

УДК 539.375

## ПРЕДЕЛЬНАЯ СКОРОСТЬ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ТРЕЩИН В ДИНАМИЧЕСКИ РАЗРУШАЕМЫХ МАТЕРИАЛАХ

В. А. Морозов, Г. Г. Савенков\*

Санкт-Петербургский государственный университет, 198504 Санкт-Петербург

\* Научно-исследовательский институт "Поиск", 188162 Мурино Ленинградской области

E-mail: sav-georgij@yandex.ru

Рассмотрена модель фрактальной трещины. Установлено, что предельная скорость распространения трещины определяется фрактальной размерностью ее контура. Показано, что для промышленных сталей предельное значение скорости трещин находится в диапазоне  $V_{lim} = (0,155 \div 0,537)c_1$  ( $c_1$  — скорость звука).

Ключевые слова: фрактальная трещина, скорость звука, масштаб времени, размерность.

**Введение.** В условиях динамического нагружения материалов микро-, субмикро- или наносекундным импульсом растяжения скорость распространения трещины должна быть близка к предельной, которая считается равной скорости рэлеевской волны  $c_R$ . Со скоростью рэлеевской волны совпадает максимальная скорость прямолинейно распространяющейся трещины [1]. Однако существуют и другие теоретические оценки предельной скорости  $V_{lim}$  (например, оценки Иоффе, Броберга и др.) [2]. В работе [2] приведены экспериментальные данные, из анализа которых следует, что для достаточно большого количества конструкционных материалов (в частности, для сталей) значения  $V_{lim}$  находятся в диапазоне  $(0,17 \div 0,90)c_1$  ( $c_1$  — скорость звука). Известная оценка предельной скорости [2], выполненная на основе анализа размерностей с использованием понятия кинетической энергии, дает значение  $V_{lim} \approx 0,38c_1$ , что при значении коэффициента Пуассона  $\nu = 0,3$  соответствует значению  $V_{lim} \approx 0,49c_R$  или  $V_{lim} \approx 0,45c_2$  ( $c_2$  — скорость поперечных звуковых волн).

В табл. 5 работы [2] приведены четыре значения скорости звука для сталей: 5030, 5420, 5580, 5850 м/с. Очевидно, что первое значение — скорость распространения продольной упругой волны в тонком стержне  $c_1 = \sqrt{E/\rho_0}$ , четвертое — скорость распространения продольной упругой волны в неограниченном пространстве  $c_1 = \sqrt{(K + 4/(3G))/\rho_0}$  ( $K$ ,  $G$  — модуль объемного сжатия и модуль сдвига соответственно;  $\rho_0$  — плотность материала). Второе и третье значения в работе [2] не поясняются. Однако в любом случае при  $V_{lim} \gtrsim 0,56c_1$  для сталей скорость трещины превышает скорость волны Рэлея, поэтому можно предположить, что либо приведенные в [2] экспериментальные значения  $V_{lim} > 0,56c_1$  являются ошибочными, либо в экспериментах приток энергии к вершине трещины происходил со скоростью, превышающей скорость рэлеевской волны, что маловероятно. Согласно данным [1]  $V_{lim} = (0,4 \div 0,6)c_2$ , а согласно данным работы [3], в которой с использованием экстремального принципа максимума мощности диссипации учитыва-

лась шероховатость берегов динамически распространяющейся трещины, для трещины отрыва  $V_{\text{lim}} = (0,476 \div 0,520)c_2$ . Существует большое количество работ, в которых приводятся экспериментально-теоретические оценки предельной скорости, причем в каждой из них эти оценки имеют разные значения. Такой разброс обусловлен не только естественной погрешностью эксперимента, но и другими факторами, такими как структурно-масштабные и топологические свойства материалов и трещины. В настоящей работе исследуется влияние фрактальности разрушения на предельную скорость трещины.

**Модель фрактальной трещины.** Как известно, макроскопически прямолинейная трещина распространяется на микроуровне по криволинейной траектории, скачкообразно осциллирующей случайным образом в окрестности прямой. Вследствие такого распространения трещины ее поверхность и контур имеют сложную геометрию и на некотором мезомасштабном уровне обладают фрактальными свойствами. В настоящее время это утверждение доказано экспериментально как для квазистатических, так и для динамических режимов распространения трещин [4]. Ясно, что сложный фрактальный характер поверхности и контура должен оказывать существенное, а, возможно, и основное влияние на кинетику процесса распространения трещины.

