

СХЛОПЫВАНИЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ПОЛОСТИ В СЛОЕ ЖИДКОСТИ ПРИ УДАРЕ

Э. И. Андрианкин, В. К. Боболев, А. В. Дубовик

(Москва)

Рассмотрен случай удара по тонкому кольцевому слою жидкости с полостью, заполненной газом.

Решение задачи сводится к интегрированию системы двух обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Проведен качественный анализ уравнений и найдены некоторые точные решения.

Отмечены случаи пульсирования полости, исследовано влияние противодавления и вязкости. Полученные экспериментальные данные согласуются с проведенными в работе численными расчетами.

Задача о схлопывании полости в жидкости является одной из фундаментальных задач гидродинамики. Она представляет не только теоретический, но и практический интерес, так как схлопывание полостей часто происходит в смазочном слое подшипников, при кавитации, при испытании чувствительности жидких взрывчатых веществ к удару и т. д. Анализ этих вопросов посвящен ряд работ [1-8], где исследовано схлопывание сферической полости. В отличие от этих работ рассмотрим случай удара со скоростью w_0 по кольцевому слою жидкости толщиной h_0 с внешним радиусом a и внутренним b . Решение этой задачи оказывается несколько более сложным, чем в случае схлопывания сферического пузырька из-за наличия осевой компоненты скорости, конечной величины радиуса ударника a и переменной во времени толщины слоя.

Уравнения гидродинамики, описывающие процесс схлопывания полости, запишем в цилиндрической системе координат

$$\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial ru}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial p}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial r} + v \frac{\partial u}{\partial z} = - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\mu}{\rho_0} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \quad (2)$$

Слой считается тонким $h_0 \ll a$, так что давление зависит только от радиуса, а скорость $v \sim hu/a$ вдоль оси z оказывается много меньшей, чем радиальная скорость жидкости u . Поэтому уравнение движения в проекции на ось z удовлетворяется с точностью до величин второго порядка малости по h/a , как в теории пограничного слоя.

Пренебрежем сжимаемостями жидкости, ударника и наковальни. Поскольку обычно масса груза m оказывается много большей массы жидкости, то движение ударника можно считать равномерным, $w_0 = \text{const} < 0$, вплоть до очень малых толщин сдавливаемого слоя. Это допущение упрощает математическое исследование задачи, так как уравнение движения груза

$$\frac{dw}{dt} = \frac{2\pi}{m} \int_b^a pr \, dr, \quad h = h_0 + \int_0^t w \, dt \quad (3)$$

автоматически удовлетворяется, если $m \rightarrow \infty$, а $w = w_0$.

Сжатие газа в полости можно считать адиабатическим, а скорость звука в газе — много большей скорости границы полости r_+ . Поэтому давление внутри полости будет всюду одинаково и равно

$$p_+ = p_0 (b/r_+)^{2\gamma} (h_0/h)^\gamma \quad (4)$$

Рассмотрим сначала случай, когда силы инерции преобладают над силами вязкости

$$\rho u h^2 / \mu a > 1 \quad (5)$$

т. е. исследуем схлопывание полости в идеальной жидкости.

Течение идеальной жидкости будет безвихревым, поэтому в случае $w_0 = \text{const}$ можно найти частное решение для произвольной толщины слоя. Это легко установить, если уравнения движения записать в форме Громеки — Лэмба.

Решение для v ищем в виде

$$v = v_0 z, \quad v_0 = w_0 / h, \quad h = h_0 + w_0 t, \quad w_0 < 0 \quad (6)$$

тогда из уравнения неразрывности с использованием граничного условия $u(r_+, t) = r_+$ следует, что

$$u = -\frac{v_0 r}{2} + \frac{q}{r}, \quad q = r_+ \dot{r}_+ + \frac{v_0}{2} r_+^2 \quad (7)$$

а давление находится из (2) и (4)

$$\frac{p}{\rho_0} = \frac{v_0^2}{4} (r^2 - r_+^2) - q \ln \frac{r}{r_+} + \frac{r_+^2 - u^2}{2} + \frac{p_0}{\rho_0} \left(\frac{b}{r_+} \right)^{2\gamma} \left(\frac{h_0}{h} \right)^\gamma \quad (8)$$

