

УДК 532.516.5:518.12
DOI: 10.15372/PMTF202415513

ЗАВИСИМОСТЬ ОТ РАЗМЕРА НАГРЕВАТЕЛЯ ТЕПЛООБМЕНА В ИСПАРЯЮЩЕЙСЯ ПЛЕНКЕ ЖИДКОСТИ В МИКРОКАНАЛЕ

В. В. Кузнецов

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск, Россия
E-mail: qznetsov2013@yandex.ru

На основе разработанной трехмерной нестационарной модели движения проведены расчеты теплообмена в движущейся по дну микроканала жидкой пленке. Жидкость движется под действием спутного потока газа в канале, на дне которого расположен квадратный нагреватель. При этом учитывалось действие всех основных физических факторов при их взаимодействии: диффузионный и конвективный теплопереносы, зависимость свойств жидкости от температуры, термокапиллярный эффект, появление и эволюция поверхностных деформаций, испарение и конденсация жидкости. Установлено, что размер нагревателя существенно влияет на поля температуры и поверхностные деформации, а также на значение температурных экстремумов. Выведена формула для расчета наибольшего достигаемого на подложке превышения среднего значения температуры.

Ключевые слова: моделирование теплообмена, тонкие пленки, численные расчеты, поверхностные деформации, термокапиллярный эффект

Введение. Изучение динамики тонких пленок жидкости при локальном нагреве подложки является в настоящее время актуальной и одной из сложнейших задач в теплофизике, поскольку непосредственно связано с проблемой охлаждения микроэлектронного оборудования [1]. Современные микропроцессоры представляют собой поверхность, состоящую из зон с неоднородным тепловыделением [2]. Форма этих зон часто близка к прямоугольной [3], а размер может составлять от нескольких микрометров до нескольких сантиметров. Существует ряд подходов к решению задач теплоотвода от точечных горячих зон. Одним из перспективных методов отвода больших тепловых потоков от электронного оборудования являются технологии, использующие тонкие слои жидкости, движущиеся по подложке, содержащей зоны тепловыделения.

В случаях, когда затруднительно обеспечить стекание жидкости по подложке (например, в условиях слабой гравитации), применяется движение двухфазных потоков в каналах, в которых поток газа вызывает движение жидкости. Характерная высота рассматриваемых каналов варьируется от 50 до 2000 мкм. При этом движение газа и жидкости, как правило, имеет ламинарный характер. Основными рабочими жидкостями для таких систем охлаждения являются вода и диэлектрическая жидкость FC-72.

В работе [1] изложены результаты экспериментальных исследований тепломассообмена при течениях в микроканалах. В [4] изучена задача о трехмерном стационарном ползущем течении двух несмешивающихся жидкостей в канале с твердыми параллельными стенками, на одной из которых поддерживается заданное распределение температуры,

а другая является теплоизолированной. Динамика тонкой диэлектрической пленки жидкости на поверхности электрода в окружающем газе под действием неоднородного электрического поля исследована в [5]. Важной особенностью двухфазных течений в микроканале является наличие процессов испарения и конденсации, которые существенно влияют на перераспределение тепла в средах. В работе [6] представлены результаты экспериментальных исследований межфазного движения и конвекции в горизонтальном слое жидкости, испаряющейся с локализованной поверхности в поток газа. Теоретические и экспериментальные исследования течений при наличии испарения проведены в работе [7].

Следует отметить обзор [8], в котором представлены теоретические основы математического моделирования конвективных течений с испарением и актуальные направления их исследований. Основное внимание уделено моделям, построенным в рамках механики сплошных сред, сравнению различных постановок соответствующих задач, в том числе формулировок граничных условий на межфазных границах.

В работе [9] разработаны математическая модель и алгоритм численного расчета полей скорости и температуры, а также эволюции поверхностных возмущений тонкой жидкой пленки, движущейся под действием спутного потока газа по плоской наклонной подложке при наличии на подложке локализованных нагревателей. В модели, описывающей нестационарные трехмерные течения, учтено действие всех основных физических факторов при их взаимодействии: диффузионного и конвективного теплопереносов, зависимости вязкости жидкости от температуры, термокапиллярного эффекта, деформаций поверхности. В данной работе на основе этой модели проведено исследование зависимости теплообмена в движущейся пленке от размера квадратного нагревателя, в случае если его суммарная мощность фиксированна. Выведена аналитическая формула для расчета наибольшего достигаемого на подложке превышения среднего значения температуры — важного параметра для систем охлаждения электронных устройств. Полученная формула позволяет прогнозировать значение этого параметра для нагревателей разных размеров, в случае если известно его значение для одного размера нагревателя.

