

ЛИТЕРАТУРА

1. Petrie C. J. S., Denn M. M. Instabilities in polymer processing.— AIChE J., 1976, vol. 22, N 2.
2. Fisher R. J., Denn M. M. A theory of isothermal melt spinning and draw resonance.— AIChE J., 1976, vol. 22, N 2.
3. Ide Y., White J. L. Investigation of failure during elongational flow of polymer melts.— J. Non-Newton. Fluid Mech., 1977, vol. 2, N 3.
4. Hynn J. C. Theory of draw resonance. Pt I. Newtonian fluids. Pt II. Powerlaw and Maxwell fluids.— AIChE J., 1978, vol. 24, N 3.
5. Acierno D., La Mantia F. P. et al. Surface instabilities arising in drawing cylindrical specimens of low-density polyethylene melts.— J. Non-Newton. Fluid Mech., 1978, vol. 4, N 1—2.
6. White J. L., Ide Y. Instabilities and failure in elongational flow and melt spinning of fibers.— J. Appl. Polym. Sci., 1978, vol. 22, N 11.
7. Denn M. M. Continuous drawing of liquids to form fibers.— In: Annu. Rev. Fluid Mech. Vol. 12. N. Y., 1980.
8. Годунов С. К. Элементы механики сплошной среды. М.: Наука, 1978.
9. Астарита Дж., Марруччи Дж. Основы гидромеханики неильтоновских жидкостей. М.: Мир, 1978.

УДК 539.374 : 539.382

ДВУОСНАЯ НЕУСТАНОВИВШАЯСЯ ДЕФОРМАЦИЯ ПРЯМОЛИНЕЙНОЙ ПОЛОСЫ В СХЕМЕ СЖИМАЕМОЙ ВЯЗКОПЛАСТИЧЕСКОЙ СРЕДЫ

C. B. Сериков

(Челябинск)

Известны решения [1—3], описывающие растяжение вязкопластической прямолинейной полосы из несжимаемого материала с линейным полем скоростей. В названных работах построение решения математической модели осуществлялось без учета инерционных членов в уравнениях движения несжимаемой среды. Если теперь повторить математические выкладки для известного линейного поля скоростей, то с учетом инерционных членов придет к выводу, что пневматического решения не существует. Неустановившееся растяжение прямолинейной полосы в схеме несжимаемой среды с внутренней прочностью с нулевым касательным напряжением и с линейным полем скоростей не есть решение уравнений движения с учетом инерционных членов. Отметим, что в случае растяжения полосы в схеме несжимаемой идеальной жидкости такое решение существует [4].

В данной работе определяется точное решение математической модели неустановившейся деформации прямолинейной полосы при растяжении последней с линейным полем скоростей и с нулевым касательным напряжением в схеме сжимаемой вязкопластической среды. Выводятся аналитические зависимости по оценке времени разрушения полосы. Отмечается существование пика пластичности во аналогии с работами [5, 6].

1. Математическая модель. Компоненты тензора напряжений σ_{11} , σ_{12} , σ_{22} , составляющие вектора скорости v_1 , v_2 по осям прямоугольных координат на плоскости x_1 , x_2 , плотность непрерывной сжимаемой среды ρ определяются из решения следующих соотношений для произвольной замкнутой области:

уравнения движения среды вне поля внешних массовых сил

$$(1.1) \quad \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} = \rho(\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j});$$

уравнения неразрывности

$$(1.2) \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho v_i) = 0,$$

где повторяющиеся индексы i , $j = 1$, 2 предполагают суммирование; $t \geq 0$ — время.

