проводимости [4] течение плазмы в генераторе тока (фиг. 1), горизонтальные стенки у которого поддерживаются при постоянном напряжении, а магнитная проницаемость и диэлектрическая постоянная плазмы близки к единице, описывается системой уравнений

$$\begin{aligned} E_x = E_y = 0, \quad E_z = E_0, \quad \sigma = \sigma(p, \rho), \quad \frac{\partial H_x}{\partial x} + \frac{\partial H_y}{\partial y} = 0 \\ \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = \frac{4\pi}{c} j_z, \quad j_z = \sigma \left( E_0 + \frac{1}{c} (uH_y - vH_x) \right) \quad (1) \\ \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} = 0, \quad \rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{H_y j_z}{c} + \rho \frac{dF_1}{dx} = 0 \\ \rho u \frac{\partial v}{\partial x} + \rho v \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial p}{\partial y} - \frac{H_x j_z}{c} = 0, \quad w = \frac{\gamma p}{(\gamma - 1) \rho}, \quad j_z r(x) = -E_0 z_0 = k \\ \frac{\partial}{\partial x} \left[ \rho u \left( \frac{u^2 + v^2}{2} + w \right) - \frac{c}{4\pi} E_0 H_y \right] + \\ + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \rho v \left( \frac{u^2 + v^2}{2} + w \right) + \frac{c}{4\pi} E_0 H_x \right] = 0 \end{aligned}$$

Здесь  $u, v$  — компоненты скорости,  $p$  — давление,  $\rho$  — плотность,  $r(x)$  — внешнее сопротивление,  $dF_1/dx$  означает среднюю по сечению силу трения, зависящую от величины магнитного поля.



Фиг. 1

Границными условиями для уравнений (1) будут условия непрерывности на плоскостях  $\pm y_0/2$  компонент магнитного поля и равенство нулю нормальной составляющей скорости потока. Начальные параметры потока ( $u_0, p_0, \rho_0$ ) в сечении  $x = 0$  можно задавать произвольно лишь в таком диапазоне их изменения, пока осуществляется звуковой режим истечения из трубы. При дозвуковом режиме течения параметры на входе в трубу связаны с ее длиной  $l$  и внешним давлением  $p_*$ . Эта связь находится из решения краевой задачи. Для оценки различных членов в уравнениях (1) будем искать решение в виде ряда

$$\begin{aligned} u &= u_1(x) + u_2(x, y) + \dots, & p &= p_1(x) + p_2(x, y) + \dots, \\ v &= v_2(x, y) + \dots, & \rho &= \rho_1(x) + \rho_2(x, y) + \dots, \\ H_y &= H_0 + H_{2y}(x, y) + \dots, & H_x &= H_{2x}(x, y) + \dots \end{aligned} \quad (2)$$

После решения уравнений для  $u_1, p_1, \rho_1$  находим ток

$$j_1 = \sigma \left[ E_0 + \frac{u_1 H_0}{c} \right]$$

По распределению токов можно вычислить вихревое магнитное поле

$$\mathbf{H} = \frac{1}{c} \oint \frac{\mathbf{i} \times \mathbf{R}}{R^3} d\omega, \quad \mathbf{R} = (x - x') \mathbf{i}_1 + (y - y') \mathbf{i}_2 + (z - z') \mathbf{i}_3, \quad d\omega = dx' dy' dz' \quad (3)$$

Объемное интегрирование показывает, что  $H_{2x}$  оказывается максимальным при течении между параллельными плоскостями ( $z_0 \rightarrow \infty$ )

$$H_{2x} \approx \frac{2j_1 y_0}{c} = R_* H_0, \quad R_* = \frac{4\pi \sigma_0 u_0 y_0}{c^2} \quad (4)$$