1. Постановка задачи. Процессы переноса в жидкости и газе описываются уравнениями Навье — Стокса

$$\rho[\mathbf{v}_t + (\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{v}] = -\nabla p + \rho\mathbf{g} + \operatorname{div}(\mu\mathbf{W}); \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0; \quad (2)$$

$$\rho_g[\mathbf{v}_{gt} + (\mathbf{v}_g \cdot \nabla)\mathbf{v}_g] = -\nabla p_g + \rho_g\mathbf{g} + 2\operatorname{div}(\mu_g\mathbf{W}_g); \quad (3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{v}_g = 0, \quad (4)$$

уравнениями энергии

$$\rho c_p[T_t + (\mathbf{v} \cdot \nabla)T] = \kappa \Delta T; \quad (5)$$

$$\rho_g c_{pg}[T_{gt} + (\mathbf{v}_g \cdot \nabla)T_g] = \kappa_g \Delta T_g \quad (6)$$

и уравнением диффузии

$$C_t + (\mathbf{v}_g \cdot \nabla)C = D \Delta C. \quad (7)$$

В начальный момент времени полагаются справедливыми условия

$$H = H_0, \quad \mathbf{v}, \mathbf{v}_g = \mathbf{v}_0, \mathbf{v}_{g0}, \quad T = T_0, \quad T_g = T_{g0}, \quad C = C_0. \quad (8)$$

На верхней стенке канала, которая считается адиабатической и непроницаемой, задаются условия

$$\mathbf{v}_g = 0, \quad \frac{\partial T_g}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial C}{\partial z} = 0. \quad (9)$$

На дне микроканала выполнены условия прилипания и задан тепловой поток от нагревателя:

$$\mathbf{v} = 0, \quad \kappa \frac{\partial T}{\partial z} = -q(t, x, y). \quad (10)$$

На границе раздела газ — жидкость считаются справедливыми условие прилипания для касательной составляющей вектора скорости

$$\mathbf{v} - \mathbf{n}(\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) = \mathbf{v}_g - \mathbf{n}(\mathbf{v}_g \cdot \mathbf{n}), \quad (11)$$

общий закон сохранения массы

$$\rho(\mathbf{v} \cdot \mathbf{n} - V_n) = \rho_g(\mathbf{v}_g \cdot \mathbf{n} - V_n) \quad (12)$$

и закон сохранения массы жидкости

$$(1 - C)\rho_g(\mathbf{v}_g \cdot \mathbf{n} - V_n) = -D\mathbf{n} \cdot \nabla(C\rho_g), \quad (13)$$

динамическое условие с учетом давления испарившегося вещества на жидкость

$$(P - P_g) \cdot \mathbf{n} = 2\sigma K\mathbf{n} + \nabla_\Gamma \sigma + \rho_g(\mathbf{v}_g \cdot \mathbf{n} - V_n)^2(\rho_g/\rho - 1)\mathbf{n}, \quad (14)$$

а также условие непрерывности энергетических потоков

$$\kappa \frac{\partial T}{\partial n} - \kappa_g \frac{\partial T_g}{\partial n} = \frac{\rho_g \lambda D}{1 - C} \frac{\partial C}{\partial n} \quad (15)$$

и условие локального термодинамического равновесия

$$T = T_g, \quad C = C_*(T). \quad (16)$$

В (1)–(16) H — толщина пленки; \mathbf{v} , \mathbf{v}_g — скорости жидкости и газа; p , p_g — гидродинамические давления в жидкости и газе; T , T_g — температура жидкости и газа; κ , κ_g — теплопроводность жидкости и газа; c_p , c_{pg} — удельная теплоемкость жидкости и газа; μ , μ_g — динамическая вязкость жидкости и газа; ρ , ρ_g — плотность жидкости и газа; C — массовая доля пара в газовой фазе; \mathbf{g} — ускорение свободного падения; D — коэффициент диффузии; $C_* = C_0 + C_T(T - T_0) + C_{TT}(T - T_0)^2/2$ — концентрация пара, соответствующая давлению насыщенного пара при температуре T ; C_0 , C_T , C_{TT} — положительные константы; T_0 — постоянная температура жидкости, газа и стенок канала (за исключением зоны нагревателя); $q(t, x, y)$ — заданная на поверхности нагревателя плотность теплового потока; K — кривизна поверхности раздела; $\nabla_\Gamma = \nabla - \mathbf{n}(\mathbf{n} \cdot \nabla)$ — поверхностный градиент; $\mu = (\mu_0 + \mu_T(T - T_0) + \mu_{TT}(T - T_0)^2/2)^{-1}$ — динамическая вязкость жидкости; $\sigma = \sigma_0 - \sigma_T(T - T_0) + \sigma_{TT}(T - T_0)^2/2$ — коэффициент поверхностного натяжения; μ_0 , μ_T , μ_{TT} и σ_0 , σ_T , σ_{TT} — положительные константы; $P = -pI + 2\mu W$, $P_g = -p_gI + 2\mu_g W_g$ — тензоры напряжений в жидкости и газе; \mathbf{n} — вектор нормали; λ — теплота испарения; W , W_g — тензоры скоростей деформаций в жидкости и газе.

