

УДК 532.522

Поведение жидкой пленки в окрестности капиллярных отверстий фильеры при запуске генератора капель*

А.А. Сафронов¹, А.А. Коротеев², Н.И. Филатов¹, А.Л. Григорьев¹

¹*ГНЦ АО «Центр Келдыша», Москва*

²*Московский авиационный институт*

E-mail: a.a.safr@yandex.ru

Экспериментально и теоретически исследованы закономерности формирования пленки жидкости в окрестности капиллярных отверстий фильеры генератора капель при его включении, а также закономерности разрушения пленки и формирования на ее поверхности струй. Показано, что переходные процессы формирования и разрушения пленки длятся несколько секунд, а определяющим механизмом разрушения пленки является развитие изгибной неустойчивости зародышей струй.

Ключевые слова: диспергирование жидкостей, генератор капель, формирование пленки, разрушение пленки.

Введение

Процесс генерации капельных потоков встречается во многих технических приложениях, одним из которых является капельный холодильник-излучатель (КХИ). Решение актуальных задач освоения космического пространства (создание орбитальных буксиров, исследование дальнего космоса, развертывание космического производства и т.д.) требует существенного повышения мощности энергетических установок (ЭУ) космических аппаратов. Для отвода тепла из низкотемпературной части цикла ЭУ используются панельные излучатели. С увеличением отводимой тепловой мощности площадь поверхности таких излучателей значительно возрастает, что приводит к увеличению их массы и метеоритной уязвимости. Выходом представляется использование бескаркасных КХИ, основанных на радиационном остывании капельного потока, распространяющегося в космосе [1–3]. Дисперсный поток формируется генератором капель, сбор остывших частиц и замыкание гидравлического контура производятся уловителем. В работе рассматриваются генераторы, функционирующие с использованием метода вынужденного капиллярного распада струй, как наиболее отработанные для практического использования в КХИ [2, 3].

Рабочая жидкость КХИ должна иметь низкую испаряемость и высокую устойчивость к воздействию факторов космического пространства. Для низкопотенциальных излучателей перспективными теплоносителями являются кремнийорганические масла

* Исследование выполнено при финансовой поддержке РНФ (проект № 19-19-00045).

и ионные жидкости [4], характеризующиеся достаточно высокими значениями вязкости и высокой смачивающей способностью.

Использование КХИ предполагает его многократные запуски и остановки, сопровождающиеся формированием пленки рабочей жидкости на наружной поверхности фильеры генератора. В генераторах, основанных на организации истечения жидкости из капиллярных отверстий плоской фильеры, характерное время переходных процессов формирования струй может достигать нескольких секунд [5]. С увеличением скорости истечения жидкости из генератора время протекания переходных процессов и толщина сформированной на поверхности фильеры пленки уменьшаются. Однако при слишком большом значении скорости (несколько десятков метров в секунду) формирование пленки ускоряется из-за развития гидродинамических неустойчивостей [6]. Ряд ограничений на скорость и размер капель накладывают закономерности остывания и улавливания диспергированного потока в КХИ. При взаимодействии монодисперсного потока капель радиуса r_k с поверхностью уловителя разбрызгивание происходит в случае, когда скорость превышает величину [7]

$$V_p \approx 400 \left(\frac{\sigma^2 \mu}{\rho^3 r_k^3} \right)^{1/5},$$

где σ , μ и ρ — соответственно поверхностное натяжение, динамическая вязкость и плотность жидкости. Когда диаметр капиллярных отверстий в фильере генератора составляет 0,35 мм, $V_p \approx 9$ м/с. В работе экспериментально исследованы переходные процессы для значения установившейся скорости истечения струй $V_c = 8$ м/с.

В предлагаемой статье исследуются переходные процессы формирования струй при истечении жидкости из капиллярных отверстий в плоской фильере. Экспериментальные исследования проводились с целью выявления структуры системы переходных процессов и определения их длительности. Целью теоретического описания было выявление качественных закономерностей протекающих процессов.

Экспериментальное исследование растекания пленки

Схема экспериментальной установки, имитирующей систему генерации капель КХИ, приведена на рис. 1. Внутренний диаметр трубопроводов составлял 6 мм, длина трубопровода, соединяющего насос и электроклапан, — 2 м, длина трубопровода, соединяющего электроклапан и генератор капель — 0,5 м. Внутренний объем генератора капель составлял 85 мл.

Эксперимент проводился в атмосфере. В качестве рабочей жидкости использовалось вакуумное масло ВМ1-С. Жидкость истекала из плоской фильеры генератора толщиной 0,4 мм, изготовленной из полированной нержавеющей стали. В горизонтально расположенной фильере (см. рис. 1) было выполнено 11 отверстий диаметром $0,35 \pm 0,07$ мм с расстоянием между центрами 1,5 мм. Краевой угол смачивания ВМ1-С поверхности фильеры составлял менее трех градусов.