Уравнение для r_+ следует из условия на внешнем радиусе ударника $p(a, t) = p_0$. В безразмерных величинах

$$\xi = \left(\frac{r_+}{a} \right)^2, \quad z_1 = \frac{h}{a}, \quad \tau = \frac{|w_0| t}{h_0}, \quad \varepsilon = \frac{h_0}{a}, \quad \beta = \left(\frac{b}{a} \right)^2, \quad \lambda = \frac{8 p_0 \varepsilon^2}{\rho_0 w_0^2} \quad (9)$$

это уравнение имеет вид

$$2\xi \ln \xi (1 - \tau) \frac{d\xi}{d\tau} = (1 - \xi) [(\psi + \xi)^2 - 3\xi] - 2\xi^2 \ln \xi + \\ + \lambda (1 - \tau)^2 \xi \left\{ \left[\frac{\beta}{(1 - \tau)\xi} \right]^\gamma - 1 \right\}, \quad \frac{d\xi}{d\tau} = -\frac{\psi}{1 - \tau}, \quad z_1 = \varepsilon (1 - \tau) \quad (10)$$

Начальными условиями для (10) будут скорости и положения радиуса полости, т. е.

$$\psi(0) = \psi_0, \quad \xi(0) = \beta$$

При волновом рассмотрении процесса удара трудностей с постановкой граничных условий не возникает. Схема удара по несжимаемой жидкости пригодна только со времени $t_0 \gg a / c_0$, когда звуковые волны, многократно взаимодействуя, вызовут движение всего слоя. В рамках теории несжимаемой жидкости предполагается, что $c_0 \rightarrow \infty$, так что $t_0 \rightarrow 0$, но приходится вводить бесконечные силы, которые за бесконечно малый промежуток времени $(0, t_0)$ вызывают конечную скорость течения. Однако эта скорость оказывается меньшей, чем в волнах боковой разгрузки.

Для нахождения начальной скорости движения и, следовательно, величины ψ_0 применим закон сохранения количества движения в проекции на радиус к половине слоя и перейдем к пределу

$$\lim_{t_0 \rightarrow 0} \int_0^{t_0} dt \int_{r_+}^a p dr = \rho_0 h \int_{r_+}^a u r dr$$

Подставляя в это соотношение выражение скорости и давления, взятые из формул (7) и (8), учитывая, что $r_+(0) = b$, найдем

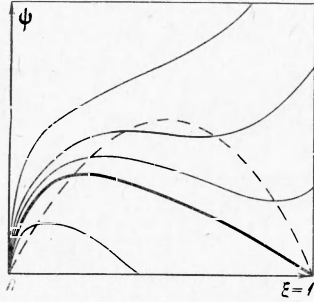
$$\psi_0 = \frac{\beta - \beta \ln \beta - 1}{\ln \beta}, \quad q(0) = \frac{w_0 a (\beta - 1)}{2 \varepsilon \ln \beta} \quad (11)$$

Используя формулы (7), (8) и (11), можно определить начальные скорости движения на внешней u_- и внутренней u_+ границах слоя, а также начальное положение нейтральной линии r^0

$$u_-(0) = -\frac{w_0\psi_0}{2\varepsilon} > 0, \quad u_+(0) = \frac{w_0\psi_0}{2\varepsilon\sqrt{\beta}}, \quad \left(\frac{r^0}{a}\right)^2 = \frac{\beta-1}{\ln\beta} \quad (12)$$

Для максимума давления, где $(\partial p / \partial r)_{r=r_*} = 0$, будем иметь

$$\left(\frac{r_*}{a}\right)^2 = \frac{(\beta-1)[3\beta\ln^2\beta - (1-\beta)^2]}{2\beta(\ln\beta)^3} \quad (13)$$



Фиг. 1

Так как $\beta < 1$, то из (12) следует, что в начальный момент времени истечение внутри происходит быстрее, чем наружу $u_+(0) > |u_-(0)|$. Из (13) можно показать также, что при $t \rightarrow 0$ нейтральная линия расположена дальше от центра, чем положение максимума давления, так что существует зона внутри слоя, где течение происходит против градиента давления. Такая ситуация облегчает возникновение неустойчивости.