2. Замена переменных, приближение тонкого слоя. Пусть u , v , w и u_g , v_g , w_g — проекции векторов скорости \mathbf{v} , \mathbf{v}_g жидкости и газа на оси x , y , z соответственно. При этом плоскость xy совпадает с дном канала, ось x направлена вдоль потока. Стенки канала расположены горизонтально, а сила тяжести перпендикулярна им. В задаче выполняется замена переменных следующего вида:

— в области, занимаемой жидкостью,

$$\xi = z/H, \quad u^1 = uH, \quad v^1 = vH, \quad w^1 = w - u\xi H_x - v\xi H_y;$$

— в области, занимаемой газом,

$$z = \frac{H_c - H}{\omega - 1} \eta + \frac{H\omega - H_c}{\omega - 1}, \quad u_g^1 = \frac{H_c - H}{\omega - 1} u_g,$$

$$v_g^1 = \frac{H_c - H}{\omega - 1} v_g, \quad w_g^1 = w_g - \frac{H_c - z}{H_c - H} H_x u_g - \frac{H_c - z}{H_c - H} H_y v_g.$$

Уравнения с граничными условиями записываются для слоя $\xi \in (0, 1)$, $\eta \in (1, \omega)$; $-\infty < x, y < \infty$. Здесь $\omega = H_c/H_0$; H_c — высота канала; H_0 — толщина невозмущенной пленки на большом расстоянии вверх по потоку. При такой замене переменных сохраняется вид уравнений неразрывности, при этом кинематические условия на свободной поверхности пленки упрощаются. Каждая из переменных ξ , η используется в своей области, поэтому их можно обозначить одной буквой ξ .

Масштабы размерных величин: скорости жидкости, характерной длины, перепада температуры зададим следующим образом:

$$U = \frac{\mu_0}{\rho H_0}, \quad l = \left(\frac{\sigma_0 H_0^2}{\rho U^2} \right)^{1/3}, \quad [T] = \frac{Q_0 H_0}{\varkappa S_0}.$$

Здесь Q_0 — суммарный тепловой поток от нагревателя; S_0 — площадь нагревателя. Введем следующие безразмерные переменные:

$$t = l\bar{t}/U, \quad x = l\bar{x}, \quad y = l\bar{y}, \quad H = hH_0, \quad u^1 = UH_0\bar{u}, \quad u_g^1 = UH_0\bar{u}_g,$$

$$v^1 = UH_0\bar{v}, \quad v_g^1 = UH_0\bar{v}_g, \quad w^1 = \varepsilon U\bar{w}, \quad w_g^1 = \varepsilon U\bar{w}_g,$$

$$T = T_0 + [T]\theta, \quad T_g = T_0 + [T]\theta_g, \quad T_1 = T_0 + [T]\theta_1, \quad T_2 = T_0 + [T]\theta_2,$$

$$p = p_0 - fl\bar{x} + \sigma_0 H_0 \bar{p}/l^2 + \rho g H_0 \xi, \quad p_g = p_0 - fl\bar{x} + \sigma_0 H_0 \bar{p}_g/l^2, \quad \mu = \mu_0 \bar{\mu}, \quad \mu_g = \mu_{0g} \bar{\mu}_g$$

(f — градиент давления вдоль потока).

