

ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ УДАРНЫХ АДИАБАТ
ГЕТЕРОГЕННЫХ СМЕСЕЙ ВЕЩЕСТВ

В. Н. Николаевский

(Москва)

Рассматриваются ударные переходы в гетерогенных сплошных средах при больших давлениях, когда каждую из фаз можно считать жидкостью (пренебрегая прочностными эффектами). Выделены варианты состояния полного межфазного термомеханического равновесия и замороженного по температуре состояния непосредственно за фронтом волны. Сжатие каждой из фаз в смеси происходит не вдоль адиабаты Гюгонио для сплошного материала. Известный аномально высокий разогрев при сжатии материалов с пустыми порами [1,2] является частным случаем подобных отклонений.

В отличие от многокомпонентных сред многофазная среда сложена из разнородных элементарных частиц, состояния каждой из которых определяется параметрами, характерными для механики сплошных сред, а именно плотностью, давлением и т. д., причем указанные параметры связаны между собой согласно уравнению состояния соответствующего сплошного материала фазы. В связи с этим при рассмотрении ударных волн в средах, являющихся смесью конденсированных веществ, возникает задача вычисления ударной адиабаты по известным уравнениям состояния для фаз (например, вычисления ударной адиабаты горных пород по заданным уравнениям состояния породообразующих материалов) или же задача нахождения уравнения состояния сплошного материала одной из фаз по замеряемой ударной адиабате смеси и известным уравнениям состояния других фаз.

1. Для анализа воспользуемся моделью двух взаимопроникающих [3,4] деформируемых сплошных сред. Ограничивааясь гидродинамическим подходом к изучению ударных переходов, упростим модель [5,6], считая, что каждая из конденсированных фаз является сжимаемой жидкостью, причем фазовые давления равны. Тогда будем иметь уравнения движения [5]

$$m\rho_1 \frac{d_1 u_i}{dt} = -m \frac{\partial p}{\partial x_i} + R_i, \quad (1-m)\rho_2 \frac{d_2 w_i}{dt} = -(1-m) \frac{\partial p}{\partial x_i} - R_i \quad (1.1)$$

уравнения неразрывности для фаз

$$\frac{\partial \rho_1 m}{\partial t} + \frac{\partial \rho_1 m u_i}{\partial x_i} = 0, \quad \frac{\partial \rho_2 (1-m)}{\partial t} + \frac{\partial \rho_2 (1-m) w_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1.2)$$

уравнения баланса полной энергии [5,6]

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \rho_1 m \left(\varepsilon_1 + \frac{u_i^2}{2} \right) \right\} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left\{ \rho_1 m \left(\varepsilon_1 + \frac{u_i^2}{2} \right) u_i - m p u_i \right\} + \frac{\delta W}{dt} + q = 0 \\ \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \rho_2 (1-m) \left(\varepsilon_2 + \frac{w_i^2}{2} \right) \right\} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left\{ \rho_2 (1-m) \left(\varepsilon_2 + \frac{w_i^2}{2} \right) w_i - (1-m) p w_i \right\} - \\ - \frac{\delta W}{dt} - q = 0 \\ \frac{\delta W}{dt} = p \frac{\partial m}{\partial t} + (1-\alpha) R_i u_i + \alpha R_i w_i \end{aligned} \quad (1.3)$$

Здесь ρ_1, ρ_2 — плотности; u_i, w_i — скорости движения фаз; m — объемная концентрация первой из фаз; R_i — объемная сила межфазного взаимодействия, зависящая от разности скоростей движения фаз; $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ — внутренние энергии фаз; q — межфазовый переток тепла. Потоками тепла по каждой из фаз будем пренебрегать.

