

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. А. Клячко. Теплоэнергетика, 1966, 8, 65.
2. Д. А. Франк-Каменецкий. Диффузия и теплопередача в химической кинетике. М., Наука, 1967.
3. Э. Н. Руманов, Б. И. Хайкин. ФТВ, 1969, 5, 1.
4. Д. М. Хэмалян, Т. В. Виленский. Теплоэнергетика, 1967, 8, 10.
5. А. Г. Мержанов, Ф. И. Дубовицкий. Докл. АН СССР, 1958, 120, 1068; ЖФХ, 1960, 34, 2235.
6. N. Pilling, R. Bedworth. J. Inst. Met., 1922, 23, 534.
7. H. M. Cassel, L. Liebman. Comb. and Flame, 1959, 3, 4.
8. А. Г. Мержанов, Е. Г. Зеликман, В. Г. Абрамов. Докл. АН СССР, 1969, 180, 3, 639.

УДК 536.46

КРИТИЧЕСКИЕ УСЛОВИЯ САМОВОСПЛАМЕНЕНИЯ ПОЛИДИСПЕРСНОЙ ГАЗОВЗВЕСИ ЧАСТИЦ ТВЕРДОГО ГОРЮЧЕГО

*М. А. Гуревич,
Г. Е. Озерова, А. М. Степанов
(Ленинград)*

Для определения условий самовоспламенения газовзвеси частиц твердого горючего в камере сгорания необходимы, прежде всего, экспериментальные исследования самой камеры и накопление опытных материалов в лабораторных условиях. Вместе с тем весьма существенное значение имеет теоретическое рассмотрение упрощенных схем реального процесса. При этом часто удается выявить влияние различных факторов на условия воспламенения горючего в камере сгорания. Кроме того, теоретический анализ упрощенных схем процесса воспламенения горючего облегчает понимание опытных данных и их обобщение.

Одна из упрощенных схем процесса самовоспламенения газовзвеси частиц твердого горючего рассмотрена, например, в работе [1]. Ее авторы расчетным путем показали, что критические условия самовоспламенения газовзвеси совокупности частиц имеют такой же вид, как и критические условия для одиночной частицы, но место обычного коэффициента теплоотдачи занимает некий эффективный коэффициент $\alpha_{эф}$, для которого найдено явное выражение. Однако этот результат справедлив только для монодисперсной газовзвеси частиц.

В настоящей работе рассчитываются критические условия самовоспламенения полидисперсной газовзвеси частиц. При этом предполагается следующее.

1. Химическая реакция идет только на поверхности частиц; зависимость скорости реакции от температуры и содержания окислителя описывается формулой Аррениуса.

2. Тепло, выделяющееся за счет химической реакции, передается через окружающий частицы газ во внешнюю среду (к стенкам сосуда). Однако температура газа в любой момент времени одинакова по всему его объему.

3. Массообмен газозвеси с внешней средой отсутствует, а содержание окислителя одинаково по всему газовому объему и не меняется со временем.

4. Частицы имеют сферическую форму. Размер их не меняется, и внутри каждой из них нет градиента температуры. Частицы одного и того же размера равномерно распределены в газовом объеме.

5. Считаются постоянными плотность газа, его удельная теплоемкость и коэффициент теплопроводности.

Пусть газозвесь содержит i -ой фракции, очевидно имеет вид

$$m_i c \frac{dT_i}{dt} = q S_i k \rho n_i \exp\left(-\frac{E}{R T_i}\right) + S_i \alpha_i (T - T_i), \quad (1)$$

где T_i , m_i и S_i — соответственно температура, масса и площадь поверхности частицы; c — ее удельная теплоемкость; q — тепловой эффект реакции, рассчитанный на единицу массы окислителя; k и E — константы Аррениуса; T и ρ — соответственно температура и плотность окружающего частицу газа; n_i — содержание окислителя у поверхности частицы; α_i — коэффициент теплоотдачи от частицы к газу.

Считаем, что поток окислителя к поверхности частицы в любой момент времени равен скорости гетерогенной реакции (нет накопления газов):

$$S_i \alpha'_i \rho (n - n_i) = S_i k \rho n_i \exp\left(-\frac{E}{R T_i}\right). \quad (2)$$

Здесь α'_i — коэффициент массообмена между частицей и газом; n — содержание окислителя в окружающем частицу газе.