Будем считать, что имеет место приближение тонкого слоя, при котором $\varepsilon = H_0/l \ll 1$. Тогда, используя приведенные выше обозначения и пренебрегая младшими по степеням ε членами, задачу (1)–(7) с условиями (8)–(16) можно записать в безразмерном виде с использованием безразмерных критериев подобия и отношений материальных постоянных k_1 , k_2 , k_3 :

$$A = \frac{gH_0^2}{U^2 l}, \quad \text{Ma} = \frac{\sigma_T [T] H_0^2}{\mu_0 U l}, \quad L = \frac{\lambda D \rho_g}{\varkappa [T]},$$

$$S = \frac{\mu_0 H_0}{D \rho}, \quad S_g = \frac{\mu_{0g} H_0}{D \rho_g}, \quad E = \frac{f H_0^2}{\mu_0 U}, \quad R = \frac{D l}{H_0^2 U}, \quad D = \frac{c_p \mu_0 H_0}{l \varkappa},$$

$$D_g = \frac{c_{pg} \mu_{0g} H_0}{\varkappa_g}, \quad k_1 = \frac{\mu_{0g}}{\mu_0}, \quad k_2 = \frac{\varkappa_g}{\varkappa}, \quad k_3 = \frac{\rho_g}{\rho}.$$

Здесь число A характеризует гидростатическую составляющую градиента давления; Ma — число Марангони, характеризующее термокапиллярные силы, действующие на поверхности неоднородно нагретой пленки; число испарения L характеризует величину потери тепла при испарении, число R — потерю массы при испарении; число E характеризует продольный градиент давления. Кроме того, в число безразмерных коэффициентов задачи входит определенная выше величина ω . В теории тонких пленок параметрами, характеризующими интенсивность течений в жидкости и газе, являются числа Рейнольдса $\text{Re} = Q\rho/\mu_0$, $\text{Re}_g = Q_g \rho_g/\mu_{0g}$ (Q , Q_g — расходы жидкостного и газового потоков). Зная решение невозмущенной задачи с прямолинейными линиями тока, можно установить связь

чисел Рейнольдса с другими параметрами. Из четырех постоянных Re , Re_g , E , ω две должны быть заданы (обычно задаются числа Рейнольдса), а две другие вычисляются с помощью соотношений

$$\begin{aligned} 12 Re (\omega - 1 + k_1) &= 3E(\omega - 1)^2 + 4(E + C)(\omega - 1) + k_1(E + C), \\ 12k_1^2 k_3 Re_g (\omega - 1 + k_1) &= E(\omega - 1)^2 + 3k_1(E\omega + C) + k_1 E(\omega - 1). \end{aligned}$$

Начальные данные задачи, такие как начальная толщина пленки, касательное напряжение и скачок давления, находятся из точного решения задачи об изотермическом совместном течении газа и жидкости с прямолинейными линиями тока в отсутствие возмущений. При этом давление в газе имеет постоянный градиент в продольном направлении, т. е. $p_g = p_0 - fx$. После ряда упрощений решение задачи сводится к решению пяти уравнений для толщины пленки $h(t, x, y)$, давления в газе $p_g(t, x, y)$, температуры в жидкости и газе $\theta(t, x, y, \xi)$, $\theta_g(t, x, y, \xi)$ и концентрации пара в газе $C(t, x, y, \xi)$. Здесь и далее черта над безразмерными переменными опускается.

Уравнения для вычисления температуры жидкости и газа, а также концентрации пара принимают вид

$$\begin{aligned} hD(h\theta_t - h_t\xi\theta_\xi + u\theta_x + v\theta_y + w\theta_z) &= \varepsilon^2 h^2(\theta_{xx} + \theta_{yy}) + \\ &+ (1 + \varepsilon^2 \xi^2(h_x^2 + h_y^2))\theta_{\xi\xi} - 2\varepsilon^2 h(h_x\theta_{x\xi} + h_y\theta_{y\xi})\xi + \\ &+ 2\varepsilon^2 \xi^2(h_x^2 + h_y^2)\theta_\xi - \varepsilon^2 \xi h(h_{xx} + h_{yy})\theta_\xi, \quad \xi \in (0, 1); \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \frac{\omega - h}{\omega - 1} D_g \left(\frac{\omega - h}{\omega - 1} \theta_{gt} - h_t \frac{\omega - \xi}{\omega - 1} \theta_{g\xi} + u_g \theta_{gx} + v_g \theta_{gy} + w_g \theta_{g\xi} \right) &= \\ = \varepsilon^2 \left(\frac{\omega - h}{\omega - 1} \right)^2 (\theta_{gxx} + \theta_{gyy}) + \left(1 + \varepsilon^2 \left(\frac{\omega - \xi}{\omega - 1} \right)^2 (h_x^2 + h_y^2) \right) \theta_{g\xi\xi} - \\ - 2\varepsilon^2 \frac{\omega - \xi}{\omega - 1} (h_x \theta_{gx\xi} + h_y \theta_{gy\xi}) + \frac{2\varepsilon^2}{\omega - 1} \frac{\omega - \xi}{\omega - 1} (h_x^2 + h_y^2) \theta_{g\xi} - \\ - \varepsilon^2 \frac{\omega - \xi}{\omega - 1} (h_{xx} + h_{yy}) \theta_{g\xi}, \quad \xi \in (1, \omega); \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \frac{\omega - h}{\omega - 1} S_g \left(\frac{\omega - h}{\omega - 1} C_t - h_t \frac{\omega - \xi}{\omega - 1} C_\xi + u_g C_x + v_g C_y + w_g C_\xi \right) &= \\ = \varepsilon^2 \left(\frac{\omega - h}{\omega - 1} \right)^2 (C_{xx} + C_{yy}) + \left(1 + \varepsilon^2 \left(\frac{\omega - \xi}{\omega - 1} \right)^2 (h_x^2 + h_y^2) \right) C_{\xi\xi} - \\ - 2\varepsilon^2 \frac{\omega - \xi}{\omega - 1} (h_x C_{x\xi} + h_y C_{y\xi}) - \frac{2\varepsilon^2}{\omega - 1} \frac{\omega - \xi}{\omega - 1} (h_x^2 + h_y^2) C_\xi - \\ - \varepsilon^2 \frac{\omega - \xi}{\omega - 1} (h_{xx} + h_{yy}) C_\xi \quad \xi \in (1, \omega). \end{aligned} \quad (19)$$