Умножив уравнения (1.1) соответственно на u_i, w_i , получим уравнения для кинетических энергий фаз. Тогда, вычитая их из уравнений (1.3), получим уравнения сохранения для внутренних энергий фаз

$$\begin{aligned} \rho_1 m \left\{ \frac{d_1 \varepsilon_1}{dt} + p \frac{d_1}{dt} \left(\frac{1}{\rho_1} \right) \right\} &= \alpha R_i (w_i - u_i) + q \\ \rho_2 (1 - m) \left\{ \frac{d_2 \varepsilon_2}{dt} + p \frac{d_2}{dt} \left(\frac{1}{\rho_2} \right) \right\} &= (1 - \alpha) R_i (w_i - u_i) - q \quad (1.4) \\ \frac{d_1}{dt} &= \frac{\partial}{\partial t} + u_i \frac{\partial}{\partial x_i}, \quad \frac{d_2}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + w_i \frac{\partial}{\partial x_i} \end{aligned}$$

и становится ясным смысл введенного (ср. [7]) коэффициента α : работа объемных сил межфазового взаимодействия $R_i (w_i - u_i)$ переходит в тепло, причем часть $(1 - \alpha)$ — в фазе 1, а часть α — в фазе 2. Напомним [5, 6], что если одна из фаз (вторая) — твердая среда, а другая — жидкость, то $\alpha = 1$.

Введем изменение средних энтропий s_i фаз как частное от среднего притока тепла (к частицам рассматриваемой фазы в единице объема) и средней фазовой температуры

$$\begin{aligned} \rho_1 m \frac{d_1 s_1}{dt} &= \frac{1}{T_1} \{ \alpha R_i (w_i - u_i) + q \} \\ \rho_2 (1 - m) \frac{d_2 s_2}{dt} &= \frac{1}{T_2} \{ (1 - \alpha) R_i (w_i - u_i) - q \} \quad (1.5) \end{aligned}$$

Тогда соотношения Гиббса для фаз будут иметь вид

$$\frac{d_1 \varepsilon_1}{dt} + p \frac{d_1}{dt} \frac{1}{\rho_1} = T_1 \frac{d_1 s_1}{dt}, \quad \frac{d_2 \varepsilon_2}{dt} + p \frac{d_2}{dt} \frac{1}{\rho_2} = T_2 \frac{d_2 s_2}{dt} \quad (1.6)$$

Будем в дальнейшем допускать, что функции $\varepsilon_i = \varepsilon_i (\rho_i, s_i)$, связывающие параметры, осредненные в элементарном объеме по частицам i -й фазы, совпадают со связями, характерными для сплошного материала соответствующей фазы. Замыкающими будут кинетические соотношения для R_i и q , следующие, например, из формализма термодинамики необратимых процессов [6].

2. Для анализа ударных переходов рассмотрим, как и обычно [1], стационарные одномерные решения системы уравнений (1.1) — (1.5) типа бегущей волны, т. е. будем искать решения, зависящие от одной переменной $\zeta = x - Ut$. Тогда получим интегралы сохранения суммарного импульса среды

$$\rho_1 m (u - U)^2 + \rho_2 (1 - m) (w - U)^2 + p = Q \quad (2.1)$$

неразрывности масс для каждой из фаз

$$\rho_1 m (u - U) = M_1, \quad \rho_2 (1 - m) (w - U) = M_2 \quad (2.2)$$

сохранения суммарной полной энергии

$$M_1 \left(\varepsilon_1 + \frac{u^2}{2} \right) + M_2 \left(\varepsilon_2 + \frac{w^2}{2} \right) + m p u + (1 - m) p w = E \quad (2.3)$$

уравнения баланса импульса и энергии для одной из фаз (например, первой)

$$\frac{d}{d\zeta} \{ M_1 u + m p \} - p \frac{dm}{d\zeta} = +R \quad (2.4)$$

$$\frac{d}{d\zeta} \left\{ M_1 \left(\varepsilon_1 + \frac{u^2}{2} \right) + m p u \right\} - U p \frac{dm}{d\zeta} - R (\alpha w + (1 - \alpha) u) + q = 0 \quad (2.5)$$

Умножив уравнение (2.4) на U и вычитая из уравнения (2.5), получим

$$\frac{d}{d\zeta} \left\{ M_1 \left(\varepsilon_1 + \frac{u^2}{2} \right) + mp(u - U) - M_1 u U \right\} = -q + R \{ \alpha w + (1 - \alpha) u - U \} \quad (2.6)$$

Из уравнений (2.4) и (2.6) видно, что при $|\zeta| \rightarrow \infty$, т. е. вдали от переходного режима течения, выполняются условия $R = 0$, $q = 0$, что означает $u = w$, $T_1 = T_2$ соответственно, в этих удаленных областях будут выполнены условия механического и термодинамического межфазового равновесия.