Учитывая (4) и приравнивая инерционные члены в уравнениях движения силам Лоренца, замечаем, что

$$u_2 \sim u_1 R_*, \quad p_2 \sim \rho_1 u_1^2 R_*$$

Тогда из уравнения неразрывности следует, что  $v_2 \lesssim u_2 y_0 / l$ . Если  $y_0 / l \ll 1$ , то компонентой скорости  $v_2$  в уравнениях (1) можно пренебречь даже в том случае, если учитывается влияние индуцированного поля на основной поток. Практический интерес представляет случай, когда магнитное число Рейнольдса  $R_*$  мало. Введем безразмерные величины

$$\begin{aligned} V &= \frac{u}{u_0}, \quad P = \frac{p}{p_0}, \quad Q = \frac{\rho}{\rho_0}, \quad w = \frac{T}{T_0}, \quad F = \frac{F_1}{u_0^2} \\ \eta &= \frac{x H_0^{2\sigma_0}}{\rho_0 u_0 c^2}, \quad \delta = \frac{l H_0^{2\sigma_0}}{\rho_0 u_0 c^2}, \quad \kappa = \frac{k c}{u_0 z_0 H_0}, \quad j_* = \frac{j c}{u_0 \sigma_0 H_0} \\ M &= u \sqrt{\frac{\rho}{\gamma p}}, \quad \mu = u_0 \sqrt{\frac{\rho_0}{\gamma p_0}}, \quad \sigma_1 = \frac{\sigma}{\sigma_0} \end{aligned} \quad (5)$$

Опуская члены, пропорциональные  $R_*$ , запишем уравнения (1) в безразмерном виде

$$\begin{aligned} \frac{dV}{d\eta} + \frac{1}{\gamma \mu^2} \frac{dP}{d\eta} + \sigma_1 [V - \kappa] + Q \frac{dF}{d\eta} &= 0, \quad \sigma_1 = \sigma_1(P, W) \\ \frac{d}{d\eta} \left[ \frac{V^2}{2} + \frac{PV}{(\gamma - 1) \mu^2} \right] + \kappa \sigma_1 [V - \kappa] &= 0, \quad P = QW, \quad QV = 1 \end{aligned} \quad (6)$$

Параметр  $\eta$  представляет собой отношение пандеромоторной силы к силе инерции  $\rho_0 u_0^2 / x$ ; параметр  $\kappa$  характеризует отношение падения напряжения во внешней цепи к электродвижущей силе в рассматриваемом сечении канала и изменяется от нуля до единицы, когда  $r$  изменяется от нуля до бесконечности.

Границные условия для уравнений (6) запишутся так:

$$\begin{aligned} P &= 1, \quad V = 1 \quad \text{при } \eta = 0 \\ P &= P_* \quad \text{при } \eta = \delta, \mu_* < 1 \\ P &= \mu^2 V_* \quad \text{при } \eta = \delta, \mu_* = 1 \end{aligned} \quad (7)$$

(индекс \* относится к величинам на выходе из трубы). Анализируя уравнения (6), можно установить, что при  $\mu < 1$

$$\frac{dM}{dx} > 0, \quad \frac{dV}{dx} > 0, \quad \frac{dP}{dx} < 0, \quad \frac{dW}{dx} < 0, \quad \frac{dQ}{dx} < 0$$

В случае  $\mu > 1$  знак неравенств меняется на обратный.

Оценим теперь максимально допустимый к. п. д. генератора в предположении об отсутствии вязкости и малости магнитного числа Рейнольдса. В этом случае уравнения (6) допускают важный интеграл

$$P = \frac{C + \kappa \mu^2 V - 0.5 \mu^2 V^2}{V / (\gamma - 1) - \kappa / \gamma}, \quad C = \frac{1}{\gamma - 1} + 0.5 \mu^2 - \kappa \left( \mu^2 + \frac{1}{\gamma} \right) \quad (8)$$

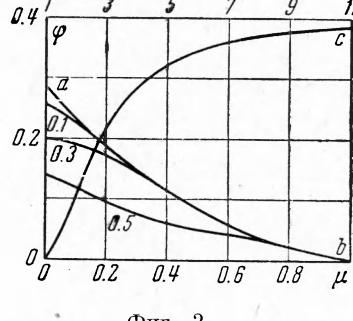
Соотношения (8) достаточно для оценки к. п. д., под которым будем понимать отношение разности потоков энергии на выходе и входе из трубы к потоку энергии на входе.

