

11. Локман Л. Измерение донного давления и нагрева при обтекании затупленного и заостренного конусов в ударной трубе. — Ракетн. техника и космонавтика, 1967, № 10.
12. Chapman D. Analysis of base pressure of supersonic velocities and comparison with experiment. — NACA Rep. 1051, 1951.
13. Nash J. E. An analysis of two-dimensional turbulent base flow, including the effect of the approaching boundary layer. — ARC RM, 1963, N 3344.
14. Антонов А. Н. Расчет взаимодействия турбулентного пограничного слоя с внешним сверхзвуковым потоком за уступом. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1971, № 3.
15. Антонов А. Н. Расчет взаимодействия турбулентного пограничного слоя с внешним сверхзвуковым потоком на вогнутом угле и на сферической кормовой части тела. — ПМТФ, 1976, № 1.
16. Donaldson S. The effect of sting supports on the base pressure on a blunt-base body in a supersonic streams. — Aeronaut. Quart, 1955, vol. 6, N 2.

УДК 532.51

СОЛИТОНЫ НА СТЕКАЮЩЕЙ ПЛЕНКЕ ПРИ УМЕРЕННЫХ РАСХОДАХ ЖИДКОСТИ

О. Ю. Цвелодуб

(Новосибирск)

С использованием гипотезы автомодельности в работе [1] получено уравнение, описывающее при умеренных расходах поведение длинноволновых возмущений на вертикальной пленке жидкости:

$$(1) \quad \left(\frac{\partial}{\partial t} + 3 \frac{\partial}{\partial x} \right) h + 6h \frac{\partial h}{\partial x} - \frac{2}{15} \text{Re} \frac{\partial}{\partial t} \left(h \frac{\partial h}{\partial t} \right) + \\ + \frac{\text{Re}}{3} \left(\frac{\partial}{\partial t} + 1,69 \frac{\partial}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial}{\partial t} + 0,71 \frac{\partial}{\partial x} \right) h + W \frac{\partial^4 h}{\partial x^4} = 0,$$

где $\text{Re} = gh_0^3/3\nu^2$; $W = \sigma/\rho gh_0^2$; h — смещение поверхности пленки от невозмущенного уровня, измеренное в единицах h_0 ; h_0 — толщина невозмущенной пленки.

Для стационарной бегущей волны $h = h(x - ct)$ из (1) получаем

$$(2) \quad (3 - c)h' + 6hh' - 2 \text{Re} c^2(hh')'/15 + \text{Re}(1,69 - c)(0,71 - c)h''/3 + \\ + Wh^{IV} = 0$$

(штрих означает дифференцирование по x).

При нахождении солитонных решений уравнения (2) его можно один раз проинтегрировать:

$$(3) \quad (3 - c)h + 3h^2 - 2 \text{Re} c^2hh'/15 + \text{Re}(1,69 - c)(0,71 - c)h'/3 + \\ + Wh''' = 0.$$

С помощью замены

$$h = aH, \quad x_1 = bx,$$

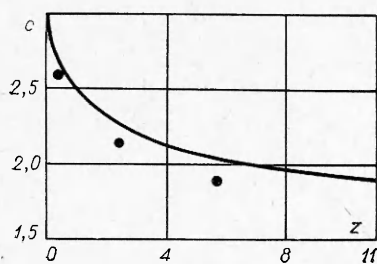
$$(4) \quad a = Wb^3, \quad b = (\text{Re}(1,69 - c)(0,71 - c)/3W)^{1/2}$$

уравнение (3) приводится к виду

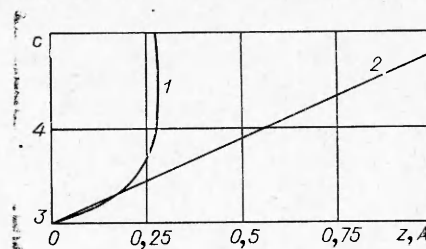
$$(5) \quad -c_1H + 3H^2 - 2mHH' + H' + H''' = 0,$$

где

$$(6) \quad c_1 = (c - 3)(3/(z(1,69 - c)(0,71 - c)))^{3/2}, \\ m = c^2z((1,69 - c)(0,71 - c)/3)^{1/2}/15, \quad z = (\text{Re}^3/W)^{1/2}.$$



Ф и г. 1



Ф и г. 2

Соотношения (4) — (6) справедливы, если

$$c > 1,69 \text{ или } c < 0,71.$$

Таким образом, задача сводится к решению уравнения (5) — для заданного значения m находятся собственное число c_1 и солитонная функция H . Значения скоростей солитонов c и соответствующие им значения $z(c)$ находятся из (6), а функции h — из (4).