Система нагревания поддерживала температуру емкости с рабочим телом, трубопровода и генератора капель в диапазоне 65 ± 5 °С. Перед выполнением эксперимента проводилось длительное термостатирование установки. При указанной температуре

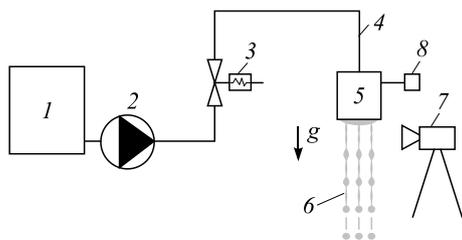


Рис. 1. Принципиальная гидравлическая схема экспериментальной установки.

1 — емкость с жидкостью, 2 — шестеренный насос, 3 — электроклапан, 4 — трубопровод, 5 — генератор капель с капиллярными отверстиями в плоской фильере, 6 — распадающиеся струи, истекающие из генератора, 7 — скоростная видеокамера, 8 — датчик давления; стрелкой указано направление действия силы тяжести.

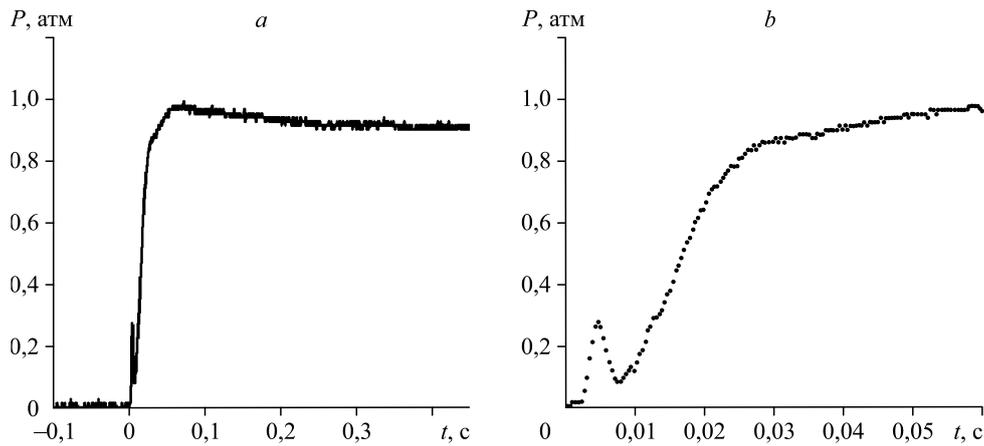


Рис. 2. Зависимость давления в генераторе капле от времени, представленная в разных масштабах (а, б).

динамическая вязкость масла ВМ1-С составляет $\mu = 0,02$ Па·с. Считая, что радиус струй r_0 равен радиусу капиллярных отверстий, а $V_c = 8$ м/с, получим, что величина безразмерных критериев подобия для установившихся струй в эксперименте составляла: $Re = \rho V_c r_0 / \mu \approx 70$, $Ca = \mu V_c / \sigma \approx 20$, $We = \rho V_c^2 r_0 / \sigma \approx 190$, $Oh = \mu / (\rho r_0 \sigma)^{1/2} \approx 0,25$. Здесь Re , We , Oh — числа Рейнольдса, Вебера и Онезорге, Ca — число капиллярности.

Непосредственно перед измерениями проводилась прокачка через систему ~ 5 л термостатированного рабочего тела при расходе 10–15 мл/с с целью устранения возможных флуктуаций поля температуры, а также устранения пузырьков газа, которые могли проникнуть в установку через капиллярные отверстия генератора. Перед проведением экспериментов внутренний объем генератора заполнялся жидкостью. Жидкая пленка с поверхности фильеры удалялась механически.

Первоначально включался насос, создающий избыточное давление 0,9 атм, что соответствует скорости истечения струй $V_c = 8$ м/с. Через 10–15 секунд после установления давления в питающем трубопроводе открывался электроклапан. На рис. 2 приведена зависимость давления в генераторе капле от времени, измеренная при проведении эксперимента, результаты которого представлены на рис. 3 и 4. Видно, что из-за волновых эффектов давление изменяется немонотонно, а время его установления составляет $\sim 0,5$ с.

Скоростная видеосъемка процесса распространения пленки вблизи капиллярных отверстий при включении генератора капле показала, что распространение жидкости происходит рывками с шагом порядка 0,05 мм. Такая динамика объясняется гистерезисными явлениями [8], а также действием капиллярных волн, распространяющихся по поверхности пленки.