Выражение для к. п. д. можно записать так:

$$\varphi = 1 - \frac{P_* V_* + 1/2(\gamma - 1) \mu^2 V_*^2}{1 + 1/2(\gamma - 1) \mu^2} \quad (9)$$

При звуковом режиме истечения  $P_* = \mu^2 V_*$  и выражение (9) принимает вид

$$\varphi_3 = 1 - \frac{1/2(\gamma + 1) \mu^2 V_3^2}{1 + 1/2(\gamma - 1) \mu^2} \quad (10)$$



Фиг. 2

Пусть  $\mu < 1$ ; найдем максимальный электрический к. п. д. для звукового режима на выходе из трубы. Подставим в формулу (8) выражение  $P_* = \mu^2 V_3$ , определив  $V_3$ ; получим

$$V_3 = \frac{\gamma - 1}{\gamma} \kappa + \frac{1}{\mu} \sqrt{\frac{(\gamma - 1)^2 \mu^2 \kappa^2}{\gamma^2} + \frac{2(\gamma - 1)}{\gamma + 1} C} \quad (11)$$

Дифференцируя (11), найдем

$$\frac{\partial V_3}{\partial \kappa} < 0, \quad \frac{\partial V_3}{\partial \mu} > 0, \quad \mu < 1$$

Поэтому к. п. д. стремится к максимуму, когда  $V_3$  минимально, т. е. при  $\kappa \rightarrow 1$ . Зависимость  $\varphi_3(\mu, 1)$  при  $\gamma = 1.4$  приведена на фиг. 2 (кривая a — b).

Если внешнее давление  $P_*$  оказывается больше, чем  $\mu^2 V_3$ , то режим истечения будет дозвуковой. Для каждого  $0 < P_* < 1$  существует такое  $\mu_0 < 1$ , что при  $\mu < \mu_0$  режим истечения дозвуковой, а при  $\mu > \mu_0$  режим истечения остается звуковым даже при  $\kappa = 1$ . Из условия  $\mu_0^2 V_3 = P_*$  определяем

$$\mu_0^2 = \frac{a - \sqrt{a^2 - P_*^2 \frac{2\gamma^2(\gamma^2 - 1)}{\gamma(\gamma - 1)}}}{\gamma(\gamma - 1)}, \quad a = P_*(\gamma^2 - 1) + 1 \quad (12)$$

Скорость на выходе из трубы в случае  $\mu < \mu_0$  дается формулой

$$V_* = b + \frac{1}{\mu} \sqrt{b^2 + 2 \left( \frac{P_* \kappa}{\gamma} + C \right)}, \quad b = \kappa - \frac{P_*}{(\gamma - 1) \mu^2} \quad (13)$$

Так как

$$\begin{aligned} \frac{\partial V_*}{\partial \kappa} &< 0 \quad \text{при } \mu < \sqrt{\frac{(\gamma - 1) + (\gamma + 1) P_*}{2\gamma}} > \mu_0 \\ \text{то} \quad \Phi_{\max} &= \frac{(\gamma - 1)(1 - P_*)}{\gamma} \quad \text{при } \kappa \rightarrow 1, \mu \rightarrow 0 \end{aligned} \quad (14)$$

Докажем, что линии  $\varphi(1, \mu, P_*)$  при  $\mu < \mu_0$  лежат ниже кривой  $(a-b)$  на фиг. 2. Пусть имеется область, где  $\varphi > \varphi_3$ . В силу условий

$$\varphi(1, \mu_0, P_*) = \varphi_3(1, \mu_0), \quad \varphi(1, 0, P_*) < \varphi_3(1, 0)$$

существует точка пересечения  $0 < \mu_2 < \mu_0$ , где

$$\varphi(1, \mu_2, P_*) = \varphi_3(1, \mu_2) = \varphi(1, \mu_2, P_2), \quad P_2 = \mu_2^2 V_3(1, \mu_2)$$

Так как  $\partial P_2 / \partial \mu_2 > 0$ , то  $P_2 < P_*$ . С другой стороны, производная  $\partial \varphi / \partial P < 0$  — монотонная функция и, следовательно, к. п. д. не могут быть равны в двух разных точках по  $P$  при одном и том же  $\mu = \mu_2$ , что и доказывает наше утверждение. Кривые  $\varphi(1, \mu, P_*)$  для случаев  $P_* = 0.1, 0.3$  и  $0.5$  приведены на фиг. 2.