Исключив из равенств (1) и (2) величину n_i , получим

$$\frac{m_i c}{S_i} \frac{dT_i}{dt} = \frac{q \rho n \alpha'_i}{1 + \frac{\alpha'_i}{k} \exp\left(-\frac{E}{R T_i}\right)} + \alpha_i (T - T_i). \quad (3)$$

Пусть каждая i -ая фракция содержит N_i частиц. Тепловой баланс газозвеси в целом определяется уравнением

$$M c_p \frac{dT}{dt} = \sum_{i=1}^n N_i S_i \alpha_i (T_i - T) + S \alpha (T_c - T), \quad (4)$$

где M и c_p — соответственно масса и удельная теплоемкость газа; S — площадь поверхности, ограничивающей газозвесь от внешней среды (стенок сосуда); α — коэффициент теплопередачи через единицу этой поверхности; T_c — температура во внешней среде (стенок сосуда).

Введем в задачу безразмерные переменные

$$\theta_i = \frac{\alpha_i T_i}{\alpha'_i q \rho n} = \frac{\text{Le Nu}' c_p T_i}{\text{Nu}' q n}, \quad \theta = \frac{\text{Le Nu}' c_p T}{\text{Nu}' q n}, \quad \tau = \frac{\alpha S t}{c_p M}$$

и параметры

$$\theta_c = \frac{\text{Le Nu}}{\text{Nu}'} \frac{c_p T_c}{q n}, \quad \alpha_i = \frac{\alpha}{\alpha'_i} \frac{c}{c_p} \frac{S}{S_i} \frac{m_i}{M},$$

$$\beta_i = \frac{k}{\alpha'_i} = \frac{\text{Le}}{\text{Nu}'} \frac{k c_p \rho \delta_i}{\lambda},$$

$$A_i = N_i \frac{a_i}{a} \frac{S_i}{S} = N_i \frac{Nu}{Nu_c} \frac{l}{\delta_i} \frac{S_i}{S}, \quad \Pi = \frac{N'u}{Le Nu} \frac{E c_p}{R q n}.$$

Здесь Nu и $N'u$ — числа Нуссельта соответственно для тепло-и массообмена любой частицы с газом; Nu_c — число Нуссельта для теплообмена газовой взвеси с внешней средой, Le — число Льюиса для газа; l — характерный размер системы (сосуда).

Уравнения (3), (4) в безразмерных переменных примут вид:

$$\left. \begin{aligned} a_i \frac{d\theta_i}{d\tau} &= Q(\theta_i, b_i) + \theta - \theta_i \quad (i = 1, 2, \dots, v); \\ \frac{d\theta}{d\tau} &= \sum_{i=1}^v A_i (\theta_i - \theta) + \theta_c - \theta. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

где

$$Q(\theta_i, b_i) = \frac{1}{1 + \frac{1}{b_i} \exp\left(\frac{\Pi}{\theta_i}\right)}. \quad (5a)$$

Запишем стационарные решения системы $v+1$ уравнений (5):

$$\left. \begin{aligned} \theta_i - Q(\theta_i, b_i) &= \theta \quad (i = 1, 2, \dots, v); \\ \theta \left(1 + \sum_{i=1}^v A_i\right) &= \theta_c + \sum_{i=1}^v A_i \theta_i. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Расчет по формулам (6) показывает, что при заданных параметрах (A_i, b_i, Π, θ_c) всегда имеется одно или множество стационарных решений (θ_i, θ) ; причем при непрерывном изменении одного из указанных параметров критически меняется число стационарных решений. Следовательно, имеется принципиальная возможность существования нескольких независимых стационарных состояний газовой взвеси частиц.

Из теории теплового взрыва известно, что для одиночной частицы возможны два стационарных режима, резко отличающихся значением температуры частиц, — низкотемпературный режим медленного окисления и высокотемпературный режим горения (третий стационарный режим неустойчив). По-видимому, и равновесные состояния газовой взвеси не все могут быть устойчивы, некоторые из них практически не реализуются. Для того, чтобы убедиться в этом, исследуем устойчивость равновесных состояний системы по отношению к малым возмущениям. Допустим, что в газовой взвеси, находящейся в состоянии равновесия, произошли незначительные (сколь угодно малые) отклонения температур $\theta', \theta'_1, \theta'_2, \dots, \theta'_v$. Проследим за характером дальнейшего изменения состояния газовой взвеси. Уравнения (5), описывающие этот процесс, линеаризуются

$$\left. \begin{aligned} a_i \frac{d\theta'_i}{d\tau} &= \frac{\partial Q}{\partial \theta_i} \theta'_i + \theta' - \theta'_i \quad (i = 1, 2, \dots, v); \\ \frac{d\theta'}{d\tau} &= \sum_{i=1}^v A_i (\theta'_i - \theta') - \theta'. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Система $v+1$ уравнений (7) допускает частные решения вида

$$\theta' = \theta^* \exp(-\omega \tau), \quad \theta'_i = \theta_i^* \exp(-\omega \tau) \quad (i = 1, 2, \dots, v).$$