Уравнения для определения функций $h(t, x, y)$ и $p_g(t, x, y)$ записываются следующим образом:

$$\begin{aligned} h_t + \varphi(\Delta\Delta h - A\Delta h) + \varphi_x(\Delta h_x - Ah_x) + \varphi_y(\Delta h_y - Ah_y) + Ma(\gamma\Delta\theta + \gamma_x\theta_x + \gamma_y\theta_y) + \\ + \delta\Delta p_g + \delta_x\Delta p_{gx} + \delta_y\Delta p_{gy} = \frac{k_3 R}{1 - C} \frac{\omega - 1}{\omega - h} C_\xi; \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \delta_g\Delta p_g + \delta_{gx}p_{gx} + \delta_{gy}p_{gy} + \varphi_g(\Delta\Delta h - A\Delta h) + \varphi_{gx}(\Delta h_x - Ah_x) + \\ + \varphi_{gy}(\Delta h_y - Ah_y) + Ma(\gamma_g\Delta\theta + \gamma_{gx}\theta_x + \gamma_{gy}\theta_y) = R \frac{k_3 - 1}{1 - C} \frac{\omega - 1}{\omega - h} C_\xi. \end{aligned} \quad (21)$$

Компоненты векторов скоростей u , v , w , u_g , v_g , w_g , а также используемые при записи уравнений (20), (21) функции φ , γ , δ , φ_g , γ_g , δ_g вычисляются из решения пяти основных уравнений [9].

Для уравнений (17)–(21) зададим граничные условия. Будем считать, что по мере удаления от нагревателя вверх и вниз по потоку все возмущения затухают и поверхность пленки становится плоской. Однако если выше по потоку толщина пленки известна, то ниже по потоку она уменьшается вследствие испарения. Поэтому в качестве граничных условий будем использовать следующие:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} \theta = \lim_{x \rightarrow -\infty} \theta_g = \lim_{y \rightarrow \pm\infty} \theta = \lim_{y \rightarrow \pm\infty} \theta_g = 0, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} h = \lim_{y \rightarrow \pm\infty} h = 1, \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} C = \lim_{y \rightarrow \pm\infty} C = C_0, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \theta_x = \lim_{x \rightarrow +\infty} \theta_{gx} = \lim_{x \rightarrow +\infty} h_x = \lim_{x \rightarrow +\infty} C_x = 0. \end{aligned} \quad (22)$$

