ТЕМПЕРАТУРНОЕ СОСТОЯНИЕ ПОЛУПРОЗРАЧНОЙ СФЕРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ

В. С. Зарубин *(Москва)*

Рассматривается тонкая сферическая оболочка, среда в полости которой диатермична. В отличие от работы [1] считается, что оболочка полупрозрачна и имеет различные оптические характеристики в области коротковолнового (солнечного) и длинноволнового (собственного) излучений. В остальном постановка задачи аналогична работе [1]. В частности, температура по толщине оболочки считается неизменной, а передачей тепла теплопроводностью вдоль оболочки пренебрегается.

Извне на оболочку падают переменные по поверхности удельные лучистые тепловые потоки $q_1(\vartheta, \psi)$ и $q_2(\vartheta, \psi)$, причем ϑ и ψ — угловые координаты точки сферы $(0 \leqslant \vartheta \leqslant \pi,\ 0 \leqslant \psi \leqslant 2\pi)$. Здесь и в дальнейшем параметры с индексом 1 относятся к коротковолновому, а с индексом 2 — к длинноволновому излучению. Степень поглощения, отражения и пропускания оболочкой лучистых потоков $q_1(\vartheta, \psi)$ и $q_2(\vartheta, \psi)$ характеризуется соответственно коэффициентами A_1', R_1', D_1' и A_2', R_2', D_2', которые в общем случае могут меняться по поверхности.

Предполагается, что лучистые потоки $D_1' q_1(\vartheta, \psi)$ и $D_2' q_2(\vartheta, \psi)$, прошедшие через оболочку, излучаются с ее внутренней поверхности диффузно. Диффузным также является отражение и собственное излучение внутренней поверхностью оболочки. Баланс лучистых потоков на этой поверхности для единичной площадки с координатами ϑ, ψ дает

$$q_1^*(\vartheta, \psi) = R_1 q_1^\circ + D_1' q_1(\vartheta, \psi) \tag{1}$$

$$q_2^*(\vartheta, \psi) = R_2 q_2^\circ + D_2' q_2(\vartheta, \psi) + \varepsilon q_0(\vartheta, \psi), \qquad q_0(\vartheta, \psi) = \sigma_0 T^4(\vartheta, \psi) \tag{2}$$

Здесь $q^*(\vartheta, \psi)$ и q° — эффективный и падающий удельные лучистые потоки; ε и R — степень черноты и отражательная способность внутренней поверхности оболочки, в общем случае зависящие от ϑ и ψ; σ_0 — коэффициент излучения абсолютно черного тела; $T(\vartheta, \psi)$ — температура оболочки.

При принятых выше предположениях величина q° постоянна для любой точки внутренней поверхности и равна [1]

$$q^\circ = \int_0^\pi \int_0^{2\pi} q^*(\alpha, \beta) \frac{\sin \alpha}{4\pi} d\alpha\, d\beta = \text{const} \tag{3}$$

где α и β — углы, отсчет которых аналогичен углам ϑ и ψ.

Из выражений (1) и (3) следует

$$q_1^\circ = \frac{1}{1 - R_{1,m}} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} D_1' q_1(\alpha, \beta) \frac{\sin \alpha}{4\pi} d\alpha\, d\beta \tag{4}$$

$$q_1^*(\vartheta, \psi) = D_1' q_1(\vartheta, \psi) + \frac{R_1}{1 - R_{1,m}} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} D_1' q_1(\alpha, \beta) \frac{\sin \alpha}{4\pi} d\alpha\, d\beta \tag{5}$$

где $R_{1,m}$ — усредненное по внутренней поверхности оболочки значение отражательной способности по отношению к коротковолновому излучению

$$R_{1,m} = \int_0^\pi \int_0^{2\pi} R_1 \frac{\sin \alpha}{4\pi} d\alpha\, d\beta$$

Для определения величин q_2° и $q_2^*(\vartheta, \psi)$ из выражения (2) предварительно необходимо исключить лучистый поток $q_0(\vartheta, \psi)$. Это можно сделать, составив для единичной площадки сферы уравнение баланса тепла при установившемся температурном состоянии

$$q_1^*(\vartheta, \psi) - q_1^\circ + q_2^*(\vartheta, \psi) - q_2^\circ =$$
$$= (1 - R_1') q_1(\vartheta, \psi) - D_1 q_1^\circ + (1 - R_2') q_2(\vartheta, \psi) - D_2 q_2^\circ - \varepsilon' q_0(\vartheta, \psi) \tag{6}$$

где ε' — степень черноты наружной поверхности оболочки, причем $\varepsilon' = A_2'$; D_1 и D_2 — пропускательные способности оболочки по отношению к падающим на ее внутреннюю поверхность лучистым потокам q_1° и q_2°.

