Таким образом, существует принципиальная возможность по экспериментальным значениям ε_{01} и ε_{02} определить Q_1 и Q_2 при фиксированных значениях температуры и давления.

На фиг. 2 и 3 показана зависимость относительной проводимости смеси цезия с аргоном (σ / σ_*) от ε при указанных значениях температур при давлении $p = 0.1$ и 10 *ат*. Ввиду выбора логарифмических координат перегиб кривых при $\varepsilon = \varepsilon_{02}$ не заметен. Здесь в качестве характерного значения принята проводимость чистой добавки $\sigma_* = 1 / (\beta + aB)$.

Изменение ε_{01} и ε_{02} с температурой при трех значениях давления видно из фиг. 4 для смеси цезия с аргоном $(1 / (\beta - 1) \approx 2 \cdot 10^{-3})$.

Из приведенных графиков видно, что значения ε, соответствующие точке перегиба и максимуму, как и следовало ожидать, при относительно низких температурах, когда роль кулоновского взаимодействия электронов с ионами мала, практически совпадают. Однако с повышением температуры разница между ε_{01} и ε_{02} (особенно для смеси Cs + Ar) превышает один порядок. В этом случае экспериментальные значения ε_{01} и ε_{02} могут быть использованы для определения Q_1 и Q_2.

При расчетах средние поперечные сечения столкновений электронов с нейтральными атомами полагались постоянными в рассмотренном диапазоне температур и равными: для атомов аргона — $8 \cdot 10^{-17}$, для атомов цезия — $4 \cdot 10^{-14}$ *см*^{2}.

Поступила 1 IV 1963

О НЕКОТОРЫХ НЕУСТАНОВИВШИХСЯ ДВИЖЕНИЯХ ХОЛОДНОЙ ПЛАЗМЫ

В. А. Левин

(*Москва*)

Изучению нелинейных колебаний холодной плазмы в гидродинамическом приближении посвящено много работ [1–5 и др.]. В этих работах предполагается, что скорость электронов нерелятивистская, и только в работе [6] рассмотрены плоские бегущие волны с произвольными скоростями.

Ниже рассматриваются продольные неустановившиеся движения холодной электронной плазмы с любыми скоростями и делается попытка применить полученные результаты к анализу разлета плазменного сгустка.

Систему уравнений, описывающую продольные неустановившиеся движения электронов в холодной плазме, удобно записать в виде

$$\left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)^{-3/2} u \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\omega^2}{\nu} r = \frac{4\pi e^2}{m} r^{1-\nu} \int_0^{r_0} n_0 r_0^{\nu-1} dr_0 \qquad (\nu = 1,2,3)$$

$$\frac{\partial t}{\partial r} = \frac{1}{u}, \qquad n = -\frac{n_0 r_0^{\nu-1}}{u r^{\nu-1} \partial t / \partial r_0} \qquad \left(\omega^2 = \frac{4\pi c^2 n_i}{m}\right) \qquad (1)$$

Здесь n_0 — начальная плотность электрона, u — скорость, t — время, ω — частота Лэнгмюра. Плотность ионов n_i считается постоянной. Следуя [7], за независимые переменные приняты r_0 — лагранжева координата, r — эйлерова координата. Предполагая, что плазма заполняет все пространство, получим решение системы (1) в следующей форме:

$$c^2 \left[\left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)^{-1/2} - \left(1 - \frac{u_0^2}{c^2}\right)^{-1/2}\right] + \frac{\omega^2}{2\nu}(r^2 - r_0^2) = \frac{e^2}{m} N(r_0) \int_{r_0}^{r} \frac{dr}{r^{\nu-1}}$$

$$t = \int_{r_0}^{r} \frac{dr}{u(r, r_0)} \qquad \left(N(r_0) = 4\pi \int_0^{r_0} n_0 r_0^{\nu-1} dr_0\right) \qquad (2)$$

Здесь u_0 — начальная скорость частиц. Полагая $n_i = 0$, получим разлет частиц одного знака [8]. Если $n_i \neq 0$, то происходят колебания с периодом

$$T = 2 \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{u}$$

где r_1, r_2 — корни уравнения $u(r, r_0) = 0$. Так, в случае $\nu = 1$ для периода получим

$$T = \frac{2}{\omega} \int_0^{\pi} \frac{1 + (\omega^2 A^2 \sin^2 \varphi) / 8c^2)}{[1 + (\omega^2 A^2 \sin^2 \varphi) / 16c^2]^{1/2}} d\varphi \tag{3}$$