3. В том случае, если в области переходного течения реализуется ударный переход из одного состояния в другое, интегралы (2.1) — (2.3) будут связывать параметры течения перед ударным фронтом u_0, w_0, p_0, \dots и за ним u, w, p .

Тогда получим

$$M_1 u_* + M_2 w_* + p = M_1 u_{*0} + M_2 w_{*0} + p_0 \quad (3.1)$$

$$\rho_1 m u_* = \rho_{10} m_0 u_{*0} = M_1, \quad \rho_2 (1 - m) w_* = \rho_{20} (1 - m_0) w_{*0} = M_2 \quad (3.2)$$

$$\begin{aligned} & M_1 (\varepsilon_1 + \frac{1}{2} u_*^2) + M_2 (\varepsilon_2 + \frac{1}{2} w_*^2) + m p u_* + (1 - m) p w_* = \\ & = M_1 (\varepsilon_{10} + \frac{1}{2} u_{*0}^2) + M_2 (\varepsilon_{20} + \frac{1}{2} w_{*0}^2) + m_0 p_0 u_{*0} + (1 - m_0) p_0 w_{*0} \end{aligned} \quad (3.3)$$

где $u_* = u - U$, $w_* = w - U$ — скорости частиц фаз относительно фронта ударной волны, который сам перемещается со скоростью U .

Проинтегрировав уравнение (2.6) по узкому интервалу $\zeta_0 - h, \zeta_0 + h$, заключающему в себе ударный фронт, и переходя затем к пределу при $h \rightarrow 0$, получим (в предположении, что в интервале могут неограниченно возрастать лишь производные, а сами переменные w, u , а также их функции q и R меняются скачком, но эти изменения ограничены) следующую связь:

$$M_1 (\varepsilon_1 + \frac{1}{2} u_*^2) + m p u_* = M_1 (\varepsilon_{10} + \frac{1}{2} u_{*0}^2) + m_0 p_0 u_{*0} \quad (3.4)$$

Замыкающим соотношением должно служить следствие из уравнения движения (2.4) одной из фаз, связывающее параметры движения этой фазы за и перед скачком.

Оно представляется также в виде

$$u_* \frac{du_*}{d\zeta} + \frac{1}{\rho_1} \frac{dp}{d\zeta} = \frac{R}{m \rho_1} \quad (3.5)$$

Отсюда непосредственно видно, что интегрирование в общем случае при $\rho_1 = \rho_1(p, T_1)$ требует предварительного выражения из указанных конечных соотношений температуры T_1 через величины U, p , а это связано с аналитическими трудностями и в принципе возможно при заранее известных уравнениях состояния фаз. Только в частном случае относительно малой тепловой части давления, когда $\rho_1 = \rho_1(p)$, уравнение (3.5) удается свести к простому балансовому соотношению [8, 9].

4. Будем в дальнейшем рассматривать случай настолько большой силы R межфазового взаимодействия, что практически сразу за скачком будет выполнено условие

$$u \equiv w \quad (4.1)$$

Для целей расчета примем, что условие (4.1) выполняется непосредственно за ударным фронтом, т. е. замыкает балансовые соотношения (3.1) — (3.4). При этом из уравнений баланса масс (3.2) следует условие сохранения в потоке массовых концентраций фаз

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{m\rho_1}{m\rho_1 + (1-m)\rho_2} = \frac{M_1}{M_1 + M_2} = \text{const} \\ x_2 &= \frac{(1-m)\rho_2}{m\rho_1 + (1-m)\rho_2} = \frac{M_2}{M_1 + M_2} = \text{const}, \quad x_1 + x_2 = 1 \end{aligned} \quad (4.2)$$

Введем в рассмотрение удельные объемы фаз v_i и удельный объем гетерогенной среды V (см. также [10])

$$v_1 = \frac{1}{\rho_1}, \quad v_2 = \frac{1}{\rho_2}, \quad V = x_1 v_1 + x_2 v_2 = \frac{1}{m\rho_1 + (1-m)\rho_2} \quad (4.3)$$

Тогда уравнения (3.1) и (3.2) при $u_0 = w_0 = -U$ представляются в виде

$$\frac{u_*^2}{V} + p = \frac{U^2}{V_0} + p_0, \quad \frac{u_*}{V} = -\frac{U}{V_0} \quad (4.4)$$