Рассмотрим теперь условия максимума к. п. д. при сверхзвуковой скорости на входе в трубу, когда возможны два режима истечения: звуковой и сверхзвуковой. Анализ формулы (11) показывает, что существует такое число:

$$\kappa_+ = \frac{-e_1 + \sqrt{e_1^2 + 2\gamma [1 + 1/2(\gamma - 1)\mu^2] e_2}}{e_2} \quad \left( \begin{array}{l} e_1 = (\gamma - 1)(\gamma\mu^2 + 1) \\ e_2 = (\gamma + 1)(2 - \gamma)\mu^2 \end{array} \right) \quad (15)$$

для которого  $V_3 > \kappa$ , если  $\kappa < \kappa_+$ , и  $V_3 = \kappa_+$  при  $\kappa = \kappa_+$ . По физическому смыслу  $V \geq \kappa$ . Поэтому для  $\kappa > \kappa_+$  возможно только сверхзвуковое истечение (минимальная скорость на выходе равна  $\kappa$ ).

Для звукового режима истечения  $\partial V_3 / \partial \kappa < 0$ , поэтому максимальное значение  $\varphi_3$  достигается при  $V_3 = \kappa_+$ . Справедливо неравенство

$$\left( \frac{\partial \varphi}{\partial V} \right)_{\kappa, \mu} = \frac{\kappa [P(V) - \mu^2 V]}{\gamma [1 + 1/2(\gamma - 1)\mu^2]} < 0 \quad (\mu > 1)$$

Поэтому для определения максимального значения к. п. д. в случае сверхзвукового истечения надо в формулах (8) и (9) положить  $V = \kappa$  и найти значение  $\kappa_0$ , дающее экстремум  $\varphi$

$$\kappa_0 = \frac{1 + \gamma\mu^2}{(\gamma + 1)\mu^2}, \quad \varphi|_{\kappa=\kappa_0} = (\gamma - 1) \left[ \frac{(1 + \gamma\mu^2)^2}{2(\gamma + 1)(1 + 1/2(\gamma - 1)\mu^2)\mu^2} - 1 \right] \quad (16)$$

Сравнивая формулы (15) и (16), найдем

$$\kappa_0 - \kappa_+ = A [\mu^4 (\gamma - 1) (2 - \gamma^2) + (2 - \gamma) (2\mu^2 - 1)] \quad (A > 0) \quad (17)$$

Из (17) следует, что  $\kappa_0 > \kappa_+$  при  $\gamma = 1.4$ , поэтому значение  $\kappa_0$ , приводящее к максимуму к. п. д., равному  $\varphi(\kappa_0)$ , лежит в сверхзвуковой области. На фиг. 2 приведена кривая  $OC$ , вычисленная по формуле (16) для случая  $\gamma = 1.4$  (масштаб указан сверху графика).

Оценим влияние трения. Следуя [5], принимаем, что средняя по сечению трубы сила трения пропорциональна скоростному напору, т. е.

$$\frac{dF}{dx} = \xi \frac{u^2}{2y_0}$$

Коэффициент  $\xi$ , зависящий от магнитного поля [6], турбулентности потока и теплопроводности на стенке, будем считать постоянной величиной, взятой из эксперимента.

Исключая переменную  $\eta$  из (6), придем к уравнению, связывающему давление и скорость

$$\frac{dP}{dV} = \psi = -\frac{(e_3 V - \gamma \sigma_1 \kappa) P + (\gamma - 1) \mu^2 (e_3 v^2 - 2\gamma \sigma_1 \kappa V + \gamma \sigma_1 \kappa^2)}{e_3 V^2 + V \sigma_1 \kappa (1 - 2\gamma) + \kappa^2 \sigma_1 (\gamma - 1)}$$

$$\frac{d\eta}{dV} = -\frac{\gamma + \mu^{-2} \psi}{\gamma \sigma_1 (V - \kappa) + \alpha V} \quad (e_3 = \alpha + \gamma \sigma_1, \alpha = \frac{\gamma \rho_0 u_0 c^2 \xi}{2 y_0 \sigma_0 H_0^2}) \quad (18)$$