На рис. 3 приведены кадры скоростной видеосъемки процесса включения генератора. За нулевой момент времени принято появление жидкости на выходе из капиллярных каналов. Видно, что первоначально вблизи отверстий формируются лужицы рабочего тела. Скорость движения края жидкости первоначально достаточно высока: диаметр лужиц увеличился до 1,5 мм за $\sim 0,004$ с (рис. 3с), чему соответствует линейная скорость ~ 20 см/с. Однако затем размер лужиц увеличивается значительно медленнее. Сравнение кадров видеосъемки на рис. 3с и 3д показывает, что при соприкосновении лужицы меняют форму за $\sim 0,03$ с. При этом скорость края пленки составляет ~ 2 см/с. На рис. 3е, 3ф приведены фотографии растекания пленки и формирования свисающей капли.

На рис. 4а приведена измеренная в эксперименте зависимость от времени диаметра лужиц, формирующихся вокруг четырех левых капиллярных отверстий фильеры (см. рис. 3).

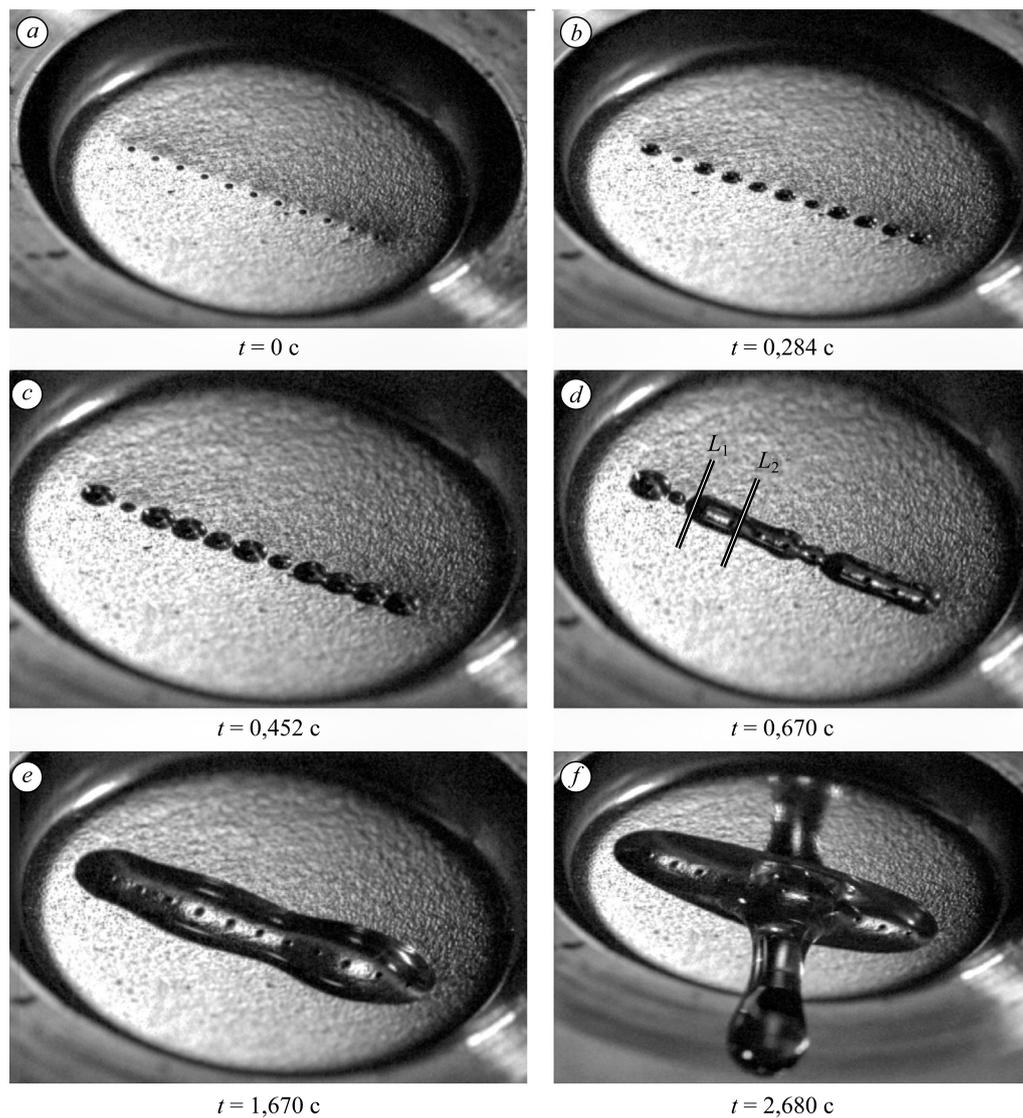


Рис. 3. Формирование струй при включении генератора капель.