и могут быть преобразованы к обычному виду

$$U^2 = V_0^2 \frac{p - p_0}{V_0 - V}, \quad u_*^2 = V^2 \frac{p - p_0}{V_0 - V} \quad (4.5)$$

Приращение внутренней энергии среды (3.3) при использовании выражений (4.4) представляется в виде уравнения

$$x_1 (\varepsilon_1 - \varepsilon_{10}) + x_2 (\varepsilon_2 - \varepsilon_{20}) = \frac{1}{2} (p + p_0) (V_0 - V) \quad (4.6)$$

причем $\varepsilon_1 = \varepsilon_1 (v_1, T)$, $\varepsilon_2 = \varepsilon_2 (v_2, T)$. Отметим возможность преобразования

$$\begin{aligned} V_0 - V &= V_0 (1 - \rho_{10} m_0 v_1 - \rho_{20} (1 - m_0) v_2) = V_0 (m_0 - \rho_{10} m_0 v_1 + \\ &+ 1 - m_0 - \rho_{20} (1 - m_0) v_2) = x_1 (v_{10} - v_1) + x_2 (v_{20} - v_2) \end{aligned}$$

Поэтому балансовое соотношение для энергий фаз (4.6) может быть также представлено в виде

$$\begin{aligned} &x_1 \left\{ \varepsilon_1 - \varepsilon_{10} - \frac{1}{2} (p + p_0) (v_{10} - v_1) \right\} + \\ &+ x_2 \left\{ \varepsilon_2 - \varepsilon_{20} - \frac{1}{2} (p + p_0) (v_{20} - v_2) \right\} = 0 \end{aligned} \quad (4.7)$$

5. Рассмотрим предварительно такую ситуацию, когда теплообмен между фазами настолько интенсивен (q — велико), что непосредственно за ударным фронтом можно считать выполненным условие равенства фазовых температур

$$T_1 = T_2 = T \quad (5.1)$$

Тогда условие (5.1) заменяет собой соотношение (3.4). Пусть внутренняя энергия i -й фазы ε_i связана с давлением p и объемом v_i обычным соотношением

$$\varepsilon_i = X_i (v_i) + c_i^v T_i = X_i (v_i) + \frac{v_i (p - p_i^x)}{\Gamma_i (v_i)} \quad (5.2)$$

Здесь $X_i (v_i)$, p_i^x — холодные энергия и давление материала i -й фазы, c_i^v — ее удельная теплоемкость при постоянном объеме, $\Gamma_i (v_i)$ —

коэффициент Грюнайзена [1]. Тогда условие (4.5) утверждает, что

$$\frac{v_1(p - p_1^x(v_1))}{\Gamma_1(v_1)c_1^v} = \frac{v_2(p - p_2^x(v_2))}{\Gamma_2(v_2)c_2^v} \quad (5.3)$$

и совместно с уравнением

$$\begin{aligned} & x_1 \left\{ X_1(v_1) + \frac{v_1(p - p_1^x)}{\Gamma_1(v_1)} - \frac{p(v_1^\circ - v_1)}{2} \right\} + \\ & + x_2 \left\{ X_2(v_2) + \frac{v_2(p - p_2^x)}{\Gamma_2(v_2)} - \frac{p(v_2^\circ - v_2)}{2} \right\} = 0 \end{aligned} \quad (5.4)$$

определяет степень сжатия материала каждой из фаз за фронтом волны. Здесь принято обычное (для умеренно мощных ударных волн [1]) пренебрежение энергией ϵ_0 и давлением p_0 .

Если бы сжатие материала каждой из фаз происходило по своей ударной адиабате, то уравнение (5.3) было эквивалентно условию обращения в нуль одной из фигурных скобок в уравнении адиабаты (5.4), что в общем случае не может иметь места.

6. Исследовать термодинамические свойства веществ по наблюдениям за прохождением ударных волн по дисперсной смеси конденсированных веществ предлагалось в работах [11, 12]. При этом считалось, что непосредственно за фронтом ударной волны возникает механически равновесное, но термически замороженное (адиабатическое) состояние (размеры частиц каждой из фаз на порядок больше характерных масштабов прогрева за время процесса ударного сжатия $\sim 10^{-6}$ сек).