Если  $\sigma_1 = \text{const}$ , то уравнения (18) интегрируются в квадратурах. Однако и в этом случае получить простое выражение для к. п. д. можно только при малых  $\alpha$ . Так, например, при  $\mu \rightarrow 0$ ,  $\kappa = 1$ , пользуясь методом возмущений, найдем

$$\varphi(0, 1) = \frac{\gamma - 1}{\gamma} \left[ 1 - P_* + \alpha \ln \frac{\gamma \alpha}{1 - P_*} + \frac{\gamma - 1}{\gamma} (1 - P_*) \alpha \right] \quad (19)$$

Из выражения (19) следует, что трение необходимо учитывать даже при малых  $\alpha$ , так как его влияние на к. п. д. пропорционально  $\alpha \ln \alpha$ . Более строго оценить влияние вязкости можно на примере течения несжимаемой плазмы между параллельными плоскостями ( $z_0 \rightarrow \infty$ ) во внешнем постоянном магнитном поле [4] (задача Гартмана). Выражение для к. п. д.  $\varphi_-$  в режиме максимальной мощности, под которым в этом случае надо понимать отношение работы во внешней цепи

$$\int_0^l \int_{-0.5y_0}^{0.5y_0} r(x) j_z^2 dy dx$$

к работе проталкивания

$$\int_{-0.5y_0}^{0.5y_0} u_0 z_0 (p_0 - p_l) dy$$

имеет вид

$$\varphi_- = \frac{\varepsilon \operatorname{ch} \varepsilon - \operatorname{sh} \varepsilon}{2(\varepsilon \operatorname{ch} \varepsilon + \operatorname{sh} \varepsilon)}, \quad \varepsilon = \frac{y_0 H_0}{2c} \sqrt{\frac{\sigma_0}{\lambda}}, \quad \sigma = \sigma_0 \quad (20)$$

Здесь  $\lambda$  — коэффициент вязкости.

Чтобы вычислить максимальный к. п. д. при заданной длине генератора ( $\delta = \text{const}$ ), необходимо численно интегрировать уравнения (18). В расчетах предполагалось, что проводимость плазмы соответствует термической ионизации смеси азота с 1% паров калия и по вычислениям работы [2] представляется в виде

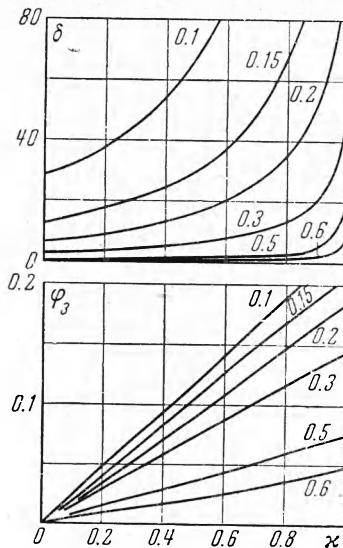
$$\sigma = \sigma_* \sqrt{\frac{p_1}{p}} \exp \frac{-a}{T} = \frac{\sigma_0}{\sqrt{P}} \exp \left[ b \left( 1 - \frac{1}{PV} \right) \right] \quad (21)$$

$$\sigma_0 = \sigma_* \sqrt{\frac{p_1}{p_0}} e^{-b}, \quad b = \frac{a}{T_0}, \quad p_1 = 1 \text{ atm}$$

$$a = 2.6 \cdot 10^4 \text{ K}, \quad \sigma_* = 9.05 \cdot 10^3 \frac{1}{\text{см} \cdot \text{сек}}$$

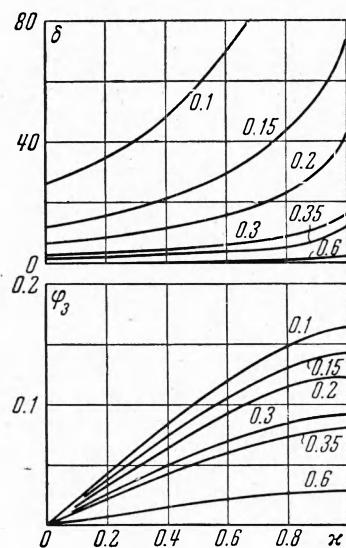
При дозвуковых скоростях входа в трубу параметр  $b$  принимался равным 8.5, что соответствует начальной температуре в плазме приблизительно 3000 °К.