С учетом фрактальности трещины проведем оценку ее предельной скорости распространения в вязкоупругой среде (пластическая зона отсутствует). Будем полагать также, что процесс развития трещины происходит при изменении только механической энергии, а ее предельная скорость на строго прямолинейном участке равна скорости волны Рэлея. Кроме того, фрактальные свойства трещины означают, что она распространяется дискретно (скачкообразно) [5], причем каждый скачок имеет характер микровзрыва [6].

Рассматривая для определенности только трещину отрыва, представим приращение длины фрактальной трещины  $dl_f$  в виде суммы двух слагаемых:

$$dl_f = dl_v + dl_{vf}. \quad (1)$$

Здесь первое слагаемое является масштабно независимой величиной, а второе определяет приращение длины трещины в зависимости от масштаба измерения и является (так же, как и первое слагаемое) функцией фрактального времени. Фрактальное время введем следующим образом: дискретному множеству скачков трещины соответствует множество моментов времени, к которому применяется понятие фрактальной размерности (при развитии трещины существует также “мертвое” время, когда отсутствует приток энергии, в результате чего очередной скачок трещины задерживается) [7].

Зависимость (1) запишем в виде

$$\frac{dl_f}{dt} = \frac{dl_v}{dt} + \frac{dl_{vf}}{dt}. \quad (2)$$

Тогда скорость фрактальной трещины определяется по формуле

$$V_f = V_v + V_{vf},$$

где  $V_v$  — скорость трещины в обычном понимании;  $V_{vf}$  — вклад в скорость фрактальной составляющей трещины.

Скорость  $V_v$  распространения трещин при действии сверхкритических нагрузок определяется в результате решения задачи динамической теории упругости при произвольном законе движения трещины. При этом необходимо знать коэффициент интенсивности напряжений  $K_I$ , зависящий от закона движения трещины. Однако для рассматриваемого процесса распространения трещины ее конечная длина является суммой длин докритических микротрещин, каждая из которых образуется за время, меньшее  $10^{-7}$  с. Согласно [8] длительность образования этих микротрещин удовлетворяет кинетическому уравнению

Журкова. Поэтому для определения скорости докритических трещин можно использовать соотношение, полученное в [1] в рамках теории флуктуаций:

$$V_v = V_0 \exp [(\xi K_I - U_0)/(RT)]. \quad (3)$$

Здесь  $V_0$  — постоянная материала;  $K_I$  — коэффициент интенсивности напряжений при отрыве;  $\xi$  — коэффициент;  $U_0$  — энергия межатомной связи;  $R$  — газовая постоянная;  $T$  — температура. Очевидно, что  $U_0 \gg \xi K_I$ . Тогда для сталей, даже полагая  $V_0 = c_R$ , при  $U_0 \approx 210$  кДж/моль,  $T = 1273$  К,  $R = 8,314$  Дж/(моль · К) получаем очень малое значение  $V_v$ , которым далее можно пренебречь.

Для дифференциала в (1) справедливо соотношение (см. работу [9] и библиографию к ней)

$$dl_{vf} \sim dt^{1/D_f},$$

где  $D_f$  — фрактальная размерность контура трещины. Полученное соотношение можно записать в точном виде

$$\frac{dl_{vf}}{l_0} = \left(\frac{dt}{t_0}\right)^{1/D_f}. \quad (4)$$

Здесь  $l_0$  — масштаб длины трещины;  $t_0$  — масштаб времени [9, 10]. Соотношение (4) представим в следующей форме:

$$\frac{dl_{vf}}{dt} = \frac{l_0}{t_0} \left(\frac{t_0}{dt}\right)^{1-1/D_f}. \quad (5)$$

Очевидно, что  $l_0/t_0 = c_R$ . Тогда (5) записывается в виде

$$V_f = c_R \left(\frac{t_0}{dt}\right)^{1-1/D_f}. \quad (6)$$

Фрактальная размерность  $D_f$  контура трещины изменяется от значения  $D_f = 1$  (трещина с гладкими берегами) до значения  $D_f = 2$  (“вязкая” трещина с поверхностью разрушения ямочного типа), т. е. в зависимости от фрактальной размерности  $V_f$  находится в диапазоне от значения  $c_R$  до значения  $c_R \sqrt{t_0/dt}$ .