Исследуем поведение решения системы уравнений (10) в двух случаях: когда давления в полости p_+ и снаружи p_- равны нулю и когда существует внутреннее давление в полости, но $p_- = 0$ и, кроме того, $\gamma = 2$. В этих случаях из системы (10) можно получить одно уравнение первого порядка

$$2\psi\xi\ln\xi\frac{d\psi}{d\xi} = (1-\xi)[3\xi - (\psi+\xi)^2] + 2\xi^2\ln\xi - \frac{\lambda\beta^2}{\xi}, \quad \psi(\beta) = \psi_0(\beta) \quad (14)$$

В случае отсутствия противодействия ($\lambda = 0$) поле интегральных кривых уравнения (14) изображено на фиг. 1. Ось ψ — особое решение, ось ξ является изоклиной бесконечностей. Изоклина нулей при $\lambda = 0$

$$\psi = -\xi \pm \left(3\xi + \frac{2\xi^2\ln\xi}{1-\xi} - \frac{\lambda\beta^2}{\xi(1-\xi)}\right)^{1/2} \quad (15)$$

пересекает ось ξ в двух особых точках. Точка $\xi = 0, \psi = 0$ — узел, интегральные кривые касаются оси ψ по закону

$$\psi = A/\sqrt{|\ln\xi|}, \quad A = \text{const} \quad (16)$$

Точка $\xi = 1, \psi = 0$ — седло с наклонами сепаратрис $K_{1,2} = \pm \frac{1}{2}(1 \pm \sqrt{3})$, так что $K_2 > (d\psi_0/d\xi)_1$ и поэтому разделяющая кривая проходит ниже изоклины нулей (пунктир на фиг. 1). Считая $\psi(\xi)$ известной функцией, из (10) можно найти

$$\ln(1-\tau) = \int_{\beta}^{\xi} \frac{d\xi}{\psi} \quad (17)$$

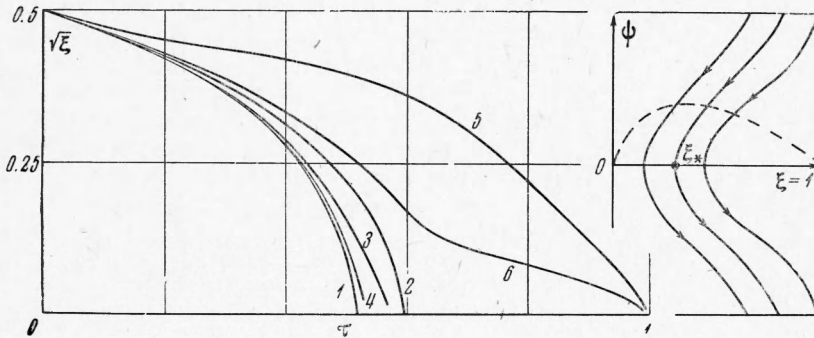
Из (16) видно, что этот интеграл сходится, и, следовательно, схлопывание полости происходит за конечное время $\tau_k < 1$.

Численное интегрирование уравнения (10) для случая $\beta = 0.25$ и $\lambda = 0$ дало, соответственно, $\tau_k \approx 0.517$ (см. кривую 1 на фиг. 2). На этой же фиг. 2 приведены расчетные кривые для $\lambda = 0.343$ — кривая 3 и $\lambda = 0.078$ — кривая 4. Из хода кривых видно, что противодействие оказывается существенным в конце, так как давление газа $p \sim (h_0 b^2 / h r_+^2)^{\gamma}$ быстро повышается при малых r_+ .

В момент схлопывания скорость u_+ бесконечно возрастает, однако интеграл энергии E сходится

$$u_+ \sim \frac{1}{r_+ \sqrt{\ln r_+}}, \quad E \sim \lim_{r_+ \rightarrow 0} \int_{r_+}^a \rho_0 (u^2 + v^2) r dr$$

После схлопывания происходит перестройка течения и связанная с ней диссипация энергии.



Фиг. 2

Фиг. 3

Рассмотрим теперь другой случай ($p_- = 0, \gamma = 2$), для которого $p_+ > 0$ и газ в полости играет роль упругого поршня. Если $\lambda\beta^2 > K_*$, которое определяется из условия

$$K_* = \max [3\xi^2 (1 - \xi) + 2\xi^3 \ln \xi]$$

что на интервале $0 < \xi < 1$ подкоренное выражение в (15) отрицательно, то особых точек в полосе $0 \leq \xi \leq 1$ нет, интегральные кривые пересекают ось ξ с бесконечной производной ($\psi \sim \sqrt{\xi - \xi_*}$) и приближаются к прямой $\xi = 1$ (фиг. 3) с асимптотикой

$$\psi^2 = -\lambda\beta^2 \ln (1 - \xi) + \text{const} \quad (18)$$

Радиус полости вначале уменьшается (линия начальных условий обозначена пунктиром) до значения $\sqrt{\xi_*(\beta)}$, но потом снова возрастает (так как ψ становится отрицательным), стремясь к единице, что физически означает выплеск всей жидкости. Выплеск происходит при конечной толщине слоя в момент времени $\tau_* < 1$, так как интеграл (17) при $\xi \rightarrow \xi_*$ сходится.

