

стоят в образовании жидкой и твердой фаз при охлаждении содержащего полости реактора и требуют специального рассмотрения сложных вопросов нестационарного теплообмена в условиях фазовых переходов. Некоторые вопросы взаимодействия плазмы и частиц порошка со стенками реактора рассмотрены в работах [10, 11].

Авторы признательны А. А. Дебрибасу и Т. С. Тесленко за обсуждение результатов, за помощь в работе.

*Поступила в редакцию 19/VII 1976,  
после доработки — 13/XII 1976*

#### ЛИТЕРАТУРА

1. А. Е. Войтенко. ПМТФ, 1966, 4, 112.
2. А. Е. Войтенко, В. И. Кирко. ФГВ, 1975, 11, 6.
3. D. R. Sawle. *Astronautica Acta*, 1969, 14, 15.
4. Ю. И. Киселев, Б. Д. Христофоров. ФГВ, 1974, 10, 1, 116.
5. Н. Б. Варгатик. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. М., Физматгиз, 1963.
6. С. И. Анисимов, Я. А. Имас и др. Действие излучения большой мощности на металлы. М., «Наука», 1970.
7. Н. М. Эмануэль, Д. Е. Кнорре. Курс химической кинетики. М., «Высшая школа», 1974.
8. Н. Фукс. Испарение в рост капель в газообразной среде. М., Изд-во АН СССР, 1958.
9. Я. И. Френкель. Кинетическая теория жидкостей. Л., «Наука», 1975.
10. А. Е. Войтенко, В. П. Исааков, Т. М. Соболенко. ТВТ, 1975, 13, 5, 1098.
11. В. И. Кирко, Т. М. Соболенко. ФГВ, 1975, 12, 6.

---

### ОБ УСТОЙЧИВОСТИ ГРАНИЦЫ РАЗДЕЛА ГАЗ — ЖИДКОСТЬ ЗА ФРОНТОМ УДАРНОЙ ВОЛНЫ, СКОЛЬЗЯЩЕЙ ВДОЛЬ ПОВЕРХНОСТИ ПЛЕНКИ ЖИДКОСТИ

B. M. Гендузов

(Москва)

Проблема взаимодействия ударной волны с пленкой жидкости, нанесенной на жесткую стенку, стала особенно актуальной вследствие ее фундаментальной важности в теории детонации гетерогенных систем предварительно несмешанных фаз. Процессы образования и развития поверхностных волн занимают особое место в исследованиях как определяющие механизм массоподачи в зону реакции. Экспериментальному изучению взаимодействия скачков уплотнения с пленкой жидкости посвящены работы [1—4]. Полученные данные свидетельствуют, что на поверхности жидкости могут возникать и развиваться волны, которые приводят к потере устойчивости границы раздела сред и разрушению пленки.

Авторы работ [1, 2] и другие пытались внести ясность в этот вопрос и получить критерий устойчивости. В своих рассуждениях авторы [1, 2], по существу, свели механизм вонообразования на поверхности пленки за движущимся скачком уплотнения к развитию возмущений на поверхности тангенциального разрыва, которая разделяет две идеальные жидкости, движущиеся относительно друг друга в поле тяжести. С математической точки зрения эта задача сравнительно проста и ее точное решение хорошо известно [5]. Однако основные допущения

(идеальность сред и потенциальность течений) не выполняются в реальных условиях. Наличие вихревых течений и проявление вязких свойств газа и жидкости вблизи границы раздела сред скорее всего являются основной причиной развития поверхностных волн за скачком уплотнения. В свете этого теория взаимодействия ударной волны с пленкой жидкости должна включать в себя исследование взаимного влияния потока вязкого газа и поверхности жидкости.

Настоящая статья посвящена исследованию возникновения и развития волн на поверхности пленки жидкости за фронтом ударной волны и анализу устойчивости границы раздела сред.