Определим значение  $V_f$ , перейдя в (6) от дифференциала  $dt$  к конечной разности  $\Delta t \rightarrow 0$ . В результате для выражения  $t_0/\Delta t$  получаем неопределенность типа  $0/0$ , поскольку знаменатель является бесконечно малой величиной по определению, а стремление к нулю числителя вытекает из следующих рассуждений. При фиксированном значении отношения  $l_0/t_0$ , равном скорости волны Рэлея  $c_R$ , временной масштаб  $t_0$  определяется выбором масштаба длины  $l_0$ , который должен быть достаточно малым (согласно [11] для металлов при  $T = 0$  К значения критического размера трещины равны  $(0,3 \div 0,4)a$  ( $a$  — параметр кристаллической решетки при  $T = 0$  К)) и не должен приводить к образованию трещины критического размера. Таким требованиям удовлетворяет значение  $l_0 = 0,3a$ . При этом значении  $l_0$  временной масштаб  $t_0$  для металлов по порядку величины равен  $10^{-14}$  с, т. е. числитель  $t_0$  является малой, хотя и конечной, величиной.

Значение  $\Delta t$  может быть равно только одному физическому параметру — времени “жизни” разрушающей флуктуации плотности (дилатона), которая обуславливает взрывоподобное зарождение трещины [6]. Время “жизни” дилатона  $t_d$  определяется длиной свободного пробега фононов  $\Lambda$  и их скоростью:

$$t_d = \Lambda/c_1. \quad (7)$$

Учитывая, что  $\Lambda \approx 10^{-8}$  м [6], получаем  $t_d = \Delta t \approx 10^{-12}$  с, т. е. условие бесконечной малости знаменателя выполнено.

Подставляя значение  $t_0$  и выражение (7) в (6), получаем выражение для скорости фрактальной трещины

$$V_f = c_R \left( \frac{0,3ac_1}{\Lambda_{CR}} \right)^{1-1/D_f}. \quad (8)$$

#### Экспериментально-расчетная проверка модели. Обсуждение результатов.

В экспериментах по проверке соотношения (8) для скорости фрактальной трещины исследовались образцы из стали марки Ст.10. Механические характеристики испытанных образцов стали имели следующие значения: предел прочности  $\sigma_b = 425$  МПа, предел текучести  $\sigma_{0,2} = 225$  МПа, относительное удлинение  $\delta_5 = 24$  %, относительное сужение  $\psi = 58$  %. Образцы представляли собой диски толщиной 5 мм с вырезанными вдоль диаметра на глубину 2 мм концентраторами напряжений с углами раствора  $\alpha = 60, 90, 120^\circ$ . Образцы разрушались по схеме симметричного трехточечного изгиба с помощью заряда высокобризантного взрывчатого вещества, заключенного в цилиндрическую тонкостенную металлическую оболочку (рис. 1, а). Длительность импульса давления  $t_{imp} = 1$  мкс, максимальное давление — 30 ГПа. При подрыве заряда часть оболочки вминалась в образец и разрушение происходило до крайней точки вмятины (рис. 1, б). Это свидетельствует о том, что длительность импульса разрушения не меньше длительности импульса нагружения. В этом случае верхнюю оценку скорости трещины  $V_{f1}$  можно получить с помощью зависимости

$$V_{f1} = L/t_{imp},$$

где  $L$  — полная длина профиля зоны разрушения.

Методом вертикальных сечений по тангенсу угла наклона прямой полная длина профиля  $L$  — шаг его измерения  $h$  на каждом образце определялась фрактальная размерность зоны разрушения. Полученные экспериментальные значения скоростей трещин, фрактальных размерностей, а также вычисленные по формуле (8) значения скоростей трещин для экспериментально определенных фрактальных размерностей приведены в табл. 1. Фрактограмма поверхности разрушения образца показана на рис. 2.

Анализ полученных результатов показывает, что экспериментальные верхние оценки и расчетные значения скоростей трещин удовлетворительно согласуются. Также можно отметить, что полученные в настоящей работе значения скоростей трещин близки к зна-

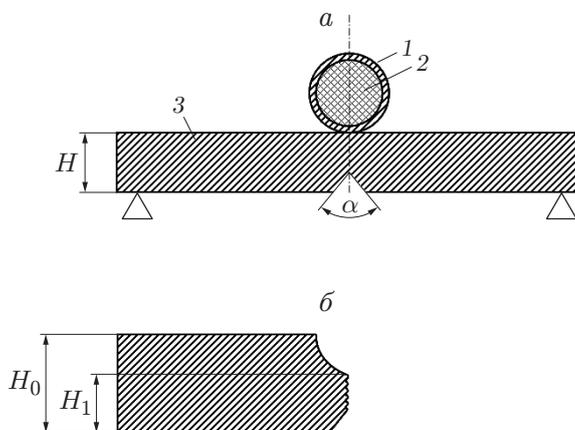


Рис. 1. Схема нагружения образца:

$a$  — образец до нагружения,  $b$  — образец после разрушения; 1 — оболочка, 2 — заряд взрывчатого вещества, 3 — образец