Соотношения вязкопластического сжимаемого тела, согласно сформулированным гипотезам в работе [1], до предположения о несжимаемости среды в плоском случае имеют вид

$$(1.3) \quad \begin{aligned} \sigma_{11} &= \sigma + \mu \left(\frac{\partial v_1}{\partial x_1} - \frac{\partial v_2}{\partial x_2} \right) + \frac{\sigma_s}{2} \cos 2\varphi, \quad \sigma = \frac{1}{2} (\sigma_{11} + \sigma_{22}), \\ \sigma_{22} &= \sigma - \mu \left(\frac{\partial v_1}{\partial x_1} - \frac{\partial v_2}{\partial x_2} \right) - \frac{\sigma_s}{2} \cos 2\varphi, \\ \sigma_{12} &= \mu \left(\frac{\partial v_1}{\partial x_2} + \frac{\partial v_2}{\partial x_1} \right) + \frac{\sigma_s}{2} \sin 2\varphi, \\ \operatorname{tg} 2\varphi &= \left(\frac{\partial v_1}{\partial x_2} + \frac{\partial v_2}{\partial x_1} \right) / \left(\frac{\partial v_1}{\partial x_1} - \frac{\partial v_2}{\partial x_2} \right), \end{aligned}$$

где φ — угол между направлением, соответствующим наибольшему главному напряжению, и осью x_1 ; σ_s — динамический предел текучести; μ — динамический коэффициент вязкости. В случае несжимаемой среды система равенств (1.3) совпадает с известными соотношениями [2] для жестко-пластического тела ($\mu = 0$) и вязкой жидкости ($\sigma_s = 0$).

Предполагая рассматриваемое неустановившееся движение сжимаемой среды изэнтропическим, замыкающее уравнение состояния представим в виде заданной баротропной функции. Наиболее употребительная форма записи закона ударной сжимаемости для металлов, устанавливающая связь между средним давлением p и плотностью ρ , имеет вид (см., например, [7])

$$(1.4) \quad p = A [(\rho/\rho_0)^n - 1], \quad \sigma = -p,$$

где $A, n > 0$ — постоянные, определяемые опытным путем.

Пусть $F(t, x_1, x_2) = 0$ есть уравнение границы рассматриваемой области. На этой границе потребуем выполнения кинематического условия

$$(1.5) \quad \partial F / \partial t + v_i \partial F / \partial x_i = 0$$

и динамического

$$(1.6) \quad P_j = \sigma_{ij} n_i \quad (i, j = 1, 2),$$

где P_j — проекции напряжений, действующих на границе деформируемой области; n_i — направляющие косинусы внешней нормали к границе по отношению к координатным осям.

В начальный момент времени $t = 0$ задана область непрерывной сжимаемой среды со своей границей F_0 , начальное поле скоростей и плотность ρ_0 .

Система равенств (1.1)–(1.6) вместе с начальными данными и уравнением состояния определяет замкнутую математическую модель неустановившегося движения сжимаемой вязкопластической среды в области с переменной границей.

2. Растижение прямолинейной полосы. В дальнейшем предположим, что рассматриваемая область есть прямолинейная полоса, которая сохраняет свои границы прямыми на всем рассматриваемом промежутке времени движения. В этом случае уравнение границы примет вид $F(t, x_1, x_2) = \{x_i \pm a_i(t) = 0\}$, где для определенности $2a_1$ — длина, $2a_2$ — высота полосы. Рассмотрим растяжение полосы с нулевым касательным напряжением ($\sigma_{12} = 0$). Сформулируем также следующее предположение: в процессе неустановившейся деформации сжимаемой вязкопластической среды в рассматриваемой области плотность однородна и является функцией только времени $\rho = \rho(t)$.

Из (1.3) вследствие $\sigma_{12} = 0$ следует, что

$$(2.1) \quad \partial v_1 / \partial x_2 + \partial v_2 / \partial x_1 = 0.$$

Рассмотрим достаточно гладкую функцию тока $\psi(t, x_1, x_2)$, которая определяется по формулам

$$(2.2) \quad v_1 = \partial \psi / \partial x_1, \quad v_2 = -\partial \psi / \partial x_2,$$

отсюда (2.1) выполняется тождественно.