### Физическая модель

Пусть ударная волна с постоянной скоростью  $u_s$  перемещается по газу вдоль поверхности пленки жидкости, которая нанесена на плоскую жесткую стенку. Считаем, что покоящийся газ занимает полупространство над границей раздела сред, пленка имеет постоянную толщину  $h$ , ударная волна движется со скоростью больше скорости звука в жидкости  $a$ . Ударная волна инициирует в жидкости волну сжатия и одновременно приводит в движение газ, в результате чего у поверхности пленки образуется нестационарный пограничный слой.

Вследствие слабой сжимаемости жидкости волна сжатия распространяется со скоростью звука и поэтому образует угол Маха с невозмущенной поверхностью пленки. Отразившись от стенки, косая волна сжатия взаимодействует со свободной границей раздела сред. При этом в жидкость отражается волна разрежения, а в газ проникает волна сжатия. В свою очередь волна разрежения, отразившись от стенки, взаимодействует с поверхностью пленки, в результате чего в жидкость отражается волна сжатия, а в газ проникает волна разрежения. Дальнейшая картина чередования волн сжатия и разрежения в пленке повторяется. Взаимодействие отраженных волн с границей раздела сред на поверхности пленки за скачком уплотнения приводит к возмущениям.

Известно, что нестационарный пограничный слой в окрестности скачка уплотнения ламинарный, а затем переходит в турбулентный. Тurbулезация пограничного слоя над поверхностью пленки происходит вследствие внутренней неустойчивости, присущей нестационарному пограничному слою, и наличия возмущений в газе, инициированных системой волн в жидкости. Последние способствуют более быстрому переходу ламинарного слоя в турбулентный. Причем значения чисел Рейнольдса на границе переходной области резко снижаются [6], а размер ламинарного участка уменьшается почти вдвое по сравнению с аналогичным размером в пограничном слое над жесткой стенкой [4, 7].

Пограничный слой за скачком уплотнения, испытывая влияние со стороны жидкости, воздействует на поверхность пленки и меняет амплитуду поверхностного возмущения. Рост амплитуды обусловлен различием давлений и напряжения трения в точках волновой поверхности, связанных с движением ударно-сжатого газа. Наличие вязких сил и сил поверхностного натяжения в жидкости препятствует росту амплитуды волн.

### Постановка задачи

Исследования развития волнения на поверхности жидкости за фронтом ударной волны теоретически основываются на энергетическом принципе. В соответствии с ним изменение энергии всякой механической системы равно работе внешних сил за вычетом работы сил внутреннего сопротивления и диссипации энергии. Применяя его к волнам на поверхности жидкости, запишем

$$\partial E / \partial t + \partial / \partial x \cdot (vE) = N - R. \quad (1)$$

Здесь ось  $x$  направлена вдоль невозмущенной поверхности жидкости в сторону движения ударной волны,  $t$  — время,  $E$  — полная энергия волны на единицу площади поверхности жидкости,  $V$  — скорость переноса волновой энергии,  $N$  — количество энергии, получаемой волнами на единицу площади поверхности жидкости в единицу времени,  $R$  — скорость диссипации энергии.

Начальная поверхностная волна порождается системой волн сжатия и разрежения. Впадины ее соответствуют точкам, в которых волны сжатия взаимодействуют с поверхностью, а гребни — точкам, в которых взаимодействуют волны разрежения с границей раздела сред. Нетрудно установить, что длина начальной поверхностной волны

$$L = 4h\sqrt{M^2 - 1}, \quad (2)$$

где  $M = u_s/a$  — число Маха волн сжатия и разрежения в жидкости. Волновое число этой волны имеет значение

$$k = \pi/2h\sqrt{M^2 - 1}. \quad (3)$$

Поскольку поверхностная волна порождается движущимся источником возмущения, скорость переноса ее энергии определяется соотношением [8]

$$v = u_s - c, \quad (4)$$

а частота колебаний

$$\theta = u_s k - \omega,$$

где  $c$  — волновая скорость;  $\omega$  — частота.