3. Численные решения. Численное решение уравнений (17)–(21) с начальными условиями (8) и условиями (22) проводилось следующим образом. Считалось, что начало координат совпадает с центром передней кромки нагревателя. Решение задачи в неограниченной по x, y области заменялось решением в ограниченной области. Начальные условия и условия теплового баланса не меняются, а краевые условия переносятся на новые границы. Размеры области выбирались таким образом, чтобы все возмущения, как тепловые, так и поверхностные, не достигали границы расчетной области. Необходимо, чтобы в окрестности этих границ имело место невозмущенное движение слоя жидкости постоянной толщины с прямолинейными линиями тока и постоянной температурой. При этом увеличение расчетной области не приводит к изменению полученного решения. В расчетах полагалось, что размеры расчетной области составляют $4,5 \times 4,0$ см, при этом выбранные размеры соответствуют изложенным выше требованиям. Высота канала равна $H_c = 250$ мкм. Алгоритмы и схемы численных расчетов для данной задачи подробно изложены в работе [10]. Там же выполнены проверка сходимости и оценка точности расчетов. Возможны различные варианты режимов нагрева: мгновенное включение нагревателей или их постепенный нагрев за некоторое конечное время. В рассматриваемых ниже примерах был реализован второй вариант. Считалось, что температура окружающего газа, натекающего потока жидкости и верхней стенки канала равна 20°C . Нагреватель имел форму квадрата и располагался таким образом, что центр его передней кромки совпадал с началом координат, а стороны были параллельны осям. Суммарная мощность нагревателя была равномерно распределена по его площади и составляла $0,5$ Вт. Материальные постоянные жидкости и функции $\mu(T)$, $\sigma(T)$, $C_*(T)$ соответствовали воде, а характеристики газа — азоту. Числа Рейнольдса в расчетах выбирались равными $\text{Re} = 5,0$, $\text{Re}_g = 15,0$. При таких значениях Re , Re_g невозмущенная толщина пленки составляла 86 мкм. В этих условиях безразмерные параметры имели следующие значения: $A = 0,341$, $\text{Ma} = 1,746$, $L = 0,983$, $S = 0,411$, $S_g = 0,022$, $E = 6,243$, $R = 0,0106$, $D = 0,378$, $D_g = 0,0425$, $k_1 = 0,0175$, $k_2 = 0,0401$, $k_3 = 0,360$. Размер стороны квадрата d , занятого нагревателем, варьировался в пределах $0,1 \div 1,0$ см. Расчеты показали, что распределение поверхностной температуры существенно зависит от размера нагревателя. В случае нагревателей небольшого размера температура достигает максимального значения вблизи середины нижней кромки нагревателя. В случае нагревателей большого размера имеется два симметричных максимума температуры, расположенных в окрестности нижней кромки. Результаты расчета для первого случая приведены на рис. 1,а, для второго — на рис. 1,б. Вследствие действия термокапиллярных сил распределения поверхностных деформаций различаются. В случае нагревателя большого размера формируются характерные структуры, содержащие боковые и центральную струи, а также зоны утончения пленки (рис. 2,а), в то время как в случае нагревателей небольшого размера деформации поверхности имеют вид борозды (рис. 2,б).

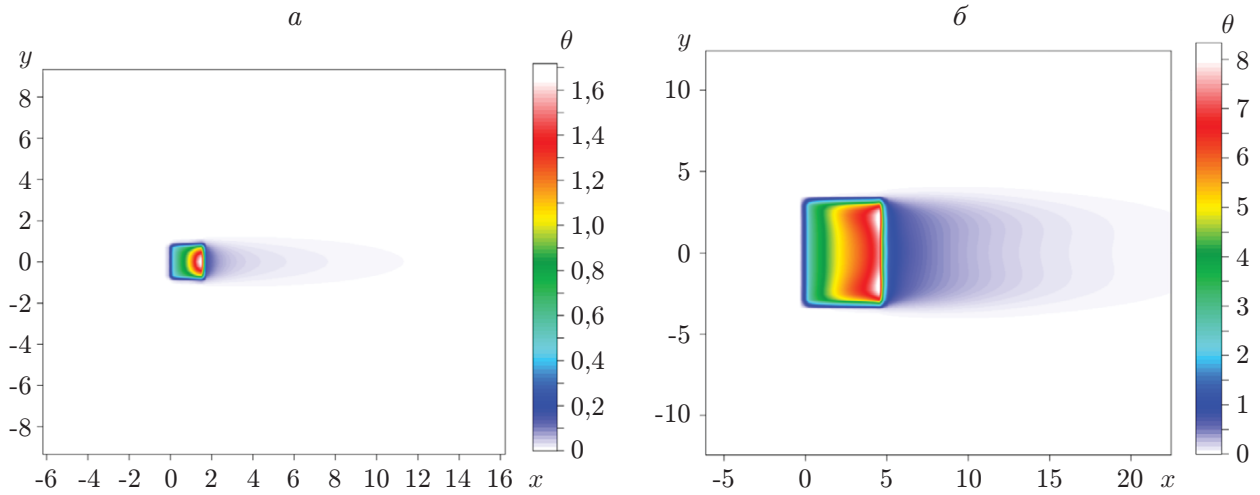


Рис. 1. Распределения температуры поверхности раздела потоков для нагревателей с длиной стороны $d = 0,25$ см (а) и $d = 0,75$ см (б)