Принимая во внимание (2.2) и то, что плотность среды есть функция только времени, получим из (1.2), (1.3) соответственно

$$(2.3) \quad \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_1^2} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_2^2} = -\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt};$$

$$(2.4) \quad \sigma_{11} = \sigma + \mu \Delta \psi + \sigma_s/2, \quad \Delta \psi = \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_2^2},$$

$$\sigma_{22} = \sigma - \mu \Delta \psi - \sigma_s/2, \quad \sigma = \sigma(t), \quad \sigma_{12} = 0.$$

Подставив (2.4) в (1.1), вследствие (2.2) получим два нелинейных дифференциальных уравнения относительно функции тока. Дифференцируя первое уравнение по переменной x_2 , а второе по x_1 и суммируя результат, приходим к уравнению

$$\partial^2(\Delta \psi)/(\partial x_1 \partial x_2) = 0.$$

Последнее можно представить в виде

$$(2.5) \quad \Delta \psi = C_1(t, x_1) + C_2(t, x_2),$$

где $C_1(t, x_1)$, $C_2(t, x_2)$ — неизвестные функции своих аргументов.

Из кинематического условия (1.5), (2.2) имеем на границе соотношения

$$(2.6) \quad \partial \psi / \partial x_1 = \dot{a}_1 \text{ при } x_1 = a_1, \quad -\partial \psi / \partial x_2 = \dot{a}_2 \text{ при } x_2 = a_2.$$

Здесь и ниже точка над величинами соответствует дифференцированию по времени.

Как следует из (1.1) и (2.2)–(2.6), одно из нетривиальных решений для вязкопластической полосы есть растяжение последней с линейным полем скоростей. В этом случае для функции тока имеем

$$(2.7) \quad \psi(t, x_1, x_2) = \frac{1}{2} [c_1(t) x_1^2 + c_2(t) x_2^2],$$

отсюда вследствие (2.3), (2.6) получим

$$(2.8) \quad c_2 - c_1 = \dot{\rho}/\rho, \quad a_i = a_{i0} \exp\left(\pm \int_0^t c_i(\tau) d\tau\right).$$

После подстановки (2.4), (2.7) в (1.1) получим для функций времени $c_i(t)$ равенства

$$\dot{c}_1 + c_1^2 = 0, \quad \dot{c}_2 - c_2^2 = 0,$$

решения которых имеют вид

$$(2.9) \quad c_1 = c_{10}(1 + c_{10}t)^{-1}, \quad c_2 = c_{20}(1 - c_{20}t)^{-1}.$$

Согласно (2.8), (2.9), функциональные зависимости по времени относительно плотности и закона изменения границ полосы выражаются формулами

$$(2.10) \quad \rho = \rho_0/(1 + c_{10}t)(1 - c_{20}t);$$

$$(2.11) \quad a_1 = a_{10}(1 + c_{10}t), \quad a_2 = a_{20}(1 - c_{20}t),$$

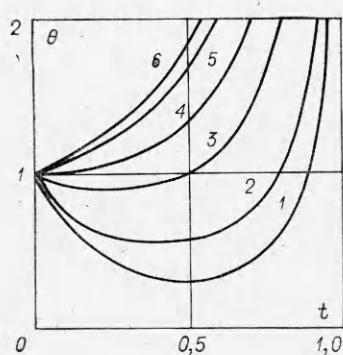
где $c_{10} \geq 0$, $c_{20} \geq 0$ — постоянные с размерностью $1/c$, определяющие градиент скорости деформирования границ.

В дальнейшем введем безразмерные переменные и параметры через соотношения

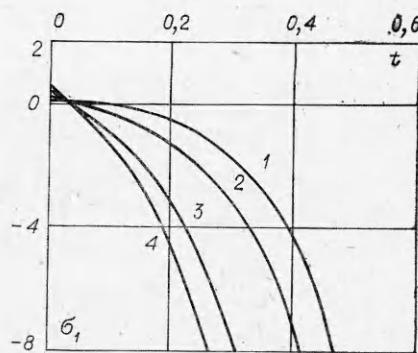
$$(2.12) \quad \sigma_i = \sigma_{ii}/\rho_0 V_{10}^2, \quad \bar{\sigma}_s = \sigma_s/\rho_0 V_{10}^2, \quad \bar{A} = A/\rho_0 V_{10}^2,$$

$$v = \mu/\rho_0 V_{10} a_{10}, \quad \theta = \rho/\rho_0, \quad \tilde{t} = c_{20} t, \quad \gamma = c_{10}/c_{20}, \quad c_{20} > 0,$$

где $V_{10} = c_{10} a_{10}$ — скорость растяжения полосы по горизонтали в началь-