Если допустить, что параметры, характеризующие волны, медленно меняются на расстояниях порядка длины волны (что на самом деле имеет место), то, как показано в [9], локально они хорошо представляются плоскими периодическими волнами. За скачком уплотнения волны на поверхности тонкой пленки капиллярные. Это утверждение следует из известных оценок [5]

$$k \gg \sqrt{g\rho/2\sigma},$$

где  $g$  — ускорение силы тяжести. Поэтому для рассматриваемой волны справедливы соотношения, связывающие  $k$ ,  $c$ ,  $\omega$  для капиллярных волн

$$c = \omega/k, \quad \omega^2 = \sigma/\rho k^3 t h(kh). \quad (5)$$

Здесь  $\sigma$  — коэффициент поверхностного натяжения,  $\rho$  — начальная плотность жидкости. Нетрудно заметить, что

$$c \ll u_s, \quad (6)$$

следовательно, соотношение (3), там где это возможно, заменяется равенством  $v = u_s$ .

### Поступление и расход энергии в волновом движении

Поверхностная волна, как отмечалось, представляется в виде плоской периодической волны, поэтому величины  $E$ ,  $N$ ,  $R$  можно вычислить через ее параметры. Для определения полной энергии  $E$  воспользуемся известным из механики обстоятельством, что у всякой механической системы, совершающей колебание с малой амплитудой, средняя кинетическая и потенциальная энергия равны. Тогда

$$E = 1/2\rho k v^2 \alpha^2. \quad (7)$$

Здесь  $\alpha$  — амплитуда волны. Учитывая неравенство (6), запишем формулу (7) в виде

$$E = 1/2\rho k u_s^2 \alpha^2. \quad (8)$$

Расход энергии в волновом движении обусловлен (в рассматриваемой задаче) наличием вязких сил в жидкости. Известно [10], что величина  $R$  для периодической волны вычисляется по формуле

$$R = 2\mu k^3 u_s^2 \alpha^2, \quad (9)$$

где  $\mu$  — вязкость жидкости.

Сложнее обстоит дело с вычислением  $N$ . Энергия, поступающая к поверхности волны, состоит из двух составляющих: 1) энергии  $N_t$ , передаваемой за счет приложенного к поверхности пленки касательного усилия; 2) энергии  $N_p$ , определяемой различием давления в точках волновой поверхности.

В работе [11] показано, что передача энергии посредством касательных сил осуществляется даже при условии полного отсутствия переноса массы жидкости. Поэтому  $N_t$  может быть записана в виде [11]

$$N_t = 2\tau(x, t) k^2 u_s^2 \alpha^2, \quad (10)$$

где  $\tau(x, t)$  — величина, обратная напряжению трения. Пограничный слой, которой сначала ламинарный, а затем становится турбулентным, рассмотрен в [12] при условии, что  $\tau(x, t)$  имеет форму

$$-\tau(x, t) = \begin{cases} -\tau_L(x, t) & \text{при } 0 < (u_s t - x) < (u_s t - x)_t \\ -\tau_T(x, t) & \text{при } (u_s t - x) > (u_s t - x)_t. \end{cases}$$

Здесь  $(u_s t - x)_t$  — точка перехода,  $\tau_L$  — касательное усилие ламинарного пограничного слоя.

В соответствии с [12]

$$\begin{aligned} -\tau_L(x, t) &= -f''(0) (u_s - u_e) \sqrt{(u_s - u_e) \rho_e \mu_e / 2(u_s t - x)} = Q_L / \sqrt{u_s t - x}, \\ -f''(0) &= 0,489 [u_s / (u_s - u_e) - 1] \sqrt{1 + 1,665 \cdot u_s / (u_s - u_e)}, \end{aligned}$$

где  $u_e$ ,  $\rho_e$ ,  $\mu_e$  — соответственно скорость частиц, плотность и вязкость газа внетройного слоя за ударной волной.