Таблица 1

Расчетно-экспериментальные характеристики разрушения образцов из стали марки Ст.10

$\alpha$ , град	$D_f$	$(V_{f1})_э$ , м/с	$(V_{f1})_р$ , м/с
60	1,04	2800	2510
90	1,10	2100	2000
120	1,12	1900	1800

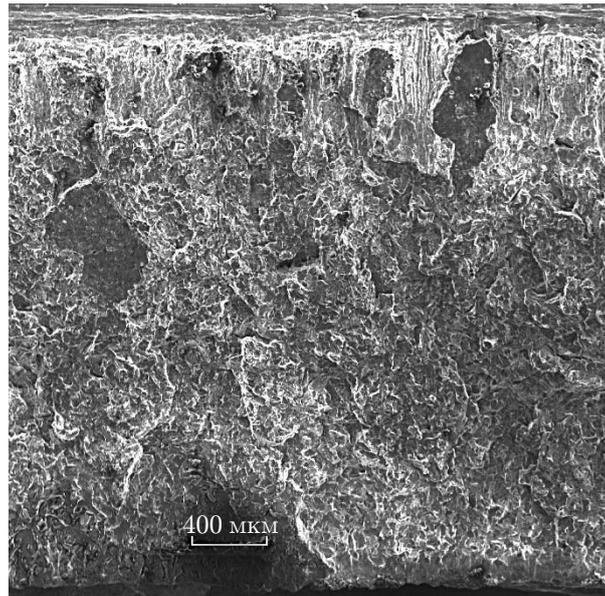


Рис. 2. Фрактограмма поверхности разрушения образца с углом раствора концентратора  $\alpha = 90^\circ$

чениям скоростей трещин, полученным при динамических испытаниях по схеме трехточечного изгиба и при испытаниях на разрыв образцов из трансформаторной стали [12]. Однако скорость нагружения образцов в [12] значительно ниже.

Расчет по формуле (8) скорости трещины для малоуглеродистой стали типа Ст.10 или Ст.20 (для этих марок стали при нормальных условиях квазистатических испытаний имеет место вязкий характер поверхности разрушения, следовательно, можно ожидать, что их фрактальная размерность будет близка к двум) при  $D_f = 2$ ,  $c_1 = 5050$  м/с,  $c_R = 2960$  м/с,  $a = 2,8606 \cdot 10^{-10}$  м,  $\Lambda = 1,1 \cdot 10^{-8}$  м (значение  $\Lambda$  взято из [6]) дает приближенное значение  $V_f \approx 0,114c_R \approx 340$  м/с, которое удовлетворительно согласуется с экспериментальным значением скорости трещины ( $V \approx 400$  м/с) для малоуглеродистой стали, приведенным в [13] (следует отметить, что в [13] установлено существование зависимости скорости трещины от степени шероховатости излома). Более типичные значения фрактальной размерности контура трещины в условиях динамического и квазистатического нагружения для сталей находятся в диапазоне  $D_f = 1,1 \div 1,6$  [5, 14–17]. Для сталей ферритно-перлитного и мартенситного классов экспериментальные предельные скорости трещин при  $\nu = 0,3$  равны  $V_{lim} \approx (0,200 \div 0,674)c_R \approx (0,184 \div 0,620)c_2 \approx (0,155 \div 0,520)c_1$  (значения параметров, входящих в (8), указаны выше), а для сталей аустенитного класса ( $a = 3,645 \cdot 10^{-10}$  м, остальные параметры те же)  $V_{lim} = (0,217 \div 0,690)c_R \approx (0,200 \div 0,635)c_2 \approx (0,170 \div 0,537)c_1$ . Полученные расчетные значения предельных скоростей трещин свидетельствуют об адекватности выбора масштабов времени и длины, а также промежутка времени  $\Delta t = dt$  в соотношении (6).

Таблица 2

Предельные скорости трещин для чистых металлов ( $D_f = 2$ )

Металл	$c_1$ , м/с	$c_R$ , м/с	$\nu$	$a$ , Å	$\Lambda_1$ , нм	$\Lambda_2$ , нм	$V_{1\text{lim}}$ , м/с	$V_{2\text{lim}}$ , м/с
Алюминий	5080	2885	0,340	4,04	80	40	150	300,0
Серебро	2810	1570	0,400	4,08	—	140	—	157,0
Медь	3710	2115	0,330	3,60	37	74	151	75,5
Никель	4785	2720	0,350	3,50	53	15	160	565,0
Железо	5170	2970	0,300	2,80	16	11	288	420,0
Молибден	5615	3190	0,335	3,10	17	12	315	446,0

В табл. 2 представлены расчетные значения предельных скоростей трещин ( $D_f = 2$ ), полученные для ряда чистых металлов при двух расчетных значениях длины свободного пробега фононов, взятых из табл. 2 в работе [6] (значения скоростей звука и коэффициентов Пуассона, по которым определялись скорости волн Рэлея, взяты из [18]). Несмотря на то что все значения скоростей получены расчетным путем, они достаточно реалистичны и находятся в диапазоне  $V_f \approx (0,05 \div 0,10)c_R$ .