Фиг. 1



Фиг. 2

ный момент времени. Чертка над безразмерными величинами ниже опускается. Тогда из (1.4), (2.4) и (2.10) вследствие (2.9), (2.12) имеем

$$(2.13) \quad \theta = [(1 + \gamma t)(1 - t)]^{-1};$$

$$(2.14) \quad \sigma_1 = -A(\theta^n - 1) + v\theta(1 + \gamma^{-1}) + \sigma_s/2,$$

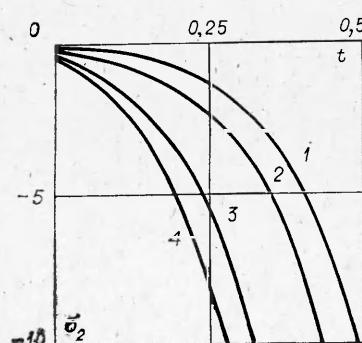
$$\sigma_2 = -A(\theta^n - 1) - v\theta(1 + \gamma^{-1}) - \sigma_s/2.$$

В момент времени $t = 1$ высота полосы нулевая, а плотность обращается в бесконечность. Физический смысл формул (2.13)–(2.14) имеет на отрезке времени $t \in [0, 1]$. При этом отметим, что функциональная зависимость (2.13) имеет экстремум: при $\gamma > 1$ получим из (2.13) $\theta_{\min} = 4/(2 + \gamma + \gamma^{-1})$ при $t = (\gamma - 1)/2\gamma$. В случае $\gamma \in [0, 1]$ плотность полосы монотонно увеличивается на всем отрезке времени $t \in [0, 1]$. На фиг. 1 по формуле (2.13) представлен численный расчет изменения плотности материала полосы от времени для различных значений $\gamma > 0$. Кривые 1–6 на фиг. 1 соответствуют $\gamma = 10; 5; 2; 1; 0,4; 0,2$. Из (2.14), в частности, следует, что при $\gamma > 1$ компоненты напряжений σ_i в полосе и на границе последней имеют экстремальные значения на отрезке времени $t \in [0, 1]$, когда исходные параметры A, v, σ_s фиксированы.

Реальные металлы под действием взрывных нагрузок увеличивают свою плотность. Уравнение (1.4) получено для металлов в предположении $\theta > 1$ при $t > 0$. Чтобы сказанное выполнялось для рассматриваемой прямолинейной полосы, необходимо потребовать на начальный параметр γ интервал изменения $\gamma \in (0, 1]$. В этом случае плотность и напряжения монотонно увеличиваются в процессе растяжения полосы, как следует из (2.13), (2.14). На фиг. 2, 3 представлен численный расчет по формулам (2.14) изменения напряжений σ_i в полосе от времени при фиксированных параметрах $A = 2,74$, $n = 5,5$, $v = 0,05$, $\sigma_s = 0,04$. Цифры 1–4 на графиках соответствуют $\gamma = 1; 0,8; 0,4; 0,2$. Безразмерные параметры получены, согласно (2.12), для полосы из стали, которая растягивается при

следующих значениях размерных величин:
 $\sigma_s = 0,34$ ГПа, $\rho_0 = 7,85 \cdot 10^3$ кг/м³, $a_{10} = 0,1$ м, $a_{20} = 0,01$ м, $V_{10} = 1000$ м/с, $\mu = 4 \cdot 10^4$ кг/(м·с), $A = 21,5$ ГПа, $n = 5,5$. Два последних параметра из (1.4) получены для стали, согласно [7], в диапазоне давлений 0–100 ГПа. Динамический коэффициент вязкости для низкоуглеродистых сталей выписан из [8].

Графики на фиг. 2, 3 показывают на однородность поля сжимающих напряжений в полосе при $t > 0$, интенсивность которых увеличивается во времени. Для оценки граничных нагрузок P_i ($i = 1, 2$) из (1.6) имеем соотношения $\sigma_1 = -P_1$, $\sigma_2 = -P_2$.



Фиг. 3

Следовательно, получено точное решение задачи о неустановившемся движении прямолинейной полосы в схеме сжимаемой вязкопластической среды. Полоса с линейным полем скоростей растягивается с постоянной скоростью однородными нагрузками на границах. Решение получено в предположении отсутствия касательного напряжения в полосе. При этом плотность среды является функцией только времени.