Напряжение трения  $\tau_T$  в турбулентном пограничном слое должно иметь эффективное начало, т. е. необходимо предположить, что турбулентный пограничный слой при  $(u_s t - x) > (u_s t - x)_t$  эквивалентен пограничному слою с началом в точке  $(u_s t - x) = (u_s t - x)_s$ . Тогда

$$-\tau_T(x, t) = -\rho_e (u_s - u_e)^2 \psi [(u_s t - x) - (u_s t - x)_s]^{-1/5}.$$

Здесь

$$\begin{aligned} \psi &= 0,046 \theta / \delta \cdot \{\varphi [1 - u_s / (u_s - u_e)] \delta / \theta\}^{4/5} [u_s / (u_s - u_e) - 1]^{3/5} [\mu_e / \rho_e (u_s - u_e)]^{1/5}, \\ \theta / \delta &= 0,317 [1 - u_s / (u_s - u_e)], \end{aligned}$$

$\varphi = (\mu_m / \mu_e)^{1/4} (\rho_m / \rho_e)^{3/4}$ . Газодинамические величины с индексом  $m$  определяются при средней температуре пограничного слоя ( $T_m$ )

$$T_m = 0,5(T_1 - T_e) + 0,22 [u_s / (u_s - u_e) - 1]^2 \cdot (u_s - u_e)^2 / 2c_p,$$

где  $T_1$ ,  $T_e$  — температура перед и за ударной волной;  $c_p$  — удельная теплоемкость газа при постоянном давлении.

Если допустить, что толщина потери импульса меняется непрерывно при переходе через точку  $(u_s t - x)_t$ , то эффективное начало турбулентного пограничного слоя может быть найдено из соотношения

$$[(u_s t - x)_t - (u_s t - x)_s]^{4/5} = 1,6 Q_L (u_s t - x)^{1/2} / \rho_e (u_s - u_e)^2 \psi.$$

Для вычисления  $N_p$  представим давление на границе раздела сред в виде ряда Фурье по синусам и косинусам, кратных  $(kx - \theta t)$ . Тогда в суммарную работу будет входить только составляющая  $\Delta p = F \cos(kx - \theta t)$ . Следовательно,

$$N_p = 1/2 k v F \alpha.$$

Ограничимся рассмотрением волн, амплитуда которых не превосходит толщины ламинарного подслоя в турбулентном пограничном слое. В этом случае верна классическая формула Стокса [5], поэтому

$$N_p = 6\pi\mu_e(u_s - u_e)vk^2\alpha^2.$$

Сравнивая  $N_t$  и  $N_p$ , нетрудно видеть, что в окрестности ударной волны  $N_p \ll N_t$ . Таким образом, энергия, передаваемая поверхностью волне при волновом движении, приближенно равна  $N_t$ .

Подставим (3), (8)–(10) в уравнение энергии (1):

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{1}{2} \rho k u_s^2 \alpha^2 \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left[ (u_s - c) \frac{1}{2} \rho k u_s^2 \alpha^2 \right] = 2\tau(x, t) k^2 u_s^2 \alpha^2 - 2\mu k^3 u_s^2 \alpha^2. \quad (11)$$

#### Амплитуда поверхности волны в точке контакта ударной волны и границы раздела сред

При скольжении ударной волны вдоль границы раздела сред на поверхности жидкости образуется периодическая волна, по форме совпадающая с косинусоидой. Первый гребень ее находится в точке контакта ударной волны с поверхностью пленки, а первая впадина — в точке отражения волны сжатия от границы раздела сред.

Чтобы найти интересующую амплитуду, перейдем к системе координат, связанной с ударной волной. На участке длиной  $L/2$ , примыкающем к скачку уплотнения, пренебрежем искривлением поверхности волны и заменим этот участок прямой. Тогда амплитуда определяется из соотношения

$$\alpha(0) = |\kappa| h \sqrt{M^2 - 1}. \quad (12)$$

Угол  $\kappa$ , образуемый поверхностью жидкости с осью  $x$ , находится в предположении, что газ калорически совершенен, а жидкость баротропна и подчиняется уравнению состояния

$$\bar{p} - p = (\bar{\rho} - \rho) a^2,$$

где  $p$ ,  $\bar{p}$  — начальное и конечное давление в жидкости.