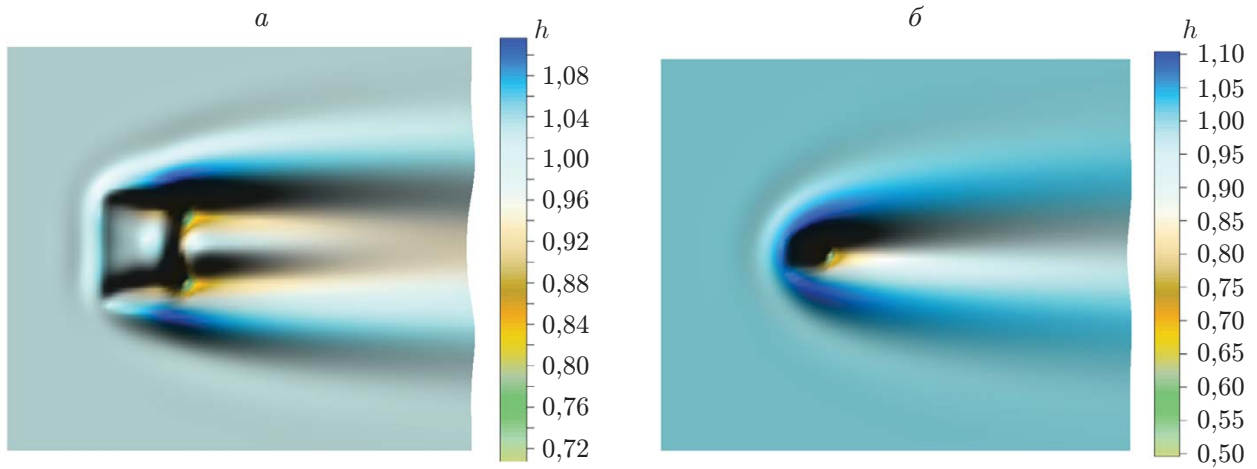


Рис. 2. Деформации поверхности раздела потоков для нагревателей с длиной стороны $d = 0,75$ см (а) и $d = 0,25$ см (б)

Изучение поверхностных возмущений пленки также имеет важное значение вследствие возможности ее разрыва. Разрыв происходит при критических утончениях пленки, при которых силы межмолекулярных взаимодействий становятся сравнимыми с поверхностными силами. На рис. 3 представлены зависимости наименьших и наибольших достигнутых относительных толщин пленки от времени для нагревателей различного размера. При отводе тепла от электронных устройств наиболее важным параметром является максимальное достигаемое на подложке превышение среднего значения температуры, т. е. наибольшее значение величины $T_{\max} = T - T_0$. В проведенной серии расчетов изучена зависимость этого параметра от размера стороны нагревателя. С использованием факторного анализа для этой зависимости получена формула

$$T_{\max} = \frac{JY}{(d/l)^{0,748}}, \quad J = \frac{H_0 Q_0}{\kappa l^2}. \quad (23)$$

Здесь параметр J имеет размерность температуры; число Y определяется по исходным данным задачи с учетом свойств жидкости. В проведенной серии расчетов $Y \approx 1168,0$.

