

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ ТОНКОГО СЛОЯ ЖИДКОСТИ ПО ПОВЕРХНОСТИ ВРАЩАЮЩЕГОСЯ КОНУСА

А. К. Войнов, Н. С. Хапилова

(Новосибирск)

Система уравнений (2.3), (2.9), (2.10) работы [1] описывает течение тонкого слоя жидкости по поверхности вращающегося тела вращения. Сохраняя обозначения [1] и полагая $q = 0$ и $j = 0$, из этой системы в случае осесимметричного течения имеем

$$Q = \frac{Q_0}{r(x)}, \quad \frac{dv_2}{dx} = -\frac{r'}{r} v_2 - 2\omega r' - \frac{\lambda}{8Q} v v_2 \quad (1)$$

$$\frac{dh}{dx} = \frac{\omega^2 r r' + 2\omega v_2 r' + v_2^2 r' / r - Q Q' / h^2 - \lambda v Q / 8h^2}{f - Q^2 / h^3} \quad (2)$$

$$Q = v_1 h, \quad f = (\omega^2 r + 2\omega v_2 + v_2^2 / r) \sqrt{1 - (r')^2}, \quad Q_0 = \text{const} \quad (3)$$

Исключая Q из трех соотношений (1) и (2), получим систему двух обыкновенных дифференциальных уравнений, которая легко может быть проинтегрирована численным методом. При этом необходимо задать v_2 и h в каком-либо сечении $x = x_0$.

Введем понятие критической глубины, определяемой из условия $f h_*^3 = Q^2$ при заданном Q . Если $h > h_*$, то режим течения — докритический, при $h < h_*$ — сверхкритический.

В уравнения (1), (2) входит безразмерный коэффициент сопротивления λ . Его определение при турбулентном режиме целесообразно производить по обобщенной зависимости для коэффициента Шези C в случае открытых потоков, полученной [2] на основе полуэмпирической теории турбулентности. Эта зависимость, учитывающая, кроме шероховатости ε , также влияние вязкости ν и уклона русла i , имеет вид

$$C = 20 \lg \frac{h}{\varepsilon + 0.385\nu / \sqrt{gh_i}} \quad (4)$$

при справедливой для рассматриваемой задачи замене гидравлического радиуса на глубину потока h . Формула (4) верна для гидравлически гладких стенок, для вполне шероховатых стенок и для так называемой переходной области, т. е. во всей области турбулентного течения. Используя хорошо известные гидравлические соотношения

$$C = \sqrt{8g/\lambda}, \quad v = \sqrt{8ghi/\lambda}$$

зависимость (4) легко преобразовать к виду

$$\left(\frac{8}{\lambda}\right)^{1/2} = -\frac{20}{\sqrt{g}} \lg \left(\frac{\varepsilon}{h} + \frac{0.385}{\sqrt{1/8\lambda} R}\right) \quad \left(R = \frac{vh}{v}\right) \quad (5)$$

При ламинарном режиме течения $\lambda = 24/R$ это вытекает из рассмотрения плоского ламинарного течения вязкой жидкости со свободной поверхностью.

Если на поверхность вращающегося конуса подавать поток жидкости, закрученный таким образом, что в сечении подачи жидкости относительная скорость $v_2 = 0$, то, измеряя глубину h в этом сечении, получаем необходимые граничные условия для уравнений (1) и (2). Постоянная $Q_0 = 1/2 Q_1/\pi$, где Q_1 — расход подаваемой жидкости.

В случае цилиндрической трубы ($r' = 0$) система (1), (2), (3) принимает вид

$$\frac{dv_2}{dx} = -\frac{\lambda}{8Q} v v_2, \quad \frac{dh}{dx} = -\frac{\lambda v Q}{8h^2(\omega^2 r + 2\omega v_2 + v_2^2/r - Q^2/h^3)}, \quad Q = \text{const} \quad (6)$$

Если по (6) рассчитывать закрученный поток в тонком слое жидкости, удовлетворяющий граничному условию, то получим $v_2 \equiv 0$, и, следовательно, форма свободной поверхности будет определяться уравнением

$$dh/dx = -1/8 \lambda Q^2 / (\omega^2 r h^3 - Q^2) \quad (7)$$

Отсюда видно, что при $r' = 0$ возможны только две формы свободной поверхности в зависимости от того, находится ли исследуемый поток в докритическом или сверхкритическом состояниях. Критическая глубина в данном случае

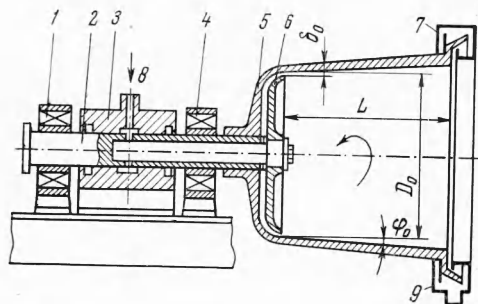
$$h_* = (1/4 Q_1^2 / \pi^2 r^3 \omega^2)^{1/3} = \text{const}$$

Если поток находится в сверхкритическом состоянии, то следует ожидать непрерывного понижения уровня свободной поверхности, если же в докритическом — то глубина потока должна непрерывно возрастать.