3. Разрушение полосы. Рассмотрим полученное выше решение для полосы в случае разрушения последней при растяжении. Для полного разрушения твердого тела по рассматриваемому сечению должны быть выполнены [9]: временный критерий подготовки тела к разрушению и интегральный временной критерий полного смыкания трещин, основывающийся на уравнении нестационарного роста трещины. При этом освобождающаяся энергия растяжения полосы расходуется на развитие трещины. Динамический критерий смыкания трещин и полного разрушения сводится к интегральному соотношению [6], которое для прямолинейной полосы примет вид

$$(3.1) \quad \int_0^{t_*} c q a_1 dt = \frac{\alpha a_{2*}}{1 - k} \ln(1/S_0), \quad a_{2*} = a_{20}(1 - c_{20} t_*),$$

где t_* — время разрушения; q — плотность энергии, высвобождаемой звуковой волной; c — скорость звука; α — работа образования единицы площади трещины; k — усредненный по времени коэффициент отражения потока энергии акустической волны; S_0 — начальная доля площади рассматриваемого сечения тела, перекрытая трещинами. Эффективная энергия динамического разрушения $\alpha_* = (\alpha \ln S_0)/(k - 1)$ определяется из эксперимента.

Согласно [10], оценка плотности энергии для плоской деформации осуществляется формулой

$$(3.2) \quad q = T^2 (1 - v_0^2)/2E,$$

где T — интенсивность напряжений; v_0 — коэффициент Пуассона; E — модуль Юнга. Вернемся к безразмерным величинам согласно (2.12). Обозначим

$$(3.3) \quad T_1 = T/\rho_0 V_{10}^2, \quad \tau_* = c_{20} t_*,$$

тогда из (3.1)–(3.3) получим

$$(3.4) \quad \int_0^{\tau_*} T_1^2(t)(1 + \gamma t) dt = 2\beta(1 - \tau_*)/\gamma, \quad \beta = \frac{\alpha_* E a_{20}}{(1 - v_0^2) c a_{10}^2 \rho_0^2 V_{10}^3}$$

В случае плоской деформации полосы, где имеют место напряжения $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3 = (1/2)(\sigma_1 + \sigma_2)$, а касательные напряжения нулевые, получим из (2.14) для инварианта интенсивности напряжений формулу

$$(3.5) \quad T_1 = \sigma_s/2 + v(1 + \gamma^{-1})\theta.$$

После подстановки (3.5) в (3.4) и интегрирования получим

$$(3.6) \quad \gamma \sigma_s^2 \tau_* (2 + \gamma \tau_*)/8 - v \sigma_s (1 + \gamma) \ln(1 - \tau_*) + v^2 \left[\frac{\tau_* (1 + \gamma^{-1})}{1 - \tau_*} + \ln \frac{(1 + \gamma \tau_*)}{(1 - \tau_*)} \right] = 2\beta(1 - \tau_*).$$

С точностью до первого порядка малости относительно $\tau_* \ll 1$ из (3.6) имеем для времени разрушения полосы простое соотношение

$$(3.7) \quad \tau_* = 2\beta/(2\beta + \gamma [\sigma_s/2 + v(1 + \gamma^{-1})]^2).$$

Анализируя формулу (3.7) относительно параметра $\gamma \in (0, 1]$, замечаем, что τ_* имеет максимум

$$(3.8) \quad \tau_{\max} = \beta/[\beta + v(\sigma_s + 2v)] \text{ при } \gamma = v/(\sigma_s/2 + v).$$

Эта особенность динамического поведения вязкопластических сред впервые получена и интерпретирована опытными данными в случае взрывной деформации труб в [5]. В [6] показано существование динамического пика пластичности при растяжении вязкопластического стержня в нульмерной постановке. Таким образом, соотношения (3.7), (3.8) подтверждают вывод, сформулированный в [5], что динамический пик пластичности имеет общую природу при разрушении оболочек и простейших конструкций, изготовленных из вязкопластических материалов.