Если $\lambda\beta^2 < K_*$, то ход интегральных кривых существенно усложняется и указывает на колебательный режим. Действительно, пусть $\lambda\beta^2$ мало, тогда изоклина нулей ψ_0 пересекает ось ξ — изоклину бесконечностей — в двух особых точках ξ_1 и ξ_2 , близко расположенных соответственно к $\xi = 0$ и $\xi = 1$. Пользуясь этим при разложении правой части уравнения (14) в ряд в окрестности особых точек, нетрудно установить, что особая точка $(\xi_1, 0)$ — фокус, а $(\xi_2, 0)$ — седло с наклонами сепаратрис $(d\psi_0/d\xi)_2 \approx \pm 1$. Изоклина нулей в точке $(0, \xi_2)$ имеет наклон $(d\psi_0/d\xi)_2 \approx 2/(1 - \xi_2)^2$.

Асимптотика интегральных кривых при $\xi \rightarrow 1$ дается формулой (18). Вблизи фокуса уравнение (14) приводится к виду

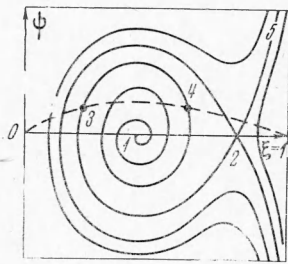
$$\frac{d\psi}{d\Delta} = \frac{3\Delta + \xi_1\psi}{\psi\xi_1 \ln \xi_1}, \quad \xi = \xi_1 + \Delta$$

Из его решения

$$r^2 \sim \frac{A\xi_1 |\ln \xi_1|}{\cos^2 \varphi} \exp K\xi_1 \varphi, \quad A > 0, \quad K > 0$$

следует, что интегральные кривые выходят из фокуса, как изображено на фиг. 4. Из фиг. 4 видно, что до выплеска происходит одно или несколько колебаний полости, в зависимости от того, принадлежит начальное условие какой-либо кривой фокуса (участок 3—4 на линии начальных условий — пункт на фиг. 4), или нет.

Выплеск происходит за время $\tau_k < 1$ для всех решений, исключая сепаратису 5—2. Приближаясь вдоль нее к оси ψ , интеграл (17) расхо-



Фиг. 4

дится ($\psi \sim \xi - \xi_2$) и $\tau_k \rightarrow 1$. При этом интересно, что радиус газовой полости в конечный момент сдвигания стремится к пределу. Давление при $h \rightarrow 0$ в задаче без полости [6,9] бесконечно возрастает по закону

$$p \sim \frac{3}{4} \frac{\rho_0 a^2 \omega_0^2}{h^2} \left[1 - \left(\frac{r}{a} \right)^2 \right]$$

но при $\gamma = 2$ и $r \rightarrow r_k$ и давление в газовой полости также возрастает пропорционально

$$p_0 (b^2 h_0 / r_k^2 h)^\gamma \sim 1/h^2$$

поэтому этот случай также возможен.

В случаях $\gamma \neq 2$, когда система (10) не сводится к одному уравнению, о ходе решения можно судить из сравнения с уже рассмотренными частными случаями (14).

Очевидно, например, что если β близко к единице, то при ударе произойдет выплеск, так как конечное повышение давления при сжатии за конечное время может выдавить достаточно тонкий слой жидкости.

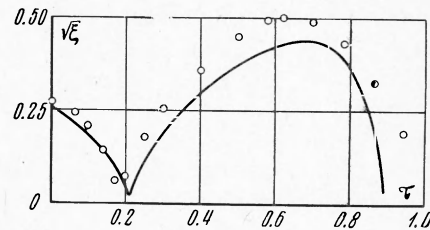
Численным расчетом, например, для случая $\beta = 0.9$, $\varepsilon = 0.1$ и $\gamma = 1.4$ было найдено, что в момент выплеска $\tau \approx 0.4$.