Уравнение (7) совпадает с гидравлическим уравнением установившегося движения воды в призматическом русле с нулевым уклоном [3] при замене центробежного ус-

корения $\omega^2 r$ на ускорение силы тяжести g . Поэтому, не приводя рассуждений, аналогичных [3], воспользуемся результатом гидравлики: при движении потока по руслу с нулевым уклоном «на уступе» устанавливается критическая глубина.

Замеряя толщину слоя вдоль образующей конуса (цилиндра), можно сравнивать экспериментальные результаты с рассчитанным по уравнению (3), либо по уравнению (7) распределением глубины h .



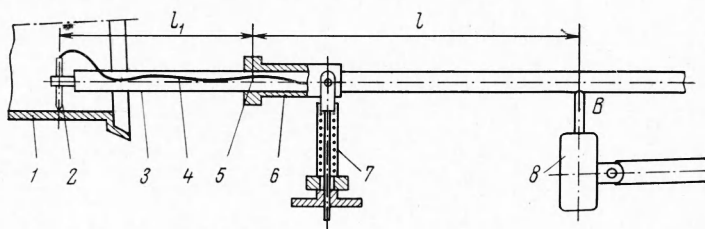
Фиг. 1

Схема установки для исследования тонких закрученных потоков жидкости на поверхности вращающегося конуса представлена на фиг. 1. Установка собрана на раме. Вал 2 с закрепленным на нем коническим барабаном 5 установлен в подшипниках 1 и 4. При помощи ременной передачи вал вместе с барабаном приводится во вращение электродвигателями постоянного тока. Число оборотов регулировалось реостатом.

Вода при помощи сальника 3 через сверления в вале подается в цилиндрическую проточку 8 внутри последнего.

Далее, через систему отверстий, выполненных в месте крепления барабана 5 на валу 2 и через щель, образованную чашкой 6 и внутренней поверхностью барабана ($\delta_0 = 1$ мм), вода поступает на коническую поверхность. Прошедшая по барабану вода улавливается кожухом 7 и по трубе поступает в мерный бак.

Устройство для измерения толщины слоя показано на фиг. 2. Игла 2 закреплена в держателе 3, который может поступательно перемещаться относительно корпуса 6. В свою очередь, корпус держателя 6 при помощи механизма 7 может поворачиваться относительно оси 5. Держатель 3 в точке B входит в контакт с ножкой индикатора перемещений 8, который закреплен на раме установки.



Фиг. 2

Игла 2 соединена проводом 4 с прибором, показывающим момент касания поверхности жидкости. В качестве элемента, чувствительного к контакту с жидкостью, используется электролитический датчик: металлическое дно барабана — игла.

Ввиду значительной турбулизации потока его свободная поверхность сильно колеблется, в общем случае зависимость $h = h_1(t)$ — случайная функция. Следовательно, необходимо определять некоторую среднюю глубину потока h . За такую глубину была принята глубина, при которой время пребывания иглы в жидкости за известный промежуток времени T равно времени пребывания в воздухе.

Принцип действия прибора основан на измерении времени нахождения иглы датчика в жидкости за известный промежуток времени. Контакт иглы с жидкостью вызывает разбаланс моста переменного тока, в одно из плеч которого включен датчик. В данном случае частота переменного тока, питающего мост, равнялась $N_0 = 15000$ гц. Появляющееся на измерительной диагонали моста переменное напряжение используется для формирования импульсов, регистрируемых известными схемами счета. Таким образом, время контакта пропорционально (с точностью до периода синусоиды тока, питающего мост) числу импульсов, зарегистрированных счетной схемой за известный промежуток времени. В случае полностью погруженной в жидкость иглы или при прямом контакте с поверхностью барабана стрелочный прибор счетной схемы показывал число импульсов, определяемое частотой рабочего напряжения. Для определения h игла при помощи механизма поворота устанавливалась в положение, при котором стрелочный прибор счетной схемы показывал $N = 0.5 N_0$ импульсов. Измерение толщины пленки производилось при одном режиме движения жидкости по конической поверхности, т. е. при $Q_1 = \text{const}$ и $n = \text{const}$, где Q_1 — объемный расход жидкости, n — число оборотов барабана. Расход измерялся объемным способом. Число оборотов барабана измерялось тахометром (относительная погрешность 2%).