В качестве примера сделаем расчет времени разрушения стальной полосы при следующих размерных параметрах: $\sigma_s = 0,34 \text{ ГПа}$, $\mu = 4 \cdot 10^4 \text{ кг}/(\text{м} \cdot \text{с})$, $\rho_0 = 7,85 \cdot 10^3 \text{ кг}/\text{м}^3$, $V_{10} = 1000 \text{ м}/\text{с}$, $a_{10} = 0,10$, $a_{20} = 0,01$, $E = 200 \text{ ГПа}$, $\alpha_* = 2 \cdot 10^5 \text{ кг}/\text{с}^2$, $A = 21,5 \text{ ГПа}$, $n = 5,5$, $v_0 = 0,3$. Скорость звука в полосе оценивается, согласно (1.4), по формуле $c^2 = dp/d\rho$ при $\rho = \rho_0$. Отсюда $c^2 = A n / \rho_0$, или $c = 3873 \text{ м}/\text{с}$. Переходя к безразмерным величинам, согласно (2.12), (3.3), получим из (3.8) (3.9) $\tau_{\max} = 0,72$ при $\gamma = 0,71$, $\beta = 0,18 \cdot 10^{-3}$. Принимая во внимание $c_{10}/c_{20} = 0,71$, $t_{\max} = \tau_{\max}/c_{20}$, где $c_{10} = 10^4 \text{ 1}/\text{с}$, имеем из (3.9) максимальное время разрушения полосы в размерном виде $t_{\max} = 51 \text{ мкс}$.

4. Диссиликативная функция. Введем в рассмотрение скорость диссиликатии механической энергии в единице объема W . Известно [11], что при реальной деформации произвольной области непрерывной среды диссиликативная функция положительна всюду в области. Рассмотрим W для полученного выше решения. Из (2.2), (2.4) имеем

$$W = \sigma_{11} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_1^2} - \sigma_{22} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_2^2}.$$

Принимая во внимание (2.7), (2.12)–(2.14), получим в безразмерном виде (4.1)

$$(4.1) \quad W = A(\theta^n - 1)\dot{\theta}/\theta + (1 + \gamma^{-1})\theta[v(1 + \gamma^{-1})\dot{\theta} + \sigma_s/2].$$

Из анализа последнего выражения при $n > 0$ следует, что $W \geqslant 0$ всюду в полосе, когда $t \in [0, 1]$, $\gamma \in (0, 1]$. В случае $\gamma > 1$ это утверждение неочевидно. Рассмотрим первое слагаемое из (4.1). Учитывая равенства

$$\theta^n - 1 = (\theta - 1)(\theta^{n-1} + \theta^{n-2} + \dots + 1), \quad \dot{\theta}/\theta = c_2 - c_1,$$

приходим к следующей оценке знака: $(\theta^n - 1)\dot{\theta}/\theta \geqslant 0$ при $t \in [0, (1/2)(1 - \gamma^{-1})]$ и $t \in [(1 - \gamma^{-1}), 1]$. В промежуточном интервале $t \in ((1/2)(1 - \gamma^{-1}), 1 - \gamma^{-1})$ рассматриваемое выражение отрицательно. В этом случае общая оценка знака W зависит от соотношения двух слагаемых в (4.1). Важно отметить, что на начальном этапе деформации вязкопластической полосы диссиликативная функция положительна для любого $\gamma > 0$.

Поступила 7 IV 1981

ЛИТЕРАТУРА

1. Ильюшин А. А. Деформация вязкопластического тела.— Учен. зап. МГУ. Механика, 1940, вып. 39.
2. Ишилинский А. Ю. Об устойчивости вязкопластического течения полосы и круглого прута.— ПММ, 1943, т. 7, № 2.
3. Дель Г. Д. Устойчивость двусостного растяжения листа из вязкопластического материала.— В кн.: Механика деформированных тел и конструкций. М.: Машиностроение, 1975.
4. Кузнецов В. М., Шер Е. И. Об устойчивости течения идеальной жидкости в полосе и кольце.— ПМТФ, 1964, № 2.
5. Иванов А. Г. Особенности взрывной деформации и разрушения труб.— Проблемы прочности, 1976, № 11.
6. Фадеенко Ю. И. Временные критерии разрушения в динамике твердого тела.— В кн.: Динамика сплошной среды. Новосибирск: изд. Ин-та гидродинамики СО АН СССР, 1977, вып. 32.
7. Баум О. А., Орленко Л. П. и др. Физика взрыва. М.: Наука, 1975.