После исключения из соотношений (2) и (6) величины $q_0(\vartheta, \psi)$ получается уравнение

$$(\varepsilon + \varepsilon')\, q_2^*(\vartheta, \psi) = [\varepsilon(1 - R_2') + \varepsilon' D_2']\, q_2(\vartheta, \psi) + \\ + [\varepsilon(1 - D_2) + \varepsilon' R_2]\, q_2^\circ + \varepsilon A_1' q_1(\vartheta, \psi) + \varepsilon A_1 q_1^\circ \quad (7)$$

решение которого с учетом соотношений (3) — (5) дает

$$\{(\varepsilon + \varepsilon') - [\varepsilon(1 - D_2) + \varepsilon' R_2]_m\}\, q_2^\circ = \int_0^\pi \int_0^{2\pi} [\varepsilon(1 - R_2') + \varepsilon' D_2']\, q_2(\alpha, \beta) \frac{\sin\alpha}{4\pi}\, d\alpha\, d\beta + \\ + [\varepsilon A_1]_m\, q_1^\circ + \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \varepsilon A_1' q_1(\alpha, \beta) \frac{\sin\alpha}{4\pi}\, d\alpha\, d\beta \quad (8)$$

где индекс m означает усреднение по поверхности сферы

$$F_m = \int_0^\pi \int_0^{2\pi} F(\alpha, \beta) \frac{\sin\alpha}{4\pi}\, d\alpha\, d\beta$$

После подстановки соотношений (4), (5), (7) и (8) в формулу (6) получается

$$(\varepsilon + \varepsilon')\, q_0(\vartheta, \psi) = A_1' q_1(\vartheta, \psi) + A_2' q_2(\vartheta, \psi) + \frac{A_1}{1 - R_{1,m}} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} D_1' q_1(\alpha, \beta) \frac{\sin\alpha}{4\pi}\, d\alpha\, d\beta + \\ + \frac{A_2}{\varepsilon + \varepsilon' - [\varepsilon(1 - D_2) + \varepsilon' R_2]_m} \left\{ \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \varepsilon A_1' q_1(\alpha, \beta) \frac{\sin\alpha}{4\pi}\, d\alpha\, d\beta + \right. \\ + \frac{[\varepsilon A_1]_m}{1 - R_{1,m}} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} D_1' q_1(\alpha, \beta) \frac{\sin\alpha}{4\pi}\, d\alpha\, d\beta + \\ \left. + \int_0^\pi \int_0^{2\pi} [\varepsilon(1 - R_2') + \varepsilon' D_2']\, q_2(\alpha, \beta) \frac{\sin\alpha}{4\pi}\, d\alpha\, d\beta \right\} \quad (9)$$

Отсюда находится распределение температуры по поверхности оболочки

$$T(\vartheta, \psi) = \left[\frac{q_0(\vartheta, \psi)}{\sigma_0}\right]^{1/4}$$

Если оптические характеристики оболочки не изменяются по поверхности, то выражение (9) несколько упрощается

$$(\varepsilon + \varepsilon')\, q_0(\vartheta, \psi) = A_1' q_1(\vartheta, \psi) + A_2' q_2(\vartheta, \psi) + \\ + \frac{1}{\varepsilon' A_2 + (\varepsilon' + \varepsilon) D_2} \left(A_1 D_1' \frac{1 - R_2}{1 - R_1} (\varepsilon + \varepsilon') + A_1' \varepsilon A_2 \right) \times \\ \times \int_0^\pi \int_0^{2\pi} q_1(\alpha, \beta) \frac{\sin\alpha}{4\pi}\, d\alpha\, d\beta + A_2 \frac{\varepsilon A_2' + (\varepsilon + \varepsilon') D_2'}{\varepsilon' A_2 + (\varepsilon + \varepsilon') D_2} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} q_2(\alpha, \beta) \frac{\sin\alpha}{4\pi}\, d\alpha\, d\beta \quad (10)$$

В частном случае для непрозрачной оболочки ($D_1 = D_1' = D_2 = D_2' = 0$) формула (10) приводит к ранее полученным результатам [1].

Поступила 15 II 1964

ЛИТЕРАТУРА

1. Зарубин В. С. Температурное состояние тонкой сферической оболочки. ПМТФ, 1963, № 6.