Поэтому допустимые значения собственных чисел ω и отвечающие им значения предэкспоненциальных множителей θ^* , θ_i^* можно определить из системы $\nu+1$ линейных однородных алгебраических уравнений

$$\left. \begin{aligned} (a_i \omega - 1 + \frac{\partial Q}{\partial \theta_i}) \theta_i^* + \theta^* &= 0 \quad (i = 1, 2, \dots, \nu); \\ \sum_{i=1}^{\nu} A_i \theta_i^* + (\omega - 1 - \sum_{i=1}^{\nu} A_i) \theta^* &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

и из условия существования нетривиальных решений этой системы (8)

$$f(\omega) = \omega - 1 - \sum_{i=1}^{\nu} A_i - \sum_{i=1}^{\nu} \frac{A_i}{a_i \omega - 1 + \frac{\partial Q}{\partial \theta_i}} = 0. \quad (9)$$

Можно показать, что уравнение (9) имеет только вещественные корни ω . Действительно, предположим, что все же существует комплексный корень $\omega = \gamma + \beta i$. Тогда после подстановки ω в уравнение (9) получаем два равенства для определения вещественной и мнимой частей корня ω :

$$\begin{aligned} \gamma - 1 - \sum_{i=1}^{\nu} A_i - \sum_{i=1}^{\nu} \frac{A_i (a_i \gamma - 1 + \frac{\partial Q}{\partial \theta_i})}{(a_i \gamma - 1 + \frac{\partial Q}{\partial \theta_i})^2 + a_i^2 \beta^2} &= 0, \\ \beta \left[1 + \sum_{i=1}^{\nu} \frac{A_i}{(a_i \gamma - 1 + \frac{\partial Q}{\partial \theta_i})^2 + a_i^2 \beta^2} \right] &= 0. \end{aligned}$$

Поскольку параметры A_i суть положительного числа, последнее равенство выполняется только в том случае, если величина β (мнимая часть корня ω) равняется нулю. Следовательно, малые отклонения от равновесных температур газа и частиц (величины θ' и θ_i') будут либо монотонно уменьшаться (если $\omega > 0$), либо монотонно возрастать ($\omega < 0$) — никаких колебаний или автоколебаний около равновесного состояния в системе (в газозвеси) быть не может. Иначе говоря, если все собственные значения ω больше нуля, равновесное состояние газозвеси устойчиво (относительно малых возмущений); если же хотя бы одно значение ω меньше нуля, равновесие в газозвеси неустойчиво.

Установим теперь, какие из стационарных режимов в газозвеси являются абсолютно неустойчивыми. Для этого исследуем знаки корней ω векового уравнения (9). Левая часть этого уравнения $f(\omega)$ представляет собою разрывную возрастающую функцию ω . Она имеет ν вертикальных асимптот и, следовательно, $\nu+1$ нулей ($f(\pm \infty) = \pm \infty$).^{*} Нули функции $f(\omega)$, т. е. корни уравнения (9), можно расположить в виде последовательности

$$\omega_1 < \omega_2 < \dots < \omega_{\nu+1}.$$

Асимптоты пересекают ось абсцисс в точках с координатами

$$\omega = \frac{1 - \frac{\partial Q}{\partial \theta_i}}{a_i}.$$

Наименьший корень ω_1 расположен всегда левее всех асимптот. Поэтому если одно из значений $1 - \frac{\partial Q}{\partial \theta_i}$ меньше или равно нулю, всегда имеется хотя бы один отрицательный корень ω_1 .

Итак, стационарные состояния полифракционной газозвеси, для которых одно из значений

$$1 - \frac{\partial Q}{\partial \theta_i} \leq 0 \quad (i = 1, 2, \dots, v),$$

абсолютно неустойчивы, т. е. практически не реализуются, и их можно исключить из дальнейшего рассмотрения.