Если произошли колебания полости и ее радиус оказался достаточно мал, то при $\gamma < 2$ он может уменьшиться до нуля, так как при конечном r_k давление в жидкости, возрастающее по закону $\sim h^{-2}$, стало бы больше давления в газе $\sim h^{-\gamma}$. Этот случай аналогичен задаче без противодействия $\lambda = 0$. Поэтому схлопывание происходит при конечной толщине слоя. Мажорируя асимптотику для ψ при $\tau \rightarrow \tau_k$ в виде

$$\psi^2 = A \int_{\xi_0}^{\xi} \frac{d\xi}{\xi^\gamma \ln \xi} > A \int_{\xi_0}^{\xi} \frac{d\xi}{\xi \ln \xi} = A \ln \left| \ln \frac{\xi}{\xi_0} \right|, \quad A = \lambda \beta^\gamma (1 - \tau_k)^{2-\gamma}$$

нетрудно установить, что интеграл (17) сходится, и, следовательно, $\tau_k < 1$. Эти режимы наблюдаются и при численном счете (сплошная линия на фиг. 5). При $\gamma > 2$ и достаточно малых r_k быстрый рост давления в полости приводит к выплеску.

Расчет для случая $\gamma = 3$, $\beta = 0.25$, $\varepsilon = 0.05$ показал, что к моменту времени $\tau \approx 0.23$ полость почти схлопывается, но все же по том начинает расширяться и при $\tau \approx 0.5$ происходит выплеск.



Фиг. 5

Рассмотрим теперь вязкое течение жидкости, когда силы инерции малы и отношение (5) становится меньшим единицы. Из уравнения движения следует, что

$$\begin{aligned} u &= f(r, t) \eta (1 - \eta) \\ \eta &= z/h, \quad h = h_0 + w_0 t \end{aligned} \quad (19)$$

Используя уравнение неразрывности и граничное условие $v(h, t) = w_0$, найдем

$$f = -\frac{3w_0 r}{h} + \frac{6q}{r}, \quad v = w_0 \eta^2 (3 - 2\eta) \quad (20)$$

Удовлетворим условию на границе полости $r = r_+(t)$ в среднем

$$r_+ \dot{=} \int_0^1 u(r_+, t) d\eta \quad (21)$$

избегая тем самым кумулятивного выплеска при $\eta = 1/2$, к которому приводит параболический профиль скоростей. Из (20) и (21) следует, что

$$q = r_+ \dot{r}_+ + \frac{1}{2} w_0 r_+^2 / h \quad (22)$$

Подставляя формулы (19), (20) и (22) в уравнение движения, найдем

$$p = \frac{2\mu}{h^2} \left[\frac{3w_0(r^2 - r_+^2)}{2h} - 6q \ln \frac{r}{r_+} \right] + p_0 \left(\frac{b^2 h_0}{r_+^2 h} \right)^\gamma \quad (23)$$

Используя граничное условие $p(a, t) = p_0$ и переходя к безразмерным величинам, получаем уравнение для радиуса полости

$$\begin{aligned} (1 - \tau) \ln \xi \frac{d\xi}{d\tau} &= 1 + \xi \ln \xi - \xi + \delta (1 - \tau)^3 \left\{ 1 - \left[\frac{\beta}{\xi(1 - \tau)} \right]^\gamma \right\} \\ \xi(0) &= \beta, \quad \delta = \frac{ap_0}{3\mu |w_0|} \left(\frac{h_0}{a} \right)^3 \end{aligned} \quad (24)$$

В отсутствие противодействия это уравнение легко интегрируется

$$\tau = 1 - \frac{1 + \beta \ln \beta - \beta}{1 + \xi \ln \xi - \xi}$$

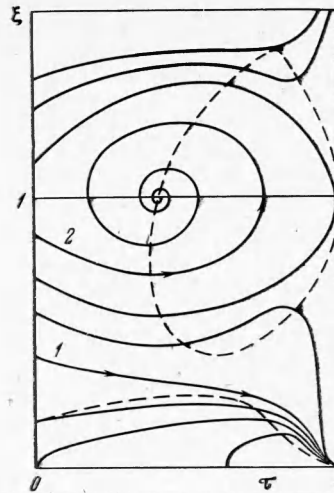
График этой функции изображен на фиг. 2 (кривая 2). Из (22) нетрудно найти также решение при условии отсутствия вытекания жидкости наружу, т. е. когда $u(a, t) = 0$

$$\tau = 1 - \frac{1 - \beta}{1 - \xi}$$

Это решение до некоторой степени характеризует запирающую роль вязкости.

Увеличение вязкости уменьшает расход жидкости при постоянном градиенте давления. Заметим, однако, что при ударе по вязкому слою давление растет [6,9] с ростом μ , так что баланс массы сохраняется.