Более того, при экспериментальной проверке соотношения (8) удовлетворительную оценку скорости трещины при динамическом нагружении можно получить только с использованием результатов определения фрактальной размерности ее контура.

Рассмотрим влияние скорости процесса, которую будем характеризовать скоростью деформации  $\dot{\epsilon}$ , на максимальную скорость трещины. В соответствии с экспериментальными данными работ [16, 17] фрактальную размерность можно представить в виде функции скорости деформации

$$D_f = -\alpha\dot{\epsilon} + \gamma, \quad (9)$$

где  $\alpha$ ,  $\gamma$  — экспериментальные постоянные. Например, для марок стали Ст.28сп, 12Х18Н10Т и сплава ХН75ВМЮ при  $\dot{\epsilon} \geq 1,3 \cdot 10^4 \text{ с}^{-1}$   $\alpha = 0,90 \cdot 10^{-5}$ ;  $10^{-5}$ ;  $1,23 \cdot 10^{-5}$  с и  $\gamma = 1,38$ ;  $1,87$ ;  $2,00$  соответственно. Из (8), (9) следует, что чем больше скорость деформации (т. е. чем выше скорость процесса), тем больше максимальная скорость распространения трещины. Этот вывод соответствует физическим закономерностям процесса разрушения.

**Заключение.** На основе достаточно простых соотношений, результатов экспериментов и оценочных расчетов, полученных в работе, можно сделать следующие выводы. Фрактальные свойства распространяющихся трещин оказывают существенное влияние на скорость их роста. Наиболее реальные предельные значения скоростей трещин для промышленных сталей находятся в диапазоне  $V_{\text{lim}} = (0,155 \div 0,537)c_1$ .

## ЛИТЕРАТУРА

1. Черепанов Г. П. Механика хрупкого разрушения. М.: Наука, 1974.
2. Финкель В. М. Физика разрушения. М.: Металлургия, 1970.
3. Слепян Л. И. Критерий максимума диссипации в динамике трещин // Докл. РАН. 1992. Т. 324, № 1. С. 69–72.
4. Иванова В. С. Синергетика: Прочность и разрушение металлических материалов. М.: Наука, 1992.
5. Барахтин Б. К., Савенков Г. Г. Связь характеристик откола с размерностью фрактальной структуры разрушения // ПМТФ. 2009. Т. 50, № 6. С. 61–69.
6. Журков С. Н. Дилатонный механизм прочности твердых тел // Физика прочности и пластичности. Л.: Наука. Ленингр. отд-ние, 1986. С. 5–11.

7. **Заславский Г. М.** Физика хаоса в гамильтоновых системах. М.; Ижевск: Ин-т компьютер. исслед., 2004.
8. **Воловец Л. Д., Златин Н. А., Пугачев Г. С.** Кинетика разрушения полиметилметакрилата в плоской короткой волне растягивающих напряжений // Проблемы прочности и пластичности твердых тел. Л.: Наука. Ленингр. отд-ние, 1979. С. 35–42.
9. **Colotin M., Pompilan F. O., Gurlai S., et al.** Fractal transport phenomena through the scale relativity model // Acta Phys. Polon. A. 2009. V. 116, N 2. P. 157–163.
10. **Федер Е.** Фракталы. М.: Мир, 1991.
11. **Осипов К. А.** Новые идеи и факты в металловедении. М.: Наука, 1986.
12. **Финкель В. М., Савельев А. М., Куткин И. А., Курочкин А. Ф.** Исследование особенностей разрушения трансформаторной стали // Физика металлов и металловедение. 1963. Т. 15, вып. 5. С. 781–784.
13. **Ирвин Дж.** Особенности динамического разрушения // Механика разрушения. Быстрое разрушение, остановка трещин. М.: Мир, 1981. С. 9–22.
14. **Барахтин Б. К., Мещеряков Ю. И., Савенков Г. Г.** Динамические и фрактальные свойства стали СП-28 в условиях высокоскоростного нагружения // Журн. техн. физики. 1998. Т. 68, вып. 10. С. 43–49.
15. **Ботвина Л. Р.** Кинетика разрушения конструкционных