Этим условиям будут соответствовать уравнения (4.5), (4.7) совместно с уравнением (3.4), которое может быть представлено также в виде

$$\epsilon_1 - \epsilon_{10} + p v_1 - p_0 v_{10} = \frac{1}{2}(p - p_0)(V + V_0) \quad (6.1)$$

или ($x_1 = x$, $x_2 = 1 - x$)

$$\epsilon_1 - \epsilon_{10} = \frac{1}{2}(p + p_0)(V_0 - V) + (1 - x)\{p(v_2 - v_1) - p_0(v_{20} - v_{10})\} \quad (6.2)$$

Если можно пренебречь начальными значениями ϵ_0 , p_0 , то уравнения ударной адиабаты (4.7) и (6.2) принимают вид

$$x_1 \epsilon_1 + x_2 \epsilon_2 = \frac{1}{2}p(V_0 - V) \quad (6.3)$$

$$\epsilon_1 = \frac{1}{2}p(V_0 - V) + (1 - x)p(v_2 - v_1) \quad (6.4)$$

и отсюда

$$\epsilon_2 = \frac{1}{2}p(V_0 - V) + xp(v_1 - v_2) \quad (6.5)$$

Соотношения для ударного сжатия фаз (6.4), (6.5) могут быть также представлены в виде

$$\epsilon_1 = \frac{1}{2}p(v_{10} - v_1) + (1 - x)\frac{1}{2}p(v_{20} - v_{10} + v_2 - v_1) \quad (6.6)$$

$$\epsilon_2 = \frac{1}{2}p(v_{20} - v_2) + x\frac{1}{2}p(v_{10} - v_{20} + v_1 - v_2) \quad (6.7)$$

Уравнения (6.3), (6.4) показывают, что работа, которая затрачивается на повышение внутренней энергии смеси веществ, распределяется по фазам неравномерно, причем это распределение зависит как от массового содержания веществ в смеси, так и от величин удельных объемов фаз в сжатом состоянии (см. (6.4) и (6.5)).

Вторые слагаемые в правой части соотношений (6.6), (6.7) показывают, на сколько ударное сжатие материалов фаз в смеси отклоняется (вправо или влево на плоскости p , v при одном и том же p) от кривой ударного сжатия этих материалов в монолитном состоянии (в зависимости от величин удельных объемов фаз). При этом существенно, что внутренняя энергия одной из фаз возрастает больше, а другой — меньше, чем вдоль адабат Гюгонио соответствующих сплошных веществ.

При проведении экспериментов [13] удается измерять скорость ударной волны U и массовую скорость u_* , причем известно начальное состояние среды, т. е. в рассматриваемом случае известны x , v_{10} , v_{20} . По уравнениям (4.5) можно затем вычислить давление p и удельный объем V смеси в сжатом состоянии, т. е. построить ударную адабату смеси. Если известна одна из функций $\epsilon_i(p, v_i)$, т. е. $p_i^x(v_i)$, $\Gamma_i(v_i)$ (см., например, (5.2)), то по соответствующему уравнению (6.4) или (6.5) для каждой из пар значений p , $V = xv_1 + (1 - x)v_2$ можно вычислить величины v_1 и v_2 . Тем самым удается построить ударные смесевые адабаты для материалов фаз. Сопоставление этой адабаты с оставшимся уравнением из системы (6.4), (6.5) приводит к дифференциальному уравнению типа

$$f(X_i, p_i^x, \Gamma(v_i), p, v_1, v_2) = 0, \quad p_i^x = -dX_i/dv_i \quad (6.8)$$

Здесь значения p , v_1 , v_2 берутся вдоль адабаты (например, $p = p(v_1)$, $v_2 = v_2(v_1)$ — известные функции от $v = v_1$).

Если зависимость $\Gamma(v_i)$ известна заранее, то интегрирование достаточно провести вдоль одной из адабат (при одном значении параметра x). Если же заранее функция $\Gamma(v_i)$ неизвестна, то для ее нахождения нужно варьировать массовое содержание фаз.