Такой выбор объектов наблюдения дал возможность исследовать типичную картину распространения пленки (лужицы № 3 и 4), а также изучить влияние краевых эффектов. Пунктиром на рисунке изображена линейная аппроксимация измеренных зависимостей. Средняя скорость продвижения края лужицы № 2 составила 2,4 мм/с, № 1 — 4,75 мм/с, № 3 и 4 — 6,5 мм/с. Отличия скоростей обусловлены неравномерностью распределения давления во внутреннем объеме генератора, наличием допуска на размер капиллярных отверстий и взаимодействием соседних лужиц через прекурсионные пленки [8, 9]. Отметим, что графики, построенные для лужиц № 3 и 4, накладываются друг на друга.

Приведенные данные позволяют рассчитать значение числа Рейнольдса капиллярного течения в растекающихся лужицах, оно составляет $Re \sim 10^{-2}$. Этот результат показывает, что при теоретическом моделировании формирования пленки можно пренебречь силами инерции и считать, что в каждый момент времени форма капли близка к равновесной.

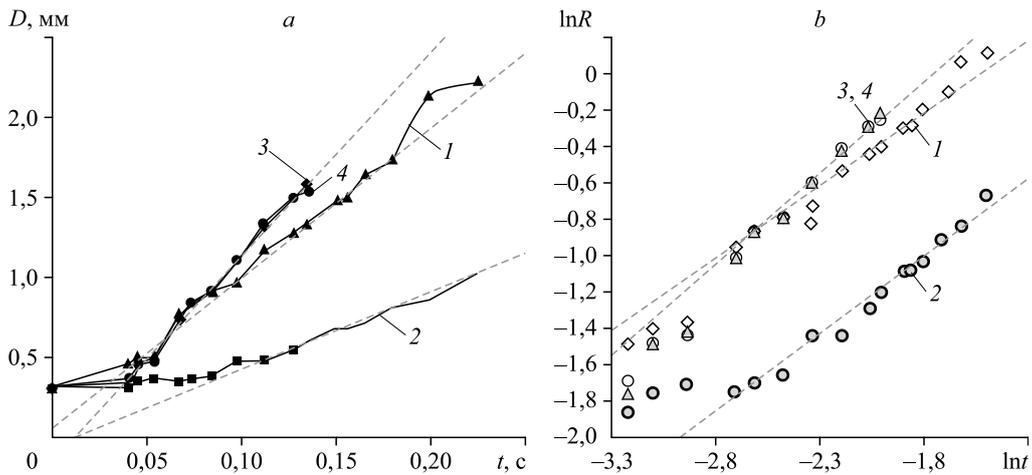


Рис. 4. Зависимости диаметра лужицы от времени (а) и логарифма радиуса лужиц от логарифма времени (b). Цифры соответствуют номерам отверстий.

Теоретическая модель растекания пленки

Для теоретического моделирования использовалось приближение полного смачивания. Растекание пленки происходит за счет совместного действия двух процессов: самопроизвольного растекания и вынужденного течения, вызванного подачей жидкости через капиллярный канал [10]. Расчет растекания проводился по методике, предложенной в работе [10]. Схема растекания пленки изображена на рис. 5. Использовались цилиндрические координаты, где ось z совпадала с осью отверстия. Форма поверхности лужицы описывается зависимостью $h = h(r, t)$. Считалось, что растекание происходит медленно, а значение числа Рейнольдса много меньше единицы. Действие силы тяжести не учитывалось из-за малого размера лужиц. Система уравнений приближения пограничного слоя сводится к единственному соотношению:

$$\frac{\partial p}{\partial r} = \mu \frac{\partial^2 v}{\partial z^2}, \quad (1)$$

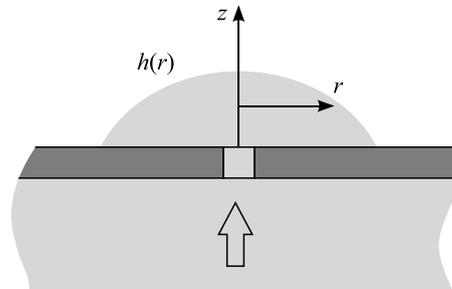
где p — давление, v — радиальная скорость жидкости. На поверхности жидкости тангенциальное напряжение считалось равным нулю. Предполагалось, что течение квазистационарное, давление в жидкости определяется только кривизной ее поверхности и зависит от координаты r следующим образом:

$$p(r) = -\frac{\sigma}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial h}{\partial r} \right). \quad (2)$$

В предположении параболического профиля скорости жидкости в пленке зависимость расхода от радиуса принимает вид

$$Q(r, t) = \int_0^h 2\pi r v dz = -\frac{2\pi}{3\mu} r h^3 \frac{\partial p}{\partial r}. \quad (3)$$

Рис. 5. Схема течения в лужице вблизи капиллярного отверстия.