В окрестности точки контакта (рис. 1) скачок уплотнения можно рассматривать как косую ударную волну. Очевидно, что из-за слабой сжимаемости жидкости угол  $\kappa$  и угол  $\beta$ , образуемый скачком уплотнения с осью  $y$ , малы. Величина  $\kappa$  находится из преобразованных соотношений на косом скачке уплотнения в газе

$$\begin{aligned} \frac{p_e}{p_1} &= \frac{2\gamma M_s^2 \cos \beta - (\gamma - 1)}{\gamma + 1}, \\ \left(\frac{u_e}{a_e}\right)^2 &= \frac{2 + (\gamma - 1) M_s^2}{2\gamma M_s^2 \cos \beta - (\gamma - 1)} + \frac{2 M_s^2 \sin \beta}{2 + (\gamma - 1) M_s^2 \cos^2 \beta}, \\ \left(\frac{\rho_e}{\rho_1}\right) &= \frac{(\gamma + 1) M_s^2 \cos^2 \beta}{(\gamma - 1) M_s^2 \cos \beta + 2}, \\ \operatorname{tg} \kappa &= \operatorname{tg} \beta - \frac{(\gamma + 1) M_s^2}{2(M_s^2 \cos^2 \beta - 1)}, \end{aligned}$$

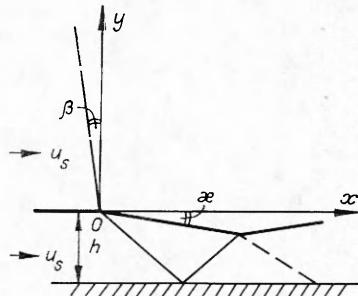


Рис. 1.

соотношений на волне сжатия в жидкости

$$\begin{aligned}\rho a^2 &= \bar{\rho}(a - u_n), \\ p + \rho a^2 &= \bar{p} + \bar{\rho}(a - u_n)^2, \\ \bar{p} - p &= (\bar{\rho} - \rho)a^2, \quad u_n = -\kappa a \sqrt{M^2 - 1}\end{aligned}$$

и условий на поверхности тангенциального разрыва ( $p_e = \bar{p}$ , параллельность векторов скорости газа и жидкости). Здесь  $a_1$ ,  $a_e$  — скорость звука в газе перед ударной волной и за ней;  $M_s = u_s/a_1$ ;  $u_n$  — нормальная составляющая скорости частиц жидкости;  $\gamma$  — показатель адиабаты.

После алгебраических преобразований и подстановки  $\kappa$  в (12) получим

$$\alpha(0)/h = 2\gamma p_1(M_s - 1)/(\gamma + 1)\rho a^2 \cdot (M^2 - 1)/M^2. \quad (13)$$

### Изменение амплитуды поверхностной волны

В системе координат, связанной с ударной волной, газодинамические величины в пограничном слое и уравнение энергии явно не зависят от времени, а являются функциями одной переменной

$$\bar{x} = u_s t - x.$$

Отсюда уравнение (11) имеет вид

$$\frac{d}{dx} \left( \frac{1}{2} \rho k c u_s^2 \alpha^2 \right) = 2\tau(\bar{x}) k^2 u_s^2 \alpha^2 - 2\mu k^3 u_s^2 \alpha^2, \quad (14)$$

где

$$\tau(\bar{x}) = \begin{cases} Q_L \bar{x}^{-\frac{1}{2}} & \text{при } 0 < \bar{x} < \bar{x}_t, \\ \rho_e (u_s - u_e)^2 \psi(\bar{x} - \bar{x}_e)^{-\frac{1}{5}} & \text{при } \bar{x} > \bar{x}_t. \end{cases}$$