На фиг. 3 приведена зависимость к. п. д. и безразмерной длины трубы  $\delta$ , для которой достигается звуковой режим истечения, от параметра  $\kappa$  при  $\alpha = 0$  и  $\mu$ , изменяющемся от 0.1 до 0.6. При  $\kappa \rightarrow 0$  кривые  $\delta = \delta(\kappa, \mu)$  стремятся к конечному пределу, а при  $\kappa \rightarrow 1$  бесконечно возрастают, так как уравнения (18) в случае  $\alpha = 0, \kappa = 1$  имеют особенность.

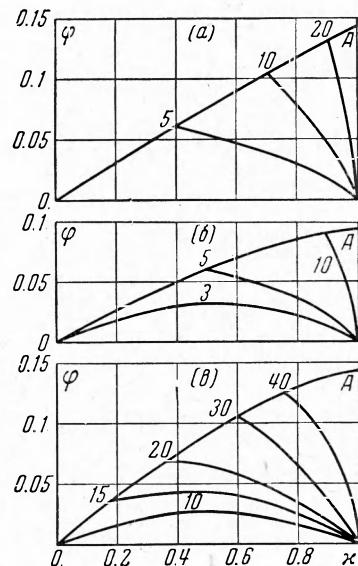


Фиг. 3

На фиг. 4 приведена аналогичная зависимость для случая  $\alpha = 0.1$ . При  $\alpha \neq 0$  уравнения (18) не имеют особенности и кривые  $\delta(\kappa, \mu)$  при  $\kappa \rightarrow 1$  стремятся к конечному пределу! Это вполне очевидно, так как из-за трения (даже при течении без магнитного поля) звуковой режим достигается в трубе конечной длины [5].

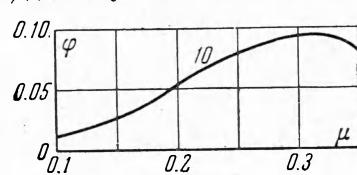


Фиг. 4

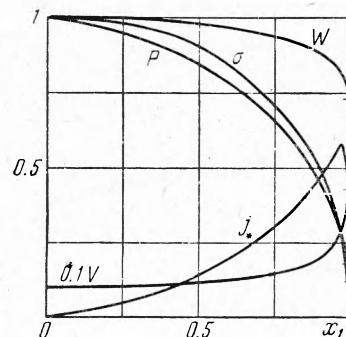


Фиг. 5

На фиг. 5 приведена зависимость к. п. д. от параметра  $\kappa$ , соответственно: (a) для случаев  $\alpha = 0, \mu = 0.3$ ; (б) для  $\alpha = 0.1, \mu = 0.3$  и (в) для  $\alpha = 0.1, \mu = 0.15$ ; значения параметра  $\delta$  указаны на кривых. Из сравнения фиг. 4 и 5 следует, что к. п. д. при  $\mu = \text{const}$  растет с ростом  $\delta$ , но всегда остается меньше, чем на фиг. 2; максимальные значения к. п. д. при  $\mu = \text{const}$  и  $\delta = \text{const}$  для достаточно больших  $\delta$  обычно достигаются при звуковом режиме на выходе из трубы (кривые OA на фиг. 5). Для трубы с заданным значением параметра  $\delta = \text{const}$  существует вполне определенное число Маха на входе в трубу, при котором к. п. д. оказывается максимальным. Это утверждение иллюстрируется фиг. 6, где приведена зависимость максимального к. п. д. от числа  $\mu$  для случая  $\delta = 10$  и  $\alpha = 0.1$ .



Фиг. 6.