Вышеприведенные соотношения позволяют получить следующее уравнение движения жидкости в лужице:

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{1}{3\mu r} \frac{\partial}{\partial r} \left(rh^3 \frac{\partial p}{\partial r} \right) = -\frac{\sigma}{3\mu r} \frac{\partial}{\partial r} \left[rh^3 \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial h}{\partial r} \right) \right) \right]. \quad (4)$$

Считалось, что в момент времени t радиус капли на поверхности фильеры равен $R(t)$, а объем капли — $V(t)$. Для решения уравнения (4) осуществлялся переход к безразмерным переменным: $\xi = r / R(t)$. Уравнение решалось методом разделения переменных. Зависимость $h(t, r)$ с помощью введения функций $H(t)$ и $\varphi(\xi)$ представлялась в виде $h = H\varphi$. В новых переменных уравнение (4) принимает вид:

$$\frac{R^4(t)}{H^4(t)} \frac{\partial H}{\partial t} \varphi - \frac{R^3(t)}{H^3(t)} \xi \frac{\partial R}{\partial t} \varphi' = -\frac{1}{\xi} \frac{\sigma}{3\mu} \left[\xi \varphi^3 \left(\frac{1}{\xi} (\xi \varphi')' \right) \right]. \quad (5)$$

Уравнение (5) решается, когда коэффициенты в его левой части не зависят от времени и равны константам [10]. Тогда получим:

$$\frac{1}{H(t)} \frac{\partial H}{\partial t} = \frac{\alpha}{R(t)} \frac{\partial R}{\partial t},$$

где α — некоторая константа. В этом случае

$$H(t) = CR(t)^\alpha, \quad (6)$$

где C — константа. Тогда имеем:

$$R(t) = \left((4-3\alpha) C_2 C^3 \right)^{\frac{1}{4-3\alpha}} t^{\frac{1}{4-3\alpha}},$$

$$V(t) = 2\pi C \left((4-3\alpha) C_2 C^3 \right)^{\frac{2+\alpha}{4-3\alpha}} t^{\frac{2+\alpha}{4-3\alpha}}. \quad (7)$$

Считалось, что расход через капиллярные отверстия изменяется по закону

$$V(t) = qt^w. \quad (8)$$

При постоянной скорости истечения жидкости из капиллярного канала $\alpha = 0,5$, а

$$C = \left(\frac{q}{10\pi C_1} \right)^{\frac{1}{4}}, \quad R(t) = C_3 q^{0,3} t^{0,4}, \quad \text{где } C_3 \text{ — экспериментально определяемая константа.}$$

Результаты теоретического моделирования растекания пленки вблизи капиллярного отверстия фильеры сравнивались с экспериментальными данными. Из соотношений (7) следует, что радиус лужицы пропорционален времени в степени N : $R \sim t^N$. Значение N определялось на основе экспериментальных данных (рис. 4b). Первоначально зависимость радиуса от времени не подчинялась степенному закону. Однако с течением времени вид кривых начинает соответствовать степенной зависимости. Результаты расчетов свидетельствуют о том, что для лужицы № 1 $N \approx 0,8$. Номеру 2 соответствует $N \approx 0,85$. Для номеров 3, 4 $N \approx 1$. Таким образом, скорость растекания, наблюдаемая в эксперименте, заметно превосходит теоретические оценки, полученные в предположении постоянного расхода рабочего тела через капиллярные отверстия фильеры. Объяснить результаты эксперимента можно используя гипотезу о том, что расход рабочей жидкости через каналы фильеры не постоянен и меняется по степенному закону (8). Из представленных экспериментальных данных следует, что для лужицы № 1 $w \approx 2,3$. Номеру 2 соответствует $w \approx 2,5$. Для номеров 3, 4 $w \approx 3$. Из-за влияния краевых эффектов зависимости радиуса от времени, определенные для разных лужиц, демонстрируют автомодельное

поведение не одновременно, а в различные моменты времени, приходящиеся на разные стадии процесса установления давления в генераторе капель. Этим объясняется различие полученных значений величины w .

После соприкосновения лужиц, образованных вблизи соседних капиллярных отверстий, жидкость по поверхности генератора распространяется в виде ривулета. Для теоретического моделирования его роста считалось, что на поверхности фильеры есть протяженная щель постоянной ширины, из которой равномерно истекает рабочее тело. Считалось, что в момент времени t полуширина ривулета равна $L(t)$, высота — $H(t)$, а его объем — $V(t)$. Расчеты, аналогичные приведенным выше, показывают, что растекание пленки в этом случае описывается уравнением

$$\frac{L^4(t)}{H^4(t)} \frac{\partial H}{\partial t} \varphi - \frac{L^3(t)}{H^4(t)} \xi \frac{\partial L}{\partial t} \varphi' = -\frac{\sigma}{3\mu} [\varphi^3 \varphi'''], \quad (9)$$