Устойчивость равновесных состояний газозвеси, для которых все значения $1 - \frac{\partial Q}{\partial \theta_i}$ положительны, очевидно, зависит от знака наименьшего корня ω_1 (все остальные корни $\omega_2, \omega_3, \dots, \omega_{v+1}$ в этом случае больше нуля). При $\omega_1 > 0$ равновесие в газозвеси устойчиво; при $\omega_1 < 0$ — неустойчиво. Следовательно, предельным (критическим) условием существования рассматриваемого $(1 - \frac{\partial Q}{\partial \theta_i} > 0)$ равновесного состояния газозвеси является равенство $\omega_1 = 0$. Поскольку при этом все другие корни $\omega_2, \omega_3, \dots, \omega_{v+1}$ положительны, равенство $\omega_1 = 0$ означает, что уравнение (9) должно иметь нулевой корень, т. е.

$$1 + \sum_{i=1}^v A_i = \sum_{i=1}^v \frac{A_i}{1 - \frac{\partial Q}{\partial \theta_i}}. \quad (10)$$

Попытаемся далее выяснить физический смысл тех равновесных состояний, которые могут устанавливаться в газозвеси частиц. Для этого обратимся к рис. 1. По оси ординат здесь отложены значения стационарных температур частиц θ_i всех фракций; по оси абсцисс — установившаяся температура газа θ . Зависимости $\theta_i = \theta_i(b_i, \theta)$ для всех v фракций определяются первыми v -уравнениями (6) и могут быть нанесены на рисунке в виде семейства v -кривых с параметром b_i . Кривые, отмеченные на рис. 1 символами 1 и v , выражают зависимость $\theta_i = \theta_i(b_i, \theta)$ соответственно для самой мелкой и самой крупной фракции. Очевидно, что все семейство $\theta_i(b_i, \theta)$ расположено в области, ограниченной выше указанными кривыми 1 и v . Участки кривых $\theta_i(b_i, \theta)$, для которых $1 - \frac{\partial Q}{\partial \theta_i} \leq 0$ (эти участки на рисунке

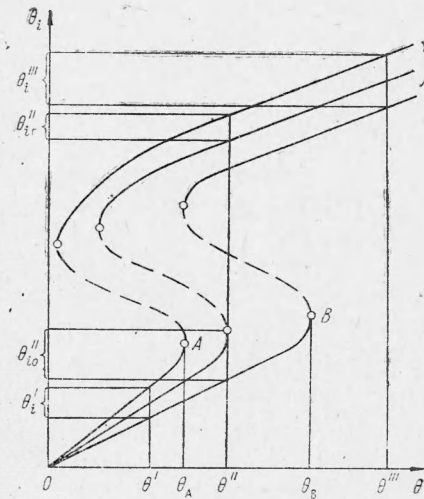


Рис. 1.

изображены штрихами), исключаются из рассмотрения, поскольку они соответствуют неустойчивым состояниям газозвеси. Каждая нижняя ветвь семейства кривых $\theta_i(b_i, \theta)$ на рис. 1 соответствует стационарным режимам низкотемпературного окисления частиц той или иной фракции; каждая верхняя — режимам горения частиц этих же фракций. Проследим, например, за изменением равновесного состояния газозвеси частиц

при последовательном повышении температуры внешней среды θ_c . Естественно, что при очень малых значениях температуры θ_c в газозвеси будет устанавливаться довольно низкая температура газа; из рис. 1 видно, что при любой установившейся температуре газа $\theta^I < \theta_A$ частицы всех ν -фракций находятся в состоянии медленного окисления при довольно низких температурах θ_i^I . Очевидно также, что при очень больших температурах внешней среды θ_c в газозвеси будет устанавливаться достаточно высокая температура газа; при любой установившейся температуре газа $\theta^{III} > \theta_B$ частицы всех ν -фракций горят и имеют очень высокие температуры θ_i^{III} .

Наконец, при каких-то промежуточных значениях температуры θ_c в газозвеси может установиться такая температура газа, которая достаточна для воспламенения частиц только наиболее крупных фракций; из рис. 1 видно, например, что при установившейся температуре газа θ^{II} ($\theta_A < \theta^I < \theta_B$) частицы первых μ -фракций находятся в стадии медленного окисления при довольно низких температурах θ_o^{II} , а частицы остальных фракций горят и имеют очень высокие температуры $\theta_{i\Gamma}^{II}$. Таким образом, в соответствии с делением стационарных режимов для одиночной частицы на негорящий (окисление) и горящий, все возможные стационарные режимы в газозвеси частиц можно разделить на следующие три типа.

1. Низкотемпературный режим медленного окисления — ни одна из частиц не горит.

2. Режим частичного горения — горят частицы только некоторых фракций.

3. Режим полного горения — горят все частицы.