Предварительно при покоящемся барабане устанавливались отметки конической поверхности. Для этого в каждой точке замера игла подводилась до контакта с поверхностью барабана. Момент контакта фиксировался стрелочным прибором измерительной схемы. При этом записывалось соответствующее показание индикатора k_0 . Шаг измерений вдоль образующей конуса был принят 20 мм.

При установленном числе оборотов и постоянном расходе иглой фиксировалось среднее положение свободной поверхности жидкости; этому соответствовало показание индикатора k_1 ; по показаниям индикатора определялась толщина пленки

$$h = (k_1 - k_0) l_1 / l \quad (8)$$

Здесь h — средняя толщина пленки, l_1 — расстояние от измеряемой точки до оси поворота держателя, l — расстояние от оси поворота держателя до точки касания ножек индикатора (фиг. 2).

Используя (8), легко оценить ошибку измерения толщины пленки. Относительная ошибка измерения величин l, l_1 не превышает 0.1%. Относительная ошибка в установлении поверхности пленки состоит из относительной ошибки стрелочного прибора счетной схемы, не превышающей 2%, и относительной ошибки индикатора. Относительная ошибка в установлении отметки поверхности барабана состоит из ошибки в установке конической поверхности относительно оси (биение) и относительной ошибки индикатора; абсолютная ошибка индикатора равна 0.002 мм, биение — 0.015 мм. Окончательно относительная ошибка толщины пленки

$$\eta = 0.021 + 0.019 / (k_1 - k_0)$$

Значение $k_1 - k_0$ колеблется в пределах 0.2—0.7 мм. Так для значений $k_1 - k_0 = 0.2, 0.45, 0.7$ мм соответственно будет $\eta = 11.6, 6.3, 4.9\%$.

Измерения и расчеты глубин потока проводились для некоторых режимов. Пусть x — расстояние вдоль образующей конуса от торца чашки b (фиг. 1). Диаметр начальной окружности конуса $D_0 = 218$ мм, длина образующей $L = 215$ мм. Выполненной обработке поверхности барабана соответствуют значения ϵ по шкале А. Д. Альтшуля [2] от $2 \cdot 10^{-4}$ до $2 \cdot 10^{-3}$ см. Расчет свободной поверхности слоя в случае цилиндра ($\varphi = 0^\circ$), согласно (7), сводится к интегрированию

$$dx = \frac{8}{\lambda} \left(\frac{\omega^2 r}{Q^2} h^2 - 1 \right) dh \quad (h = h_* \text{ при } x = L)$$

Расчет распределения глубины вдоль образующей конуса производился по системе уравнений (1) — (3). Для сравнения приводим значения экспериментальных h' и рассчитанных h глубин потока вдоль образующей конуса (в мм)

$x =$	15	35	55	75	95	115	135	155	175	195	211
$h' =$	1.850	1.820	1.830	1.690	1.50	1.380	1.490	1.450	1.270	1.090	0.675
$h =$	1.613	1.583	1.550	1.514	1.476	1.433	1.382	1.322	1.247	1.147	0.988
$\delta =$	12.8	13	15.3	10.4	1.6	3.84	7.25	8.85	1.80	5.22	46.5
$h' =$	0.745	0.772	0.672	0.655	0.561	0.595	0.630	0.592	0.600	0.565	0.343
$h =$	0.650	0.527	0.518	0.515	0.512	0.508	0.505	0.501	0.497	0.494	0.491
$\delta =$	12.7	31.8	22.9	21.4	8.74	14.6	19.8	15.1	17.2	12.5	30.2

В верхней части данные приведены для режима $\varphi = 0^\circ, Q_1 = 350$ см³/сек, $n = 600$ об/мин, в нижней — для $\varphi = 3^\circ, Q_1 = 500$ см³/сек, $n = 900$ об/мин. Из этих результатов видно, что наибольшее расхождение $\delta = [h' - h] / h' \%$ имеет место в точках, близких к начальному и конечному сечениям (в этих точках сказываются начальные возмущения и концевые эффекты). Причем при большем расходе участок, на котором гасятся начальные возмущения, увеличивается. Однако на расстоянии длиной 12—14 см течение можно считать осесимметричным и установившимся. Отличие экспериментальных и теоретических результатов здесь составляет от 1 до 14%. Это расхождение можно объяснить приближенностью уравнений (1)—(2) [1].

Авторы благодарят В. В. Зыкова за изготовление прибора для измерения толщины потока, а также Г. В. Салыча — за помощь в проведении эксперимента.

Поступила 13 V 1966

ЛИТЕРАТУРА

- Васильев О. Ф., Хапилова Н. С. Уравнения движения тонкого слоя жидкости по поверхности вращающегося тела вращения. ПМТФ, 1965, № 3.
- Альтшуль А. Д. Гидравлические потери на трение в трубопроводах. Госэнергоиздат, 1963.
- Агроскин И. И., Дмитриев Т. Т., Пикалов Ф. И. Гидравлика. Госэнергоиздат, 1954.