Учитывая слабую сжимаемость жидкости, пренебрежем в (14) изменением плотности. Тогда, имея в виду (3) и (5), запишем решение уравнения (14)

$$\alpha(\bar{x}) = \begin{cases} \alpha(0) \exp \left[ \frac{2\pi}{\rho \sigma h \sqrt{M^2 - 1} \operatorname{th} \left( \frac{\pi}{2 \sqrt{M^2 - 1}} \right)} \right]^{\frac{1}{2}} u_s^{-1} \left[ 2Q_L \sqrt{\bar{x}} - \right. \\ \left. - \frac{\pi \mu u_s}{2h \sqrt{M^2 - 1}} \bar{x} \right] & \text{при } 0 \leq \bar{x} < \bar{x}_t, \\ \alpha(\bar{x}_t) \exp \left[ \frac{2\pi}{\rho \sigma h \sqrt{M^2 - 1} \operatorname{th} \left( \frac{\pi}{2 \sqrt{M^2 - 1}} \right)} \right]^{\frac{1}{2}} u_s^{-1} \times \\ \times \left[ \frac{5}{4} \rho_e (u_s - u_e)^2 \psi(\bar{x} - \bar{x}_e)^{\frac{4}{5}} - \frac{\pi \mu u_s}{2h \sqrt{M^2 - 1}} \bar{x} \right] & \text{при } \bar{x} > \bar{x}_t. \end{cases} \quad (15)$$

Из (15) следует, что при ламинарном пограничном слое амплитуда поверхностной волны всегда возрастает и, достигнув максимального значения, асимптотически стремится к нулю. Максимум амплитуды достигается в точке

$$\bar{x}_{\max} = \frac{4Q_L h^2 (M^2 - 1)}{\pi^2 \mu^2 u_s^2}.$$

При турбулентном пограничном слое на границе раздела сред реализуются два вида колебательного движения. В первом случае, когда

$$\rho_e (u_s - u_e)^2 \psi (\bar{x}_t - \bar{x}_s)^{-1/5} \leq \frac{\pi \mu s}{2h \sqrt{M^2 - 1}}, \quad (16)$$

поверхностное волнение за точкой  $\bar{x}_t$  затухает по мере удаления от скачка уплотнения. Во втором случае, при

$$\rho_e (u_s - u_e)^2 \psi (\bar{x}_t - \bar{x}_s)^{-1/5} > \frac{\pi \mu s}{2h \sqrt{M^2 - 1}}$$

амплитуда волн за точкой  $\bar{x}_t$  нарастает и, достигнув максимума в точке

$$\bar{x}_{\max} = \bar{x}_s + \left[ \rho_e (u_s - u_e)^2 \psi \frac{2h \sqrt{M^2 - 1}}{\pi \mu s} \right]^5, \quad (17)$$

затухает по мере удаления от скачка уплотнения. Если подставить в (15) выражение (17), нетрудно получить соотношение для определения величины максимальной амплитуды.

Обозначим через  $h_k$  толщину пленки, соответствующую равенству (16), тогда положение точки  $\bar{x}_{\max}$  и величина максимума амплитуды волны определяются из соотношений

$$\begin{aligned} \bar{x}_{\max} - \bar{x}_s &= (h/h_k)^5 (\bar{x}_t - \bar{x}_s), \\ \alpha(\bar{x}_{\max}) &= \alpha(0) \exp \left\{ \left[ \frac{2\pi}{h_k \theta \sigma \frac{h}{h_k} \sqrt{M^2 - 1} \operatorname{th} \left( \frac{\pi}{2 \sqrt{M^2 - 1}} \right)} \right]^{\frac{1}{2}} \times \right. \\ &\quad \times \left. \frac{\pi \mu (\bar{x}_t - \bar{x}_s)}{h_k \sqrt{M^2 - 1}} \left[ \frac{5}{4} + \frac{1}{4} \left( \frac{h}{h_k} \right)^4 - \left( \frac{h}{h_k} \right) \right] \right\}. \end{aligned}$$

Нетрудно видеть, что при  $(h/h_k) = 1$  максимум амплитуды поверхностного волнения находится в точке перехода  $\bar{x}_t$ .

### Обсуждение полученных результатов

Волнение на поверхности пленки за ударной волной, скользящей вдоль границы раздела газ — жидкость, в соответствии с полученными теоретическими результатами развивается следующим образом. На участке взаимодействия ламинарного пограничного слоя с поверхностью жидкости, т. е. при  $0 \leq \bar{x} \leq \bar{x}_t$ , амплитуда волн нарастает и, достигнув максимума, убывает. Из оценок следует, что точка  $\bar{x}_{\max}$  удалена от скачка уплотнения на расстояние порядка толщины пленки, а величина максимальной амплитуды соразмерна с амплитудой волны в точке  $\bar{x} = 0$ . Поэтому в опытах из-за малой величины волн на участке  $0 \leq \bar{x} \leq \bar{x}_t$ , поверхность жидкости должна казаться гладкой.