Представляя солитонное решение уравнения (5) в виде интеграла Фурье

$$H = \int H_k \exp(ikx_1) dk,$$

для определения H_k получаем интегральное уравнение

$$(7) \quad H_k = (3 - ikm) \int H_k H_{k-k'} dk' / (c - i(k - k^3)).$$

В силу инвариантности уравнения (5) относительно замены

$$c_1 \rightarrow -c_1, H \rightarrow -H, x_1 \rightarrow -x_1, m \rightarrow -m$$

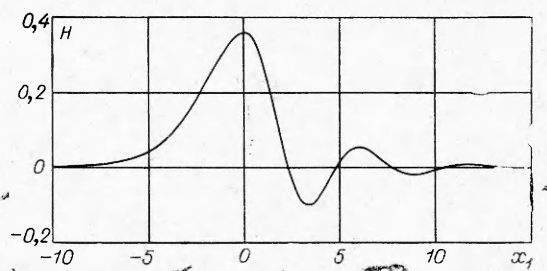
достаточно рассмотреть только область значений параметра $m \geq 0$. Уравнение (7) решалось методом, описанным в [2].

В зависимости от того больше или меньше нуля величина $\int_{-\infty}^{\infty} h dx$ солитон соответственно называют положительным или отрицательным.

На фиг. 1 дана зависимость скорости отрицательных солитонов от параметра z . Для сравнения точками нанесены данные работы [3], в которой искались солитонные решения уравнения, близкого к уравнению (2).

На фиг. 2 представлены значения скоростей найденных положительных солитонов в зависимости от z (кривая 1). Такие солитоны могут существовать только при значениях $z \leq z_* = 0,2810$. Кривая 2 дает зависимость амплитуд этих солитонов от их скорости. Здесь $A \equiv (H_{\max} - H_{\min})a$. Для $z = z_*$ вид солитона показан на фиг. 3. Скорость его $c = 4,405$, амплитуда $A = 0,784$.

Для случая $z \ll 1$ солитонные решения были найдены в [2]. При конечных значениях параметра z положительные солитоны ранее не обнаруживали, хотя именно они представляют наибольший интерес, так как в эксперименте реализуются волновые режимы в виде после-



Ф и г. 3.

довательности положительных солитонов [4]. Наличие z_* позволяет лучше понять, почему толщина остаточного слоя, по которому распространяются эти солитоны, слабо зависит от расхода жидкости Q . Если значение Q такое, что $z > z_*$, то течение перестраивается таким образом, чтобы значение параметра z , рассчитанное по толщине остаточного слоя, было порядка z_* , а избыточный расход загоняется в солитоны. Таким образом, зная z_* и Q , можно оценить число возникающих солитонов и долю участков пленки с плоской границей.

Такая оценка может быть полезна для ряда задач о тепло- и массообмене через поверхность пленки.

Поступила 22 VI 1979

ЛИТЕРАТУРА

1. Алексеев С. В., Накоряков В. Е., Покусаев Б. Г. Волнообразование при течении пленки жидкости на вертикальной стенке. — ПМТФ, 1979, № 6.
2. Цвелодуб О. Ю. Исследование гидродинамической устойчивости течений в двухфазных средах. Автореф. дис. на соиск. учен. степени канд. физ.-мат. наук. Новосибирск, ИТФ СО АН СССР, 1978.
3. Шкадов В. Я. Уединенные волны в слое вязкой жидкости. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1977, № 1.
4. Алексеев С. В., Накоряков В. Е., Покусаев Б. Г. Волны на поверхности вертикально стекающей пленки жидкости. Препринт 36—79, Новосибирск, ИТФ СО АН СССР, 1979.

УДК 532.516

НЕСТАЦИОНАРНОЕ ВРАЩЕНИЕ ЦИЛИНДРА В ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ

В. Л. Сеницкий

(Новосибирск)

Течение вязкой жидкости вокруг цилиндра, приведенного во вращательное движение с постоянной угловой скоростью, исследовалось в [1, 2]. В данной работе рассматривается задача о вращении в вязкой несжимаемой жидкости кругового цилиндра, на единицу длины которого, начиная с момента времени $t = 0$, действует постоянный момент внешних сил M . Течение жидкости предполагается плоским. При $t \leq 0$ цилиндр и жидкость покоятся.

Выберем цилиндрические координаты r, θ, z таким образом, чтобы ось z была направлена вдоль оси цилиндра. Предположим, что скорость течения $\mathbf{V}$ не зависит от θ . Тогда, как нетрудно проверить, r -компонента вектора $\mathbf{V}$ равна нулю, и рассматриваемая задача сводится к решению уравнений

$$(1) \quad \frac{\partial V_\theta}{\partial t} = \nu \left(\frac{\partial^2 V_\theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial V_\theta}{\partial r} - \frac{V_\theta}{r^2} \right);$$

$$(2) \quad I \, d\Omega/dt = M + L$$

при следующих начальных и граничных условиях:

$$(3) \quad V_\theta = 0 \text{ при } t = 0, r \geq a;$$

$$(4) \quad V_\theta = a\Omega \text{ при } r = a;$$

$$(5) \quad V_\theta \rightarrow 0 \text{ при } r \rightarrow \infty,$$