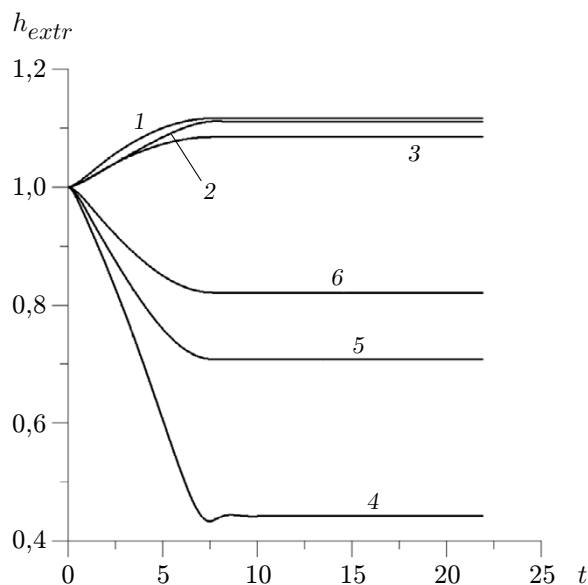


Рис. 3

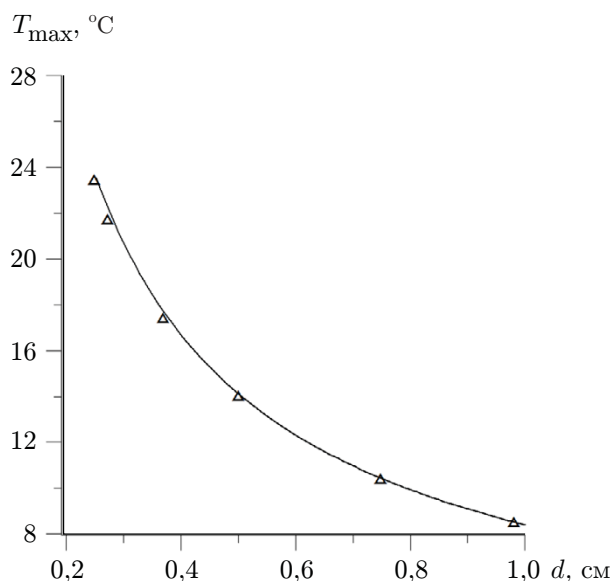


Рис. 4

Рис. 3. Зависимость экстремальных деформаций поверхности раздела потоков от времени при различных размерах нагревателя:

1–3 — максимальная толщина пленки, 4–6 — минимальная толщина пленки; 1, 4 — $d = 0,25$ см, 2, 5 — $d = 0,5$ см, 3, 6 — $d = 1,0$ см

Рис. 4. Зависимость наибольшего превышения среднего значения температуры от размера нагревателя:

сплошная линия — расчет по формуле (23), точки — расчет по вычислительному алгоритму

На рис. 4 приведены значения T_{\max} , вычисленные по формуле (23) и полученные при расчете полей скорости и температуры. Видно, что полученные результаты хорошо согласуются, т. е. формула (23) достаточно точно аппроксимирует изучаемую зависимость. Эта формула позволяет прогнозировать наибольшую температуру нагревателя, в случае если этот параметр известен для квадратного нагревателя с какой-либо фиксированной длиной стороны.

Заключение. Проведена серия расчетов полей скорости, температуры и положения поверхности пленки, движущейся вместе с потоком газа в микроканале, на дне которого расположен квадратный нагреватель. Изучены зависимости параметров задачи от размера нагревателя при его фиксированной мощности. Отмечены особенности полей температуры и эволюции поверхности пленки при варьировании размера нагревателя. Получена формула для расчета зависимости максимального превышения среднего значения температуры на подложке от длины стороны нагревателя.

ЛИТЕРАТУРА

1. Hirokawa T., Murozono M., Kabov O., Ohta H. Experiments on heat transfer characteristics of shear-driven liquid film in co-current gas flow // *Frontiers Heat Mass Transfer*. 2014. V. 5, iss. 17. P. 1–8.
2. Mahajan R., Chiu C., Chrysler G. Cooling a microprocessor chip // *Proc. IEEE*. 2006. V. 94, N 8. P. 1476–1485.

3. **Sri-Jayantha S. M., Mcvicker G., Bernstein K., Knickerbocker J. U.** Thermomechanical modeling of 3D electronic packages // IBM J. Res. Development. 2008. V. 52, N 6. P. 623–634.
4. **Андреев В. К., Лемешкова Е. Н.** Двухслойное стационарное ползущее термокапиллярное течение в трехмерном канале // ПМТФ. 2022. Т. 63, № 1. С. 97–104.
5. **Куперштох А. Л., Медведев Д. А.** Перфорация тонких жидких пленок под действием неоднородного электрического поля // ПМТФ. 2022. Т. 63, № 6. С. 12–20.
6. **Lyulin Yu., Kabov O.** Thermal effect in the evaporation process from the interface of the horizontal liquid layer under a shear gas flow // Interfacial Phenomena Heat Transfer. 2023. V. 11, iss. 1. P. 55–64.
7. **Бекежанова В. Б., Гончарова О. Н., Люлин Ю. В.** Теоретическое и экспериментальное исследование течений с испарением на термокапиллярной границе раздела: особенности моделирования, анализ характеристик // Многофазные системы. 2023. Т. 18, № 3. С. 97–99.
8. **Bekezhanova V. B., Goncharova O. N.** Problems of evaporative convection (Review) // Fluid Dynamics. 2018. V. 53. P. 69–102.
9. **Кабова Ю. О., Кузнецов В. В., Кабов О. А.** Испарение неизотермической пленки жидкости в микроканале при спутном потоке газа // Докл. АН. 2012. Т. 446, № 5. С. 522–526.
10. **Kabova Yu. O., Kuznetsov V. V., Kabov O. A., et al.** Evaporation of a thin viscous liquid film sheared by gas in a microchannel // Intern. J. Heat Mass Transfer. 2014. V. 68, iss. 1. P. 527–541.

*Поступила в редакцию 16/V 2024 г.,
после доработки — 10/VI 2024 г.
Принята к публикации 24/VI 2024 г.*