Переход с одного из этих стационарных режимов на другой, как видно из рис. 1, носит всегда критический характер. Естественно, что вопрос — какой из трех указанных выше режимов установится в газозвеси, т. е. произойдет ли воспламенение вообще и если произойдет, то частичное или полное, — полностью зависит от соотношения между параметрами системы θ_c, b_i, A_i, Π . Выше было получено соотношение (10), определяющее границу области допустимых значений параметров θ_c, b_i, A_i, Π , при которых возможно существование в газозвеси, например, только низкотемпературного стационарного режима. Соотношение (10), следовательно, можно рассматривать как связь между параметрами газозвеси (θ_c, b_i, A_i, Π) на пределе ее частичного или полного воспламенения.

В качестве иллюстраций ко всему сказанному рассчитаем теперь несколько конкретных задач.

1. Пределы воспламенения газозвеси частиц двух фракций

Запишем стационарные решения (6) для случая $\nu=2$ (температура газа θ при этом исключена):

$$\left. \begin{aligned} \theta_1 = \varphi(\theta_2) &= -\frac{\theta_c}{A_1} + \left(1 + \frac{1}{A_1}\right)\theta_2 - \left(1 + \frac{1}{A_1} + \frac{A_2}{A_1}\right)Q(b_2, \theta_2), \\ \theta_2 = \psi(\theta_1) &= -\frac{\theta_c}{A_2} + \left(1 + \frac{1}{A_2}\right)\theta_1 - \left(1 + \frac{1}{A_2} + \frac{A_1}{A_2}\right)Q(b_1, \theta_1). \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Для отыскания стационарных температур частиц первой и второй фракций (θ_1 и θ_2) прибегнем сначала к графическому исследованию

уравнений (11) в плоскости (θ_1, θ_2) . Изобразим прежде всего кривые $\varphi(\theta_2)$ и $\psi(\theta_1)$ по формулам (11) (рис. 2). Как видно из рисунка, обе кривые имеют S-образную форму. Каждой точке пересечения кривых $\varphi(\theta_2)$ и $\psi(\theta_1)$ отвечает в принципе возможный стационарный режим газозвеси частиц. Число точек пересечения, а следовательно, и число стационарных режимов всегда нечетно (от одного до девяти). Каждый из девяти режимов возможен не при всех значениях параметров системы. Например, при увеличении температуры внешней среды θ_c (графически это означает просто смещение кривой $\varphi(\theta_2)$ вниз, а кривой $\psi(\theta_1)$ — влево) стационарные режимы (3 и 6, 7 и 8, 2 и 5, 1 и 4) будут постепенно попарно сливаться и исчезать. Наоборот, при понижении температуры θ_c может исчезнуть режим 9. Предел существования любого из этих девяти режимов (не касаясь пока вопроса об их устойчивости) можно определить, очевидно, из условия касания кривых $\varphi(\theta_2)$ и $\psi(\theta_1)$:

$$\frac{d\varphi}{d\theta_2} \frac{d\psi}{d\theta_1} = -1.$$

С учетом уравнений (11) последнее равенство примет вид

$$1 + A_1 + A_2 = \frac{A_1}{1 - \frac{\partial Q}{\partial \theta_1}} + \frac{A_2}{1 - \frac{\partial Q}{\partial \theta_2}}. \quad (12)$$

Если теперь равенство (12) сравнить с полученным выше соотношением (10) (при $\nu=2$), то легко увидеть, что они ничем не отличаются друг от друга. Следовательно, предел существования стационарных режимов в двухфракционной газозвеси совпадает с пределом их устойчивости. Как было доказано выше, стационарные режимы, для которых одно из значений $1 - \frac{\partial Q}{\partial \theta_i}$ меньше или равно нулю, неустойчивы. Таким режимам на рис. 2 соответствуют штриховые участки кривых $\varphi(\theta_2)$ и $\psi(\theta_1)$, т. е. неустойчивыми являются режимы 2, 4, 5, 6 и 8. Режим 1 — это низкотемпературное окисление частиц обеих фракций; 3 и 7 — режимы частичного горения (горят частицы только одной фракции); режим 9 — горение частиц обеих фракций. Установление в газозвеси режима 3 (7) или 9, очевидно, означает ее частичное или полное воспламенение. Пределы воспламенения (и частичного и полного) определяются из равенства (12).

Для воспламенения двухфракционной газозвеси частиц существует одно или два значения предельной температуры внешней среды θ_c . Действительно, с увеличением температуры θ_c (напомним, что на рис. 2 — это смещение кривой $\varphi(\theta_2)$ вниз, а $\psi(\theta_1)$ — влево) режимы 1, 3 и 7 постепенно исчезают. Если параметры газозвеси (A_i , b_i , Π) таковы, что при некотором значении температуры внешней среды θ_{c1} исчезает режим 1, а режим 7 или 3 остается, значит эта температура θ_{c1} достаточна для воспламенения частиц только одной (второй или первой) фракции. Существует, следовательно, еще второй (более высокий, чем первый) предел θ_{c2} , при котором исчезает и режим 7 (или 3). При значениях температуры внешней среды выше θ_{c2} остается только режим 9, т. е. непременно воспламеняются частицы обеих фракций.