8. Годунов С. К., Дерибас А. А. и др. Исследование вязкости металлов при высокоскоростных соударениях.— ФГВ, 1971, т. 7, № 1.
 9. Фадеенко Ю. И. Временные критерии разрушения взрывом.— ПМТФ, 1977, № 6.
 10. Черепанов Г. П. Механика хрупкого разрушения. М.: Наука, 1974.
 11. Ивлев Д. Д. Теория идеальной пластичности. М.: Наука, 1966.
-

УДК 539.4; 539.376

ИССЛЕДОВАНИЕ ПОВРЕЖДЕННОСТИ МАТЕРИАЛА ПРИ ПОЛЗУЧЕСТИ И ДЛИТЕЛЬНОЙ ПРОЧНОСТИ

• A. M. Локощенко

(Москва)

В рамках механики сплошной среды для описания процессов ползучести металлов часто исходят из предложенной в [1] концепции механического уравнения состояния с системой кинетических уравнений для определения параметров q_i , характеризующих рассматриваемое состояние:

$$(1) \quad \dot{p} = p(\sigma, T, q_1, q_2, \dots, q_n);$$

$$(2) \quad dq_j = a_j d\sigma + b_j dT + c_j dt, \quad j = 1, 2, \dots, n.$$

Согласно (1), скорость ползучести определяется напряжением σ , температурой T и некоторым числом структурных параметров q_j . Уравнения (2) представляют собой в общем случае неинтегрируемые кинетические соотношения для описания изменения параметров q_j , которое в свою очередь характеризует изменение структуры материала (a_j, b_j, c_j — некоторые функции от σ, T, t , а также от q_j). Для того чтобы описать хотя бы некоторые качественные особенности длительной прочности металлов, для простоты чаще всего вводят один структурный параметр ω и принимают его за некоторую меру поврежденности материала. При решении задач ползучести и длительной прочности обычно либо физический смысл параметра ω не конкретизируется, либо под ω понимается относительная часть поврежденного в результате ползучести сечения образцов. Под временем разрушения $t = t^*$ часто понимают время, при котором поврежденность достигает единицы ($\omega^* = \omega(t^*) = 1$). В данной работе приведены результаты экспериментального исследования $\omega(t)$; показано, что $\omega^* < 1$, причем зависимость ω^* от напряжения носит монотонно убывающий характер; получено аналитическое описание этого эффекта.

Испытания образцов проведены в условиях действия постоянной растягивающей силы при температуре $T = 400^\circ\text{C}$. Все образцы изготовлены из одного медного стержня марки МЗ. Всего изготовлен 21 образец: 12 образцов I серии (с постоянным поперечным сечением) и 9 образцов II серии (с кусочно-постоянным сечением). Все образцы перед испытаниями были подвергнуты одновременному отжигу в вакууме ($1,3 \cdot 10^{-3}$ Па) в течение 2 ч при температуре 800°C и последующему охлаждению с печью. Под σ_0 всюду ниже понимается условное напряжение, равное отношению растягивающей силы к площади недеформированного сечения. Рассматриваемый материал при $T = 400^\circ\text{C}$ характеризуется существенной нелинейностью мгновенных свойств, предел текучести $\sigma_{0s} \approx 30$ МПа, предел прочности $\sigma_{0b} = 120$ МПа. Испытания проводились при напряжениях $\sigma_0 = 40, 50, 60, 70$ МПа.

Образцы I серии (с рабочей длиной 50 мм и начальным диаметром от 4,27 до 5,65 мм) испытывались на установке ИМех-5, укомплектованной щитом управления для автоматического регулирования и записи температуры по термопаре, установленной на образце. Температура поддерживалась постоянной с точностью $\pm 3^\circ\text{C}$. В табл. 1 приведены результаты испытаний этих образцов (римские цифры в скобках — серия образца).