где A — амплитуда колебания. Если $\omega^2 A^2 / c^2 \ll 1$, то получаются обычные нерелятивистские колебания с частотой ω. Если ионы занимают только сферу радиуса R, то система (1) описывает движение электронов при $r \leqslant R$. При $r > R$ движение описывается системой

$$\left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)^{-3/2} u \frac{\partial u}{\partial r} = -\frac{4\pi e^2 n_i R^\nu}{\nu m r^{\nu-1}} + \frac{e^2}{m} \frac{N(r_0)}{r^{\nu-1}} \frac{\partial t}{\partial r} = \frac{1}{u} \tag{4}$$

Проведя исследование, аналогичное проделанному в работе [8], при соответствующих условиях ($n_0/n_i = \beta > 1$, электроны в начальный момент занимают сферу радиуса $r_1 < R$) находим, что из слоя и цилиндра улетают только избыточные электроны, а из шара электронов улетает больше, чем это нужно для компенсации заряда ионов. При этом можно показать, что этот вывод не зависит от распределения частиц в начальный момент времени. В рассматриваемом случае улетают электроны, для которых

$$r_1 \geqslant r_0 \geqslant \beta^{1/3}(3/2)^{1/3} (\beta + 1/2)^{-1/3} r_{00}$$

Здесь r_{00} — начальный радиус, ограничивающий заряд электронов, равный полному заряду ионов.

Это явление улета электронов можно применить к описанию разлета плазменного сгустка. Пусть в начальный момент имеется шаровой плазменный сгусток, в целом нейтральный. Пусть ионы заполняют сферу радиуса R_1, а электроны — сферу радиуса R_2 и пусть $R_2 < R_1$.

Так как масса ионов много больше массы электронов, то электроны успевают вылететь за пределы сферы R_1, без заметного изменения положения ионов. Приобретая положительный заряд, сгусток начинает разлетаться. Можно оценить скорость, с которой движется его граница. Предположим, что не улетевшие электроны находятся внутри ионной сферы. (На самом деле часть из них находится вне ее.) Уравнение движения границы сгустка будет

$$M \frac{d^2 r}{dt^2} = \frac{eQ_i}{r^2} s^2 \qquad \left(s^2 = 1 - \frac{Qe}{Q_i}\right) \tag{5}$$

Здесь M — масса иона, Q_i — полный заряд ионов, Qe — полный заряд электронов внутри сгустка. В нашем случае

$$s^2 = 1 - \beta (3/2)^{3/2} (\beta + 1/2)^{-3/2}$$

Интегрируя уравнение (5), находим скорость U, с которой движется граница сгустка

$$U^2 = \frac{2eQ_i}{M} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{r}\right) s^2 + U_0^2$$

Здесь U_0 скорость границы в момент вылета из сгустка части электронов. Фактически сгусток разлетается с большей скоростью, чем по формуле. Случай $R_2 > R_1$ сводится к описанному. Электроны сначала втягиваются внутрь сгустка, а затем вылетают из него. Уже при небольших отклонениях $|R_2 - R_1| / R_1$ получаются громадные скорости разлета.

Поступила 23 IV 1963

ЛИТЕРАТУРА

1. Dawson J. M. Nonlinear Electron oscillations in a Cold Plasma. Phys. Rev., 1959, vol. 113, No. 2, p. 383—387.
2. Конюков М. В. Нелинейные ленгмюровские колебания электронов в плазме. Ж. эксперим. и теор. физ., 1959, т. 37, вып. 2, стр. 799.
3. Kalman G. Nonlinear oscillations and Nonstationary Flow in a zero temperature plasma. Ann. Phys., 1960, vol. 10, No. 1, p. 1—61.
4. Ткалич В. С., Салтанов Н. В. О нелинейных ленгмюровских колебаниях. Ж. техн. физ., 1962, т. XXXII, вып. 2.
5. Dolph C. L. A Unified Theory of the Nonlinear oscillations of a Cold Plasma. J. Math. Anal. Appl., 1962, vol. 5, No. 1, p. 94—118.
6. Ахиезер А. И., Половин Р. В. К теории волновых движений электронной плазмы. Ж. эксперим. и теор. физ., 1956, т. 30, вып. 6, стр. 915—928.
7. Баум Ф. А., Каплан С. А., Станюкович К. П. Введение в космическую газодинамику. М., 1958.
8. Левин В. А. Одномерные неустановившиеся движения газа, несущего электрический заряд, при нулевом давлении. ПМТФ, 1926, № 3, стр. 21—27.