Параметры газозвеси (A_i , b_i , Π) могут быть и таковы, что по мере повышения температуры внешней среды θ_c сначала исчезают режимы 3 и 7 (рис. 2), а затем режим 1. Для такой газозвеси существует, следовательно, только один предел воспламенения — θ_{c2} .

На рис. 3 представлена расчетная зависимость пределов воспламенения двухфракционной газозвеси θ_{c1} и θ_{c2} от параметров A_2 и A_1 , т. е. от числа частиц той и другой фракции. Значения остальных пара-

метров при этом расчете выбраны следующие: $\Pi=3$, $b_1=10^3$, $b_2=10^4$. Результаты расчета можно трактовать следующим образом. Имеется, скажем, газовзвесь, состоящая из очень малого числа частиц как мелкой ($A_1=1$), так и крупной ($A_2=10^{-2}$) фракций. Для воспламенения в газовзвеси только крупных частиц необходима температура выше значения $\theta_{c1}=0,209$; для воспламенения же всей газовзвеси требуется более высокая температура — не менее $\theta_{c2}=0,231$. Если теперь в газовзвесь постепенно добавлять крупные частицы (увеличивать A_2 при $A_1=1$), то оба предела θ_{c1} и θ_{c2} будут снижаться. Однако последний снижается гораздо заметнее, чем первый. Поэтому при некотором значении параметра A_2 ($A_2=3,35 \cdot 10^{-2}$ на рис. 3) оба предела θ_{c1} и θ_{c2} сливаются;

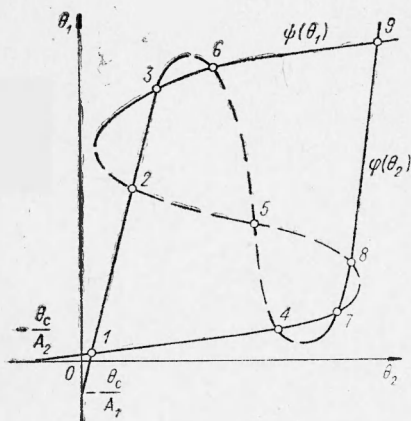


Рис. 2.

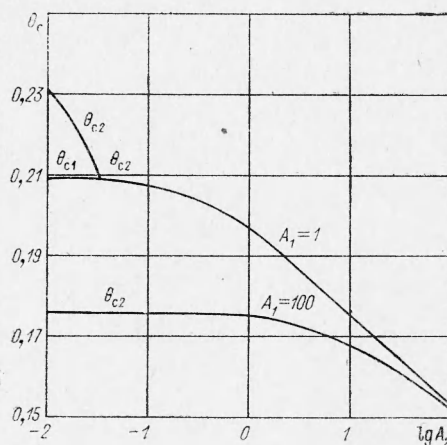


Рис. 3.

для значений $A_2 \geq 3,35 \cdot 10^{-2}$ существует только один предел θ_{c2} — предел полного воспламенения газовзвеси. Последний довольно заметно снижается с дальнейшим увеличением параметра A_2 , т. е. числа крупных частиц. Расчеты показали, что такого же эффекта, т. е. снижения и последующего выравнивания пределов θ_{c1} и θ_{c2} , можно добиться добавлением к рассматриваемой газовзвеси только мелких частиц (на рис. 3 это соответствует увеличению A_1 от 1 до 100 при $A_2=\text{const}$).

2. Пределы воспламенения газовзвеси с непрерывным распределением частиц по размерам

Выше исследовались критические режимы горения полифракционной газовзвеси с дискретным распределением числа частиц по размерам $N_1, N_2, \dots, N_v$. В данном параграфе рассмотрим подобные режимы в случае непрерывного распределения частиц по размерам. Будем считать, что известна функция распределения $R(\delta)$ — масса частиц с размерами больше δ , отнесенная ко всей массе горючего m . Запишем уравнения, описывающие процесс нагрева частиц и газа:

$$a \frac{d\theta_s}{d\tau} = Q(b, \theta_s) + \theta - \theta_s,$$

$$\frac{d\theta}{d\tau} \int_0^\infty (\theta_s - \theta) A(b) a b + \theta_c - \theta$$

и их стационарные решения

$$\theta_s - Q(b, \theta_s) = 0, \quad (13)$$

$$\theta - \theta_c = \int_0^\infty (\theta_s - \theta) A(b) db. \quad (14)$$

Здесь

$$A(b) = \frac{6ml(k\rho c_p)^2}{\rho_s S \lambda^2} \left(\frac{Le}{N'u} \right)^2 \frac{Nu}{Nu_c} \frac{d(1-R)}{b^2 db},$$

$$b = \frac{Le}{N'u} \frac{k\rho c_p \delta}{\lambda},$$

θ_s и ρ_s — соответственно безразмерная температура и плотность частицы.