Поле интегральных кривых уравнения (24) изображено на фиг. 6. Ось $\tau = 1$ — особое решение, оси $\xi = 0$ и $\xi = 1$ — изоклины бесконечностей. Изоклины нулей (пунктир на фиг. 6) пересекают изоклины бесконечностей в трех особых точках. Заметим, что для изображения изо-



Фиг. 6

клины нулей удобно положить, например, $\gamma = 1.5$, тогда получается квадратное уравнение относительно $1 - \tau$. Особая точка $\tau = 1$, $\xi = 1$ — седло, решение вблизи нее имеет вид

$$(1 - \xi)^2 = \frac{(1 - \tau)^{3/2}}{10} + \frac{\text{const}}{1 - \tau}$$

В особую точку $\tau = 1$, $\xi = 0$ — узел — интегральные кривые входят с асимптотикой

$$\xi = (1 - \tau)^n / \beta \delta^{1/\gamma}, \quad n = (3 - \gamma) / \gamma$$

имеющей при $\gamma < 2$ нулевую касательную. Тип особой точки $\tau = 1 - \beta$, $\xi = 1$ определяется знаком $\Delta = 1 - 4 / \gamma \delta \beta^2$. Если $\Delta < 0$, то особая точка — фокус. Случай $\Delta > 0$ (особая точка — седло) менее вероятен, так как обычно δ невелико, а $\beta < 1$.

Разлагая в ряд коэффициенты уравнения (24) вблизи $\xi = 1 + y$, $\tau = 1 - \beta + x$, найдем

$$dy / dx = \gamma \beta^2 \delta - \gamma \beta \delta x / y$$

Интегрируя это уравнение, легко установить, что фокус скручивается. Так, например, при малых δ получим

$$r^2 \approx \frac{A}{\sin^2 \varphi} \exp \left(-\gamma \beta^2 \delta \arctg \frac{\text{tg } \varphi}{\gamma \beta \delta} \right), \quad A > 0$$

В начале движения полость всегда уменьшается, так как $(d\xi / d\tau)_+ < 0$. Из хода интегральных кривых видно, что происходит полное схлопывание, когда решение (кривая 1) входит в узел. При больших радиусах полости, когда β близко к единице, решение может принадлежать фокусу (кривая 2), и, следовательно, выплеск произойдет при $\tau < 1$. Для случая $\beta = 0.9$, $\delta = 0.695$ расчет показал, что выплеск происходит уже при $\tau = 0.142$. Это не противоречит физике явления, так как при $b \rightarrow a$ и конечном h вязкое сопротивление $\sim \mu w_0 a (a - b) / h^3$ оказывается меньше силы противодействия $\sim h^{1-\gamma} b^{1-2\gamma}$. Схлопывание происходит из-за быстрого роста $\sim h^{-3}$ максимального давления в жидкости.

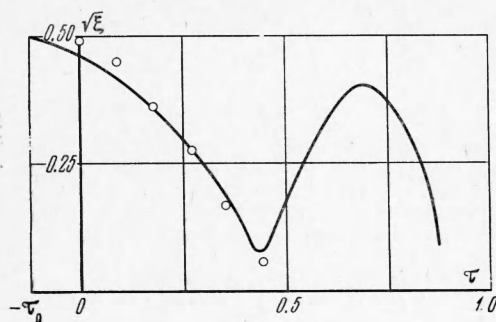
Как показали расчеты и наблюдалось на опытах, влияние противодействия на скорость схлопывания при вязком режиме (в отличие от инерционного) весьма существенно (кривые 5, 6 и 2 на фиг. 2, вычисленные для $\delta = 0.695$, $\delta = 0.0865$ и $\delta = 0$). Это легко понять, так как вязкое сопротивление уменьшает скорость схлопывания, и поэтому при равных с инерционным решением радиусах полости r_+ толщина вязкого слоя оказывается меньшей.