Переход ламинарного пограничного слоя в турбулентный меняет характер колебательного движения поверхности жидкости. Если выполняется условие (16), то колебание поверхности жидкости по мере удаления от скачка уплотнения продолжает затухать и граница раздела газ — жидкость остается практически гладкой. Это означает, что поверхность жидкости абсолютно устойчива к воздействию ударной волны. На рис. 2 изображена область толщин пленки жидкого гексана ( $I$ ), абсолютно устойчивых к воздействию ударной волны (газ — кислород, начальные условия комнатные). С увеличением скорости ударной волны область ( $I$ ) сужается. Отметим, что ширина области ( $I$ ) пропорциональна вязкости жидкости.

Нарушение условия (16) приводит к появлению второго максимума амплитуды на поверхности жидкости при  $\bar{x} > \bar{x}_t$ . Если величина макси-

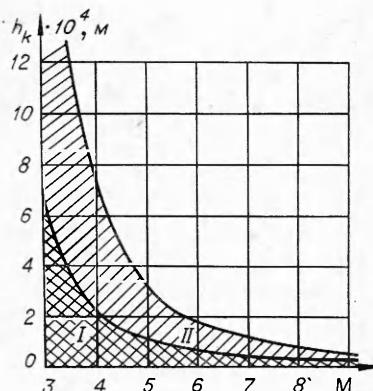


Рис. 2.

мальной амплитуды становится соизмеримой с толщиной пленки, то в этой точке следует ожидать срыва капель с поверхности жидкости, т. е. разрушение пленки. На рис. 2, II изображена область возможного срыва капель с гребней волн. Область построена в предположении, что амплитуда поверхностной волны в точке срыва равна половине толщины пленки. Очевидно, что у пленок, толщина которых превосходит  $h_c$ , срыв капель с их поверхности при заданном  $M_s$  всегда имеет место.

Результаты теории взаимодействия ударной волны с пленкой жидкости позволяют решить такую фундаментальную проблему теории детонации гетерогенных систем

предварительно не смешанных фаз, как определение условий, при которых испарение топлива с поверхности жидкости за ударной волной является единственным механизмом образования горючей смеси в зоне реакции. По существу, эта задача и сводится к исследованию устойчивости поверхности пленки за ударной волной.

Известно, что при испарении устойчивость пленки повышается, поэтому толщины пленок,  $h_k < h_c$ , должны быть больше соответствующих толщин в отсутствие испарения. Количественное выражение этих толщин нетрудно получить, если учесть, что при испарении касательное усилие, приложенное к поверхности ( $\tau_0$ ), связано с касательным усилием, приложенным к границе раздела сред в отсутствие испарения, выражением

$$\tau_0 = B / \ln(1+B) \cdot \tau.$$

Тогда из (16) получим

$$h_k^0 = \frac{B}{\ln(1+B)} h_k,$$

где  $B = \frac{c_p(T_e - T_k) + \frac{u_e^2}{2} + c_{1e}\Phi\Delta H}{h_L + c_t(T_k - T_1)}$  — параметр массообмена, определенный выражением (13);  $T_k$  — равновесная температура кипения;  $c_{1e}$  — концентрация окислителя в газе;  $h_L$  — скрытая теплота испарения;  $c_t$  — удельная теплоемкость топлива;  $\Phi$  — стехиометрический коэффициент (отношение массы топлива к массе окислителя);  $\Delta H$  — теплота сгорания на единицу массы топлива.

Таким образом, устойчивость пленки к воздействию ударной волны при детонации гетерогенных систем предварительно не смешанных фаз возрастает. Сравнение теоретических результатов с экспериментальными данными [4, 7, 14] показывает, что во всех рассматриваемых случаях толщина пленки принадлежала области абсолютно устойчивых толщин. Следовательно, горючая смесь в зоне реакции детонации образовывалась за счет испарения топлива с поверхности жидкости.