Аналогично тому, как это сделано выше (для случая дискретного распределения частиц), можно показать, что предел воспламенения газозвеси с непрерывным распределением частиц определяется условием

$$1 + \int_0^\infty A(b) db = \int_0^\infty \frac{A(b) db}{1 - \frac{\partial Q}{\partial \theta_s}}. \quad (15)$$

Вопрос о возможном числе пределов воспламенения газозвеси с непрерывным распределением частиц связан с большими математическими трудностями и в настоящей работе не исследован. Заметим только, что во всех рассчитанных нами вариантах «наблюдался» только один предел, а именно предел полного воспламенения газозвеси.

При расчете предельной температуры внешней среды θ_c необходимо совместно решать систему уравнений (13)–(15). Для конкретного вида функции тепловыделения (5а) система (13)–(15) допускает некоторые упрощения. В этом случае из уравнения (13) найдем величину

$$b = \frac{\theta_s - \theta}{1 - \theta_s + \theta} \exp\left(-\frac{\Pi}{\theta_s}\right) \quad (16)$$

и ее дифференциал

$$db = \left[1 - \frac{\Pi}{\theta_s^2} (\theta_s - \theta) (1 - \theta_s + \theta) \right] \frac{\exp\left(-\frac{\Pi}{\theta_s}\right)}{(1 - \theta_s + \theta)^2} d\theta_s. \quad (17)$$

Производную $\frac{\partial Q}{\partial \theta_s}$ с помощью уравнения (13) представим тоже в виде функции только температур θ_s , θ и параметра Π :

$$\frac{\partial Q}{\partial \theta_s} = \frac{\Pi}{\theta_s^2} (\theta_s - \theta) (1 - \theta_s + \theta). \quad (18)$$

Уравнение (15) после подстановки в него выражений (16)–(18) примет вид

$$1 + B \int_0^\infty \frac{d(1-R)}{db} \frac{db}{b^2} = B \int_0^{1+\theta} \frac{d(1-R)}{db} \frac{\exp\left(-\frac{\Pi}{\theta_s}\right)}{(\theta_s - \theta)^2} d\theta_s. \quad (19)$$

Здесь

$$B = \frac{6ml(k\rho c_p)^2}{\rho_s S \lambda^2} \left(\frac{Le}{N'u} \right)^2 \frac{Nu}{Nu_c}.$$

Производная $\frac{d(1-R)}{db}$ с помощью равенства (16) всегда может быть выражена через величины θ_s , θ и Π . Поэтому при заданных параметрах B , Π и функции $R(\delta)$ из уравнения (19) можно вычислить температуру газа θ на пределе воспламенения газовзвеси.

С учетом выражений (16) и (17) уравнение (14) преобразуется к виду

$$\theta_c = \theta - B \int_0^{1+\epsilon} \frac{d(1-R)}{db} \frac{\exp\left(-\frac{\Pi}{\theta_s}\right)}{\theta_s - \theta} \left[1 - \frac{\Pi}{\theta_s^2} (\theta_s - \theta) (1 - \theta_s + \theta) \right] d\theta_s. \quad (20)$$

По вычисленному из (19) значению температуры газа θ из уравнения (20) можно рассчитать предельную для воспламенения газовзвеси температуру внешней среды θ_c .

Расчет предела воспламенения газовзвеси θ_c проделан для двух видов функции распределения частиц по размерам $R(\delta)$.

$$1. R(\delta) = \frac{\delta_v - \delta}{\delta_v - \delta_1} = \frac{b_v - b}{b_v - b_1}.$$

Здесь δ_1 и δ_v — размеры соответственно самой мелкой и самой крупной

частиц. Заметим, что частицы, для которых «размер» $b \leq \exp(2\sqrt{\Pi})$, не воспламеняются (в смысле критического перехода с режима окисления на режим горения) ни при каких температурах газа. Поэтому выбранное при расчете значение b_1 было больше $\exp(2\sqrt{\Pi})$.