Рассмотрим теперь важный (и уже известный [1,2]) частный случай, когда гетерогенная среда представлена пористым материалом с пустыми порами (пустые поры составляют вторую «фазу» смеси). Тогда имеем

$$\begin{aligned} \rho_{20} &= \rho_2 = 0, \quad x_1 = x = 1, \quad x_2 = 1 - x = 0 \\ x_2 v_{20} &= \frac{1 - m_0}{m_0 \rho_{10}}, \quad x_2 v_2 = \frac{1 - m}{m \rho_1}, \quad V_0 = \frac{1}{m_0 \rho_{10}}, \quad V = \frac{1}{m \rho_1} \end{aligned} \quad (6.9)$$

что позволяет преобразовать уравнение энергии (6.4) к виду, справедливому для пористого состояния вещества

$$\epsilon_1 = \frac{1}{2} p \left(\frac{1}{m_0 \rho_{10}} - \frac{1}{m \rho_1} \right) + p \frac{1 - m}{m} \frac{1}{\rho_1} \quad (6.10)$$

Отсюда видно, что если в ходе ударного сжатия происходит полное закрытие пор, т. е. $m = 1$, $V = v_1 = 1/\rho_1$, то ровно половина работы, совершаемой при ударном сжатии гетерогенной среды, идет на повышение внутренней энергии ϵ_1 первой фазы. Результирующий аномально высокий разогрев первоначально пористого материала широко используется для измерений его уравнений состояния в точках плоскости p , v выше ударной адабаты этого вещества в монолите [2].

Если же полного закрытия пор не происходит, то уравнение ударной адабаты (6.10) несколько сложнее. В последнем случае, однако, гидродинамическое рассмотрение может оказаться недостаточным (ср. [14]).

Автор весьма признателен В. Н. Родионову за предложение рассмотреть возможности смесевого метода [11,12] измерений ударных адабат.

Поступила 11 II 1969

ЛИТЕРАТУРА

1. Зельдович Я. Б., Райзнер Ю. П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений, Изд. 2, М., «Наука», 1966.
2. Альтшuler Л. В. Применение ударных волн в физике высоких давлений. Успехи физ. наук, 1965, т. 85, вып. 2, стр. 197—258.
3. Рахматуллин Х. А. Основы газодинамики взаимопроникающих движений сжимаемых сред. ПММ, 1956, т. 20, вып. 2.
4. Truesdell C. Sulle basi della termomechanica. Rend. Acad. Naz. Lincei, Cl. Sci. Fis., mat. e natur., Ser., 8, 1957, vol. 22, pp. 33—38, 158—166.
5. Nikolaevskii V. N. Transfer phenomena in fluid-saturated porous media. In: Irreversible aspects of continuum. Mech. and Transfer of phys. characteristics in moving fluids. (IUTAM Sympos., Vienna, 1966), Berlin, Springer Verlag, 1968, pp. 250—258.
6. Золотарев П. П., Николаевский В. Н. Термодинамический анализ нестационарных процессов в насыщенных жидкостью и газом деформируемым пористых средах. В сб. «Теория и практика добычи нефти. Ежегодник», М., «Недра», 1966.
7. Марон В. И., Медведев В. А. К выводу уравнений энергии взаимопроникающих движений газовых сред. Вестн. Моск. ун-та, Матем. и механ., 1963. Сер. 1, № 1.
8. Nikolaevskii V. N. On some relaxation processes connected with heterogeneity of continuous media. Appl. Mech. Proc. XI Internat. Congr. Mech. (Munich, 1964), Berlin, Springer Verlag, 1966, pp. 862—867.
9. Борисов Н. С., Николаевский В. Н., Радченко В. П. О структуре фронта ударной волны в водонасыщенном грунте. Изв. АН СССР, МЖГ, 1967, № 3.
10. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика сплошных сред, Изд. 2, М., Гостехиздат, 1953, стр. 303—305.
11. Дремин А. Н., Кацухин И. А. Метод определения ударных адиабат для дисперсных веществ. ПМТФ, 1960, № 3.
12. Аддуро Г. А., Дремин А. Н., Першин С. В., Родионов В. Н., Рябинин Ю. Н. Ударное сжатие кварца. ПМТФ, 1962, № 4.
13. Баум Ф. А., Станюкович К. П., Шехтер Б. И. Физика взрыва. М., Физматгиз, 1959.
14. Boad R. R. Compression of porous copper by shock waves, J. Appl. Phys., 1968, vol. 39, No. 12, pp. 5693—5702.