Поступила в редакцию  
25/X 1976

#### ЛИТЕРАТУРА

1. А. А. Борисов, С. М. Когарко. Докл. АН СССР, 1965, 164, 1.
2. А. А. Борисов, С. М. Когарко. ФГВ, 1965, 1, 4.
3. М. В. Воробьев, С. А. Лесняк. Докл. АН СССР, 1976, 227, 4.
4. С. А. Лесняк, М. А. Назаров. Докл. АН СССР, 1968, 182, 5.

5. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Механика сплошной среды. М., 1953.
  6. Л. Г. Лойцянский. Механика жидкости и газа. М., «Наука», 1970.
  7. К. Реглан, Я. Николлс. РТК, 1969, 7, 5.
  8. Ч. Дж. Гарретт.— В сб.: Нелинейная теория распространения волн. М., «Мир», 1970.
  9. Д. Б. Уизям.— В сб.: Нелинейная теория распространения волн. М., «Мир», 1970.
  10. Г. Ламб. Гидродинамика. М., Гостехиздат, 1947.
  11. Г. Нейман. Deutsches Hydragr. Zeit, 1952.
  12. Г. Майрлс.— В сб.: Ударные трубы. М., ИЛ, 1962.
  13. В. М. Гендулов. ФГВ, 1973, 9, 2.
  14. В. Ф. Комов, Я. К. Трошин. Докл. АН СССР, 1965, 162, 1.
- 

## СКОРОСТЬ ЗВУКА В УДАРНО-СЖАТЫХ ТВЕРДЫХ ТЕЛАХ. СПЛОШНОЕ ВЕЩЕСТВО

*A. П. Рыбаков*  
(Челябинск)

Недостаточность и трудоемкость получения экспериментальных значений скорости звука в ударно-сжатых конденсированных телах побуждают к попытке обобщения имеющихся сведений с целью получения зависимостей между плотностью, давлением и скоростью звука в состоянии на ударной адиабате, чтобы распространить эти зависимости на неисследованные области и материалы.

В [1] экспериментальные результаты для каждого металла обобщены следующим образом. Модуль изэнтропического сжатия  $K_s$  представлен в виде степенного ряда

$$K_s = \rho_0 c^e = \sum_{i=1}^n a_i (\delta - 1)^{i-1}, \quad (1)$$

где  $\rho_0$  — начальная плотность металла;  $c$  — скорость звука;  $\delta = \rho/\rho_0$  — сжатие.

Значения коэффициентов  $a_i$  при  $n=6$  для Al, Cu, Pb и Fe подобраны по экспериментальным данным. Это выражение для каждого из металлов описывает экспериментальные значения скорости звука с ошибкой в пределах 2%.

Автор работы [2] аппроксимировал экспериментальные данные внутри исследованного диапазона линейными соотношениями:

$$c = a\delta - b. \quad (2)$$

Здесь  $a$  и  $b$  — постоянные коэффициенты подобраны для каждого отдельного металла. Это соотношение не описывает начального участка при малых сжатиях ( $\delta \rightarrow 1$ ). Для исследованных диапазонов соотношение (2) в пределах 2—3% соответствует эксперименту (Al, Cu, Pb и Fe).

Другая попытка обобщения сделана в работе [3]. Результаты для Al, Cu, Pb и Fe описаны эмпирической формулой

$$\frac{\rho c^2}{\rho_0 c_0^2} = \left(1 + 7,5 \frac{p}{\rho_0 c_0^2}\right)^{0,73}. \quad (3)$$

Здесь  $p$ ,  $\rho$ ,  $c$  — давление, плотность и скорость звука для состояния на ударной адиабате. Индекс 0 означает принадлежность к начальному состоянию. Максимальное отклонение экспериментальных значений от рассчитанных по этой формуле составляет 9%. В [3] показано, что формулой (3) можно оценивать величину скорости звука у металлов, для которых нет экспериментальных данных.