решение которого имеет вид

$$H(t) = C_1 + \alpha \cdot \ln(L(t)), \quad (10)$$

$$V(t) = C_2 (C_1 + \alpha \cdot \ln(L(t))) \cdot L(t).$$

Если объем просочившейся через капиллярные отверстия жидкости изменяется по закону

$$V(t) = V_0 + qt^w,$$

где V_0 — начальный объем ривулета, то получим соотношение

$$C_2 (C_1 + \alpha \cdot \ln(L(t))) \cdot L(t) = V_0 + qt^w.$$

Пренебрегая логарифмическим членом в последнем соотношении, можем его переписать следующим образом:

$$L(t) = \frac{1}{C_1 C_2} (V_0 + qt^w). \quad (11)$$

В экспериментах ширина ривулета измерялась вблизи третьего (сечение № 1 — L_1) и пятого (сечение № 2 — L_2) отверстий фильеры (см. рис. 3*б*). Выбор сечений определялся тем, что в одном из них при формировании ривулета ширина последнего была минимальной, а в другом — максимальной. На рис. 6*а* приведены зависимости полуширины ривулета от времени в сечениях № 1 (L_1) и № 2 (L_2). Измерение проводилось до момента

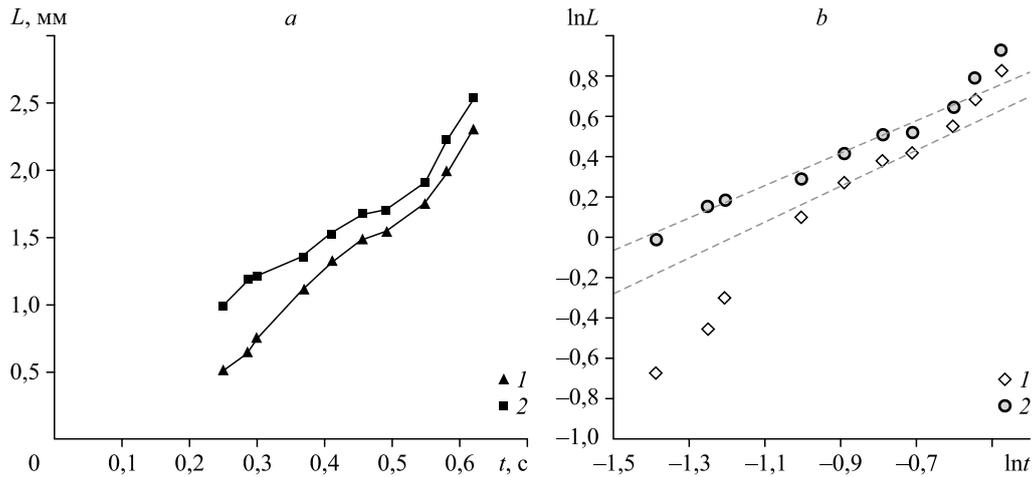


Рис. 6. Зависимости полуширины ривулета от времени (*a*) и логарифма полуширины ривулета от логарифма времени (*b*).

Указатели линий соответствуют номерам лужиц; символы 1 — сечение № 1, символы 2 — сечение № 2.

формирования зародыша нависающей капли. Из рис. 6 видно, что рост ривулета сопровождался волновыми явлениями. Рассчитанное с использованием графика зависимости ширины ривулета от времени в логарифмических координатах значение w составляет $\approx 0,9$ для сечения № 1 и $\approx 0,85$ для сечения № 2. Из представленных результатов можно сделать вывод о том, что в экспериментальной установке за время $\sim 0,5$ с течение рабочего тела через капиллярные каналы устанавливается.

Исследование закономерностей разрушения пленки

Следующим этапом исследований было выявление определяющего механизма разрушения пленки и формирования струй. На рис. 7 приведены соответствующие фото-