Иногда представляет интерес случай, когда силы инерции и силы вязкости одного порядка. Предположим, что при этом профиль скоростей параболический. Поэтому можно использовать формулы (19) и (20) для вычисления производных $\partial u / \partial t$, $\partial^2 u / \partial r^2$, $\partial p / \partial r$ и $\partial^2 u / \partial z^2$, входящих в уравнение (2). Тогда, произведя осреднение уравнения движения по z , получим

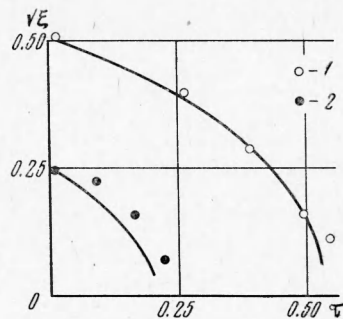
$$\begin{aligned} 2\xi \ln \xi (1 - \tau) \frac{d\psi}{d\tau} &= 1.2 (1 - \xi) [(\xi + \psi)^2 - \xi] + 2\xi \psi \ln \xi + \\ &+ \lambda \xi (1 - \tau)^2 \left\{ \left[\frac{\beta}{\xi(1 - \tau)} \right]^\gamma - 1 \right\} - \frac{v\xi}{1 - \tau} [1 - \xi + (\psi + \xi) \ln \xi] \\ v &= \frac{24}{R}, \quad R = \frac{\rho_0 h_0 |w_0|}{\mu} \end{aligned} \quad (25)$$

/Это уравнение в пределе, когда можно пренебречь силами инерции, автоматически переходит в (24). Однако движение идеальной жидкости

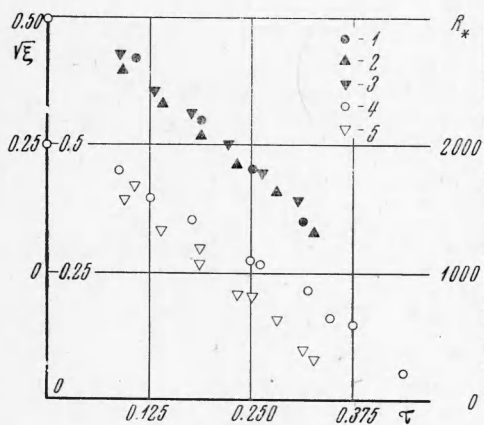
получается при $v \rightarrow 0$ только приблизительно. Это и понятно, так как с самого начала профиль скорости считался независимым от числа Рейнольдса R . На самом деле пограничный слой нарастает постепенно. Поэтому в качестве начального условия для уравнений (25) можно принять решение уравнений (10) в момент времени, когда сомкнулись пограничные слои на ударнике и наковальне [9].



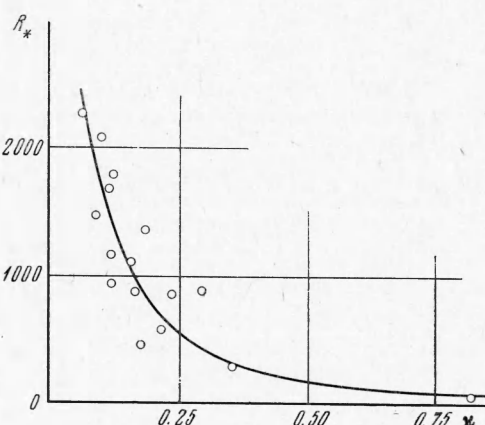
Фиг. 7



Фиг. 8



Фиг. 9



Фиг. 10

Опишем теперь некоторые экспериментальные данные. Методика проведения эксперимента подробно изложена в работе [10]. Фотографическим методом измерялся радиус воздушной полости, сжимаемой ударом груза в слое жидкости заданной толщины. Исследуемыми жидкостями были нитроглицерин $\rho_0 = 1.6 \text{ г/см}^3$ и $\mu = 0.3 \text{ пз}$ и раствор глицерина в воде $\rho_0 = 1.24 \text{ г/см}^3$ и $\mu = 3 \text{ пз}$. Скорости удара груза весом 5 кг варьировались от 1 до 4 м/сек. Толщины слоев жидкостей составляли 0.25–1.0 мм, радиус ударника был 10 мм. Высоты воздушных полостей диаметром 5 и 10 мм соответствовали толщинам слоев жидкостей.

На фиг. 5 в координатах $V\xi, \tau$ кружками нанесены значения экспериментальных данных, усредненных по нескольким параллельным опытам, для случая $\beta = 1/16$, $\varepsilon = 0.05$, $\lambda = 0.313$ и $\delta = 0.695$. Сравнение с теоретическим расчетом (сплошная линия) показывает хорошее согласие даже в процессе колебания (пульсирования) полости.

На фиг. 7 также проведено сравнение эксперимента с расчетом для случая $\beta = 0.25$, $\varepsilon = 0.05$, $\lambda = 0.313$, $\delta = 0.695$. Теорию можно хорошо согласовать с экспериментом, если выбрать начальный момент времени $\tau_0 = 0.12$, начиная с которого реальный процесс описывается гидродинамической теорией удара, из условия равенства скоростей в расчете и эксперименте.