Для рассматриваемого вида функции $R(\delta)$ результаты расчета пределов воспламенения газовзвеси по формулам (19) и (20) представлены на рис. 4. На нем показана зависимость предельной температуры внешней среды θ_c от параметров b_1 и b_v , т. е. от дисперсности взвешенного в газе горючего: кривая 1 для $b_v = 10^4$, 2 для $b_1 = 10^3$. Расчетные значения остальных параметров газовзвеси при этом выбраны следующие: $\Pi = 3$, $B = 10^{10}$. Из рис. 4 видно, что любая замена частиц в газовзвеси на более мелкие, однако, при сохранении их общей массы, приводит к снижению предела воспламенения. Такой результат связан с очень большим выбранным значением параметра B , т. е. с большой концентрацией частиц в газовзвеси. Оказывается, что при значениях $B < 10^7$, т. е. при малых концентрациях частиц (тех же размеров), получается прямо противоположный результат, справедливый для

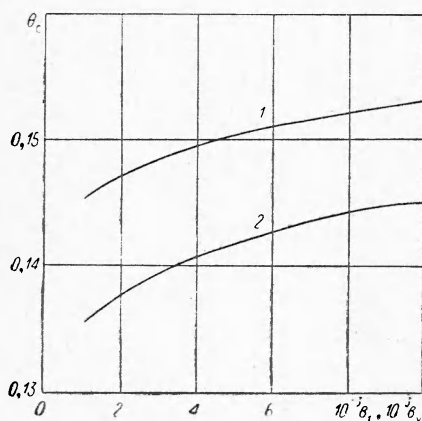


Рис. 4.

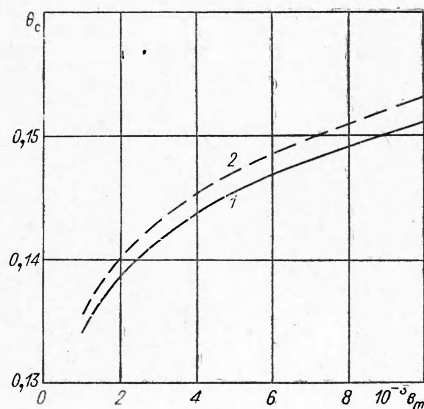


Рис. 5.

одиночных частиц,— замена частиц на более мелкие приводит к повышению предела их воспламенения.

2. Случай распределения Гаусса:

$$R(\delta) = \exp\left(-\frac{\delta^2}{2\delta_m^2}\right) = \exp\left(-\frac{b^2}{2b_m^2}\right),$$

δ_m — размер частицы, соответствующий максимуму производной $\frac{d\delta}{d(1-R)}$.

На рис. 5 представлена рассчитанная по формулам (19) и (20) зависимость предела воспламенения газовзвеси θ_c от параметра b_m (кривая 1), т. е. от размера частиц, фракция которых наиболее представительна (по массе) в горючем. На этом же рисунке для сравнения нанесен предел воспламенения монофракционного облака частиц с «размером» b_m (кривая 2). Расчет обоих пределов выполнен (при $P=3$) для случая большой концентрации частиц ($B=10^{10}$). Поэтому полученные зависимости $\theta_c(b_m)$ по своему характеру противоположны аналогичной зависимости для одиночной частицы, предел воспламенения которой снижается с ростом ее размера. Действительно, предел воспламенения газовзвеси θ_c , рассчитанный для малых значений параметра B ($B < 10^7$), падает с ростом «размера» b_m .

Поступила в редакцию
8/VI 1970

ЛИТЕРАТУРА

1. Э. Н. Руманов, Б. И. Хайкин. ФГВ, 1969, 5, 1.

УДК 536.46

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ПУЛЬСИРУЮЩЕГО ФРОНТА ЭКЗОТЕРМИЧЕСКОЙ РЕАКЦИИ В КОНДЕНСИРОВАННОЙ ФАЗЕ

К. Г. Шкадинский,
Б. И. Хайкин, А. Г. Мержанов
(Москва)

Нахождению условий тепловой устойчивости стационарных режимов горения посвящено значительное число работ, и в настоящее время эти условия установлены для многих систем [1—6]. В работе [7] показано, что при выполнении определенных условий в области устойчивости стационарного горения возможны также и автоколебательные режимы горения пороха (с так называемым «жестким» возбуждением автоколебаний). Однако в настоящее время исследования процессов, протекающих в области неустойчивости стационарного горения, отсутствуют (имеются лишь некоторые качественные соображения [2, 8]). Целью настоящей работы является изучение на примере безгазовых систем [9, 10] процессов в области параметров, где стационарное горение неустойчиво.