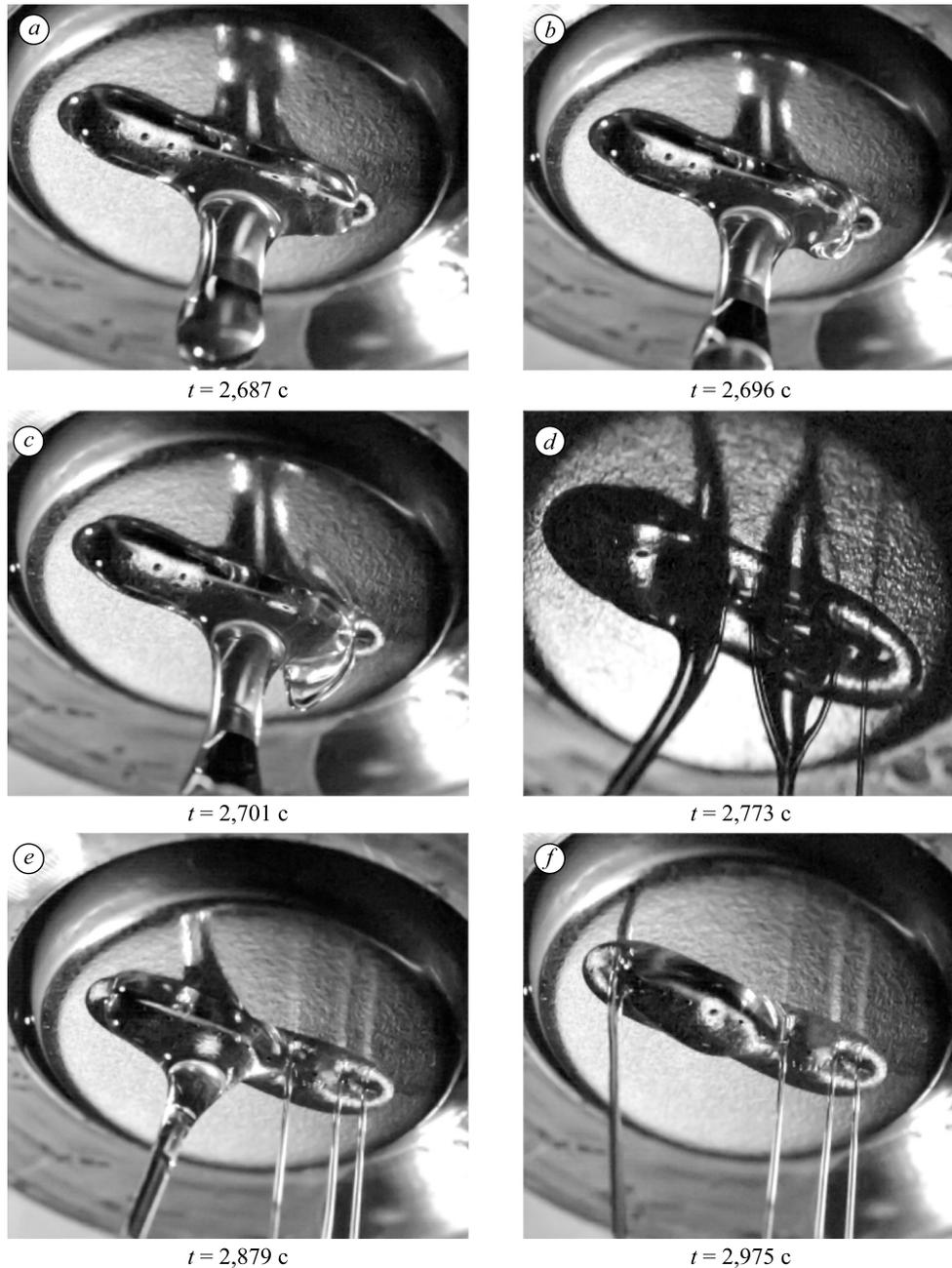


Рис. 7. Кадры скоростной видеосъемки формирования струй с привязкой ко времени.

графии с привязкой ко времени. Результаты проведенных экспериментов свидетельствуют о том, что разрушение пленки и формирование струй является следствием развития изгибной неустойчивости капиллярного мениска, связывающего пленку и каплю, формирующуюся под действием силы тяжести. Данные экспериментальных исследований, представленные в работе [11], показывают, что в условиях микрогравитации формирование мениска, подверженного изгибным колебаниям, происходит в результате развития неустойчивостей капиллярного течения в пленке. Из этих результатов можно сделать вывод о том, что в условиях микрогравитации распад пленки и формирование струй протекают за больший промежуток времени, чем в наземном эксперименте.

Из представленных на рис. 7 кадров скоростной видеосъемки видно, что расщепление мениска происходит в два этапа. Первоначально формируется иницирующее изгиб возмущение. Оно формируется достаточно медленно и может занять несколько секунд. После стадии роста возмущения, длящейся $\sim 10^{-1}$ с, наблюдается резкий излом мениска и отщепление от него струй (см. рис. 7с и 7d), занимающие время $\tau_{и} \sim 10^{-2}$ с.

Многочисленные эксперименты показали, что после распада мениска, как правило, формируются не отдельные струи по числу капиллярных отверстий, а метастабильные структуры, в которых жидкость, поступающая через несколько отверстий, при истечении из пленки формирует одну струю (см. рис. 7e, 7f и 8). В экспериментах наблюдались такие структуры, сохранявшиеся на протяжении десятков минут (рис. 8). Их распад также происходит за счет развития изгибной неустойчивости. После формирования струй пленка на поверхности генератора сохраняется (рис. 7, 8). Однако ее толщина оказывается существенно меньше первоначальной. Вместе с тем, остаточная пленка может существенно влиять на истекающие струи, в частности, приводить к стационарному изгибу струй (рис. 8). Внешнее воздействие (механическое удаление пленки с поверхности фильеры при работающем генераторе) разрушает эти структуры и восстанавливает штатный режим работы генератора.