На фиг. 8 проведено сравнение теории с экспериментом на начальном участке кривой схлопывания полости до начала колебаний при $\varepsilon = 0.025$, $\lambda = 7.8 \cdot 10^{-2}$ и $\delta = 8.7 \cdot 10^{-2}$ для $\beta = 0.25$ — кривая 1 и $\beta = 0.0625$ — кривая 2.



Фиг. 11

На фиг. 9 (верхняя часть графика) приведены опытные данные для $\beta = 0.25$, $\delta = 4.0 \pm 1.5$ и разных значений параметра λ , характеризующего силы инерции $\lambda = 0.312$ (точки — 1), $\lambda = 0.555$ (точки — 2) и $\lambda = 1.25$ (точки — 3). Экспериментальные данные хорошо ложатся на одну кривую. Это и естественно, так как противодействие резко препятствует движению границы полости только в заключительной стадии схлопывания.

На той же фиг. 9 (нижняя часть графика) приведены опытные данные для $\beta = 0.25$, $\lambda = 0.43 \pm 0.12$ и разных значений параметра ν , характеризующего влияние вязкости. Различный наклон двух групп опытов можно объяснить преобладающим влиянием сил инерции на нижней кривой (точки — 5), где параметр $\nu \approx 0.1$, входящий в уравнение (25), еще достаточно мал по сравнению с другими коэффициентами. С возрастанием влияния сил вязкости наклон кривых схлопывания уменьшается (группы точек 5; где $\nu \approx 1$).

В опытах также отмечалась малая зависимость начала возникновения неустойчивости от величины числа Рейнольдса R_* . Этот факт можно объяснить возмущающим влиянием растущего пограничного слоя на инерционный профиль скоростей.

На фиг. 10 изображена экспериментальная зависимость числа Рейнольдса $R_* = \rho_0 U_* h_* / \mu$ в момент возникновения неустойчивости (образование кумулятивной струи на границе полости) в зависимости от параметра

$$\kappa = 1/\varepsilon_* \sqrt{R} \sim \delta_*/h_{*1} \quad R = \rho_0 a u_*/\mu$$

где δ_* — толщина пограничного слоя.

Характер схлопывания цилиндрической полости при $\beta = 0.0625$, $\varepsilon = 0.05$ и скорости удара $w_0 = 2$ м/сек можно наблюдать на фиг. 11, где приведена серия кадров из съемки лупой времени ЖЛВ-2 (цифры под кадрами обозначают время в микросекундах с момента начала движения границы полости).

Отметим возникновение неустойчивости (кумулятивной струи) и наличие кавитационных пузырьков в жидкости, которые, возможно, возникают в первые моменты удара из-за растяжения жидкости при взаимодействии волн боковой разгрузки. В этом же направлении влияет и характер течения вблизи нейтральной линии против градиента давления.

Авторы благодарят А. М. Когана и Л. В. Мостовую за проведение расчетов.

Поступила 1 XII 1969

ЛИТЕРАТУРА

1. Rayleigh Lord. On the pressure developed in a liquid during the collapse of a spherical cavity. Philos. Mag., 1917, vol. 34, p. 94.
2. Забабахин Е. И. Заполнение пузырьков в вязкой жидкости. ПММ, 1960, т. 24, вып. 6.
3. Hunter C. On the collapse of an empty cavity in water. J. Fluid Mech., 1960, vol. 8, p. 2.
4. Ишлинский А. Ю. О плоском движении песка. Укр. матем. ж. 1954, т. 6, № 4.
5. Лаврентьев М. А. Кумулятивный заряд и принципы его работы. Усп. матем. н., 1957, т. 12, вып. 4.
6. Харитон Ю. Б. К вопросу детонации от удара. В сб. статей по теории взрывчатых веществ. М., Оборонгиз, 1940, стр. 177—196.
7. Боден Ф. П., Иоффе А. Д. Возбуждение и развитие взрыва в твердых и жидких веществах. М., Изд-во иностр. лит., 1955.
8. Покровский Г. И. Взрыв. М., «Недра», 1964.
9. Андрианкин Э. И. Растекание вязкой капли при ударе. ПМТФ, 1966, № 5.
10. Бобелев В. К., Дубовик А. В. Кумулятивные струи при схлопывании полостей в тонких слоях жидкостей, ПМТФ, 1970, № 2.