Фиг. 7

φ и  $\delta_2$  от  $\kappa$  для случаев  $1.5 \leq \mu_3 \leq 4$ ,  $\alpha = 0$ , а также зависимость к. п. д. от  $\kappa$  при  $\mu_3 = 2$  и различных значениях  $\delta_2$ . В расчетах принималось, что температура торможения на входе в трубу  $\approx 3000^\circ\text{K}$ , поэтому начальные

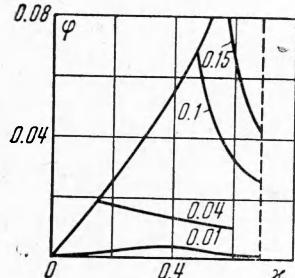
значения  $\sigma_{20}$  оказались зависящими от числа Маха

$$\begin{aligned}\sigma_2 &= \frac{\sigma_{20}}{\sqrt{P}} \exp \left[ b_2 \left( 1 - \frac{1}{Pv} \right) \right], \quad b_2 = 8.5 \left( 1 + \frac{\gamma-1}{2} \mu_3^2 \right) \\ \sigma_{20} &= \sigma_0 \left( \frac{1 + \frac{1}{2} (\gamma-1) \mu_3^2}{1 + \frac{1}{2} (\gamma-1) \mu^2} \right)^{\frac{\gamma}{2(\gamma-1)}} \exp \left( \frac{1-\gamma}{2} b \mu_3^2 \right) \\ \delta_2 &= \frac{l \sigma_{20} H_0^2}{\rho_2 u_2 c^2} = \delta \exp \left( \frac{1-\gamma}{2} b \mu_3^2 \right) \left( \frac{1 + \frac{1}{2} (\gamma-1) \mu^2}{1 + \frac{1}{2} (\gamma-1) \mu_3^2} \right)^{\frac{1+4\gamma}{2(\gamma-1)}}\end{aligned}\quad (22)$$

Пунктир на фиг. 8 соответствует значениям  $\kappa = \kappa_+$ . Слева от  $\kappa = \kappa_+$  кривые  $\delta_2(\mu_3)$  стремятся к конечному пределу. Между пунктиром и кривой  $a-b$ , соответствующей уравнению (16),  $\delta_2 \rightarrow \infty$ . Однако, если учесть трение, то  $\delta_2$  будет всегда конечным. При истечении сверхзвукового потока из трубы возникает сложная система скачков уплотнения. Заметим, что давление, которое бы возникло при торможении вытекающего потока в прямой ударной волне, должно быть больше внешнего. Если это не выполняется, то в середине трубы возникает ударная волна в таком месте, что внутреннее и внешнее давления на выходе из трубы становятся равными.

Фиг. 8

метим, что давление, которое бы возникло при торможении вытекающего потока в прямой ударной волне, должно быть больше внешнего. Если это не выполняется, то в середине трубы возникает ударная волна в таком месте, что внутреннее и внешнее давления на выходе из трубы становятся равными.



Фиг. 9

постоянной проводимостью и без трения  $\Phi_{max} \approx 17\%$ .

Институт химической физики АН СССР

Поступила 30 XI 1961

#### ЛИТЕРАТУРА

- Neuringer J. L. Optimum Power generation from a moving plasma. J. fluid Mech., 1960, vol. 7, part 2.
- Аравии Г. С. и Шевелев В. П. Термическая ионизация и электропроводность некоторых смесей и продуктов горения. ПМТФ, 1962, № 2.
- Coe W. B., Eisen C. L. The Effect of variable Plasma Conductivity on MHD Energy Converter Performance Electrical Engineering, 1960, No 42, p. 997.
- Ландau Л. Д. и Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. Гостехиздат, 1957.
- Христианович С. А., Гальперин В. Г., Миллионщикова М. Д., Симонов Л. А. Прикладная газовая динамика. М., 1948.
- Андрянкин Э. И. и Саясов Ю. С. Влияние внешнего магнитного поля на пограничный слой в плазме. ЖТФ, 1961, т. 31, вып. 7.
- Rosa R. J. Physical Principles of Magnetohydrodynamic Power Generation. Phys. Fluids, 1961, vol. 4, № 2.
- Чекмарев И. Б. Установившееся течение слабо ионизованного газа между параллельными пластинами с учетом анизотропии проводимости. ПММ, 1961, т. XXV, вып. 3.
- Киселев М. И. К теории магнитогазодинамического генератора. Вестник МГУ, 1962, вып. 1.