Для качественного теоретического описания процесса изгиба и расщепления струй использовалась теория, предложенная в работе [12] для описания изгиба капиллярного мениска при его сжатии. Считалось, что определяющими являются силы вязкого трения. Это приближение справедливо, когда число капиллярности $Ca > 10$ (в эксперименте $Ca \sim 20$).

Считалось, что на поверхности пленки сформировался мениск протяженностью l и диаметром d , через который происходил сток жидкости со скоростью u . Отклонение оси зародыша струи от оси капиллярного отверстия, из которого истекает жидкость, его формирующая, будем считать равным δ . Тогда момент сил, изгибающий струю, составит

$\sim \mu u d^2 \delta / l$. А момент вязких сил, препятствующий изгибу, — $\frac{\mu d^4}{l^2} \cdot \frac{\partial \delta}{\partial t}$. Тогда уравнение, описывающее динамику изгиба, примет вид:

$$\frac{\mu u d^2}{l} \delta \sim \frac{\mu d^4}{l^2} \cdot \frac{\partial \delta}{\partial t}. \quad (12)$$



Рис. 8. Сформировавшиеся струи при трех последовательных запусках генератора.

Скорость истечения 8 м/с.

Считая, что характерное значение l и d равно 1 мм, получим, что для условий эксперимента характерное время изгиба и расщепления мениска составит $\tau \sim \frac{d^2}{lu} \sim 10^{-3}$ с, что согласуется с данными эксперимента.

Выводы

Проведено исследование переходных процессов формирования струй при включении генератора капель с капиллярными отверстиями в плоской фильере при значении безразмерных критериев подобия для установившегося струйного течения $Re = 70$, $Ca = 20$, $We = 190$, $Oh = 0,25$. При включении генератора капель на поверхности фильеры формируется пленка жидкости. Определяющим механизмом распада пленки являются изгибные колебания мениска, сформировавшегося на ее поверхности. В условиях нормальной гравитации такой мениск формируется из свисающей капли. Длительность переходных процессов может достигать нескольких секунд, а после их завершения на поверхности фильеры остается пленка малой толщины, взаимодействующая с истекающими струями. Эксперименты по истечению струй из капиллярных трубок в условиях микрогравитации [11] также показывают определяющую роль изгибных колебаний струи в разрушении мениска.

Список литературы

1. Коротеев А.А., Сафронов А.А., Филатов Н.И. Влияние структуры капельной пелены на мощность бескаркасных космических излучателей и эффективность энергетических установок // Теплофизика высоких температур. 2016. Т. 54, № 5. С. 817–820.
2. Бухаров А.В. Теплофизические проблемы получения стабильных капельных потоков с минимальным разбросом по скорости и размерам капель: дис. ... докт. техн. наук. Московский энергетический институт. 2016. 390 с.
3. Сафронов А.А. Особенности капиллярного распада струй жидкости при числах Онезорга больше единицы // Инж.-физ. журн. 2017. Т. 90, № 1. С. 176–185.
4. Черникова Е.А., Глухов Л.М., Красовский В.Г., Кустов Л.М., Воробьева М.Г., Коротеев А.А. Ионные жидкости как теплоносители: сравнение с известными системами, возможные области применения, преимущества и недостатки // Успехи химии. 2015. Т. 84, № 8. С. 875–890.
5. Ferrand J., Favreau L., Joubaud S., Freyssingeas E. Wetting effect on Torricelli's law // Physical Review Lett. 2016. Vol. 117, No. 24. P. 248002-1–248002-5.
6. Beulen B., Jong J., Reinten H., Berg M., Wijshoff H., Dongen R. Flows on the nozzle plate of an inkjet print-head // Exp Fluids. 2007. Vol. 42, Iss. 2. P. 217–224.
7. Yarin A.L., Weissz D.A. Impact of drops on solid surfaces: self-similar capillary waves, and splashing as a new type of kinematic discontinuity // J. Fluid Mech. 1995. Vol. 283. P. 141–173.
8. Де Жен П.Ж. Смачивание: статика и динамика // Успехи физических наук. 1987. Т. 151, вып. 4. С. 619–680.
9. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1974. 743 с.
10. Holdicha R., Starova V.M., Prokopovicha P., Njobuenwua D.O., Rubiob R.G., Zhdanovc S., Velarde M.G. Spreading of liquid drops from a liquid source // Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engng Aspects. 282–283. 2006. P. 247–255.
11. Sunol F., Gonzalez-Cinca R. Liquid jet breakup and subsequent droplet dynamics under normal gravity and in microgravity conditions // Physics Fluids. 2015. Vol. 27. P. 077102-1–077102-16.
12. Merrer M.L., Quere D., Clanet C. Buckling of viscous filaments of a fluid under compression stresses // Physical Review Lett. 2012. Vol. 109, No. 6. P. 064502-1–064502-4.

Статья поступила в редакцию 30 марта 2021 г.,
после доработки — 4 августа 2021 г.,
принята к публикации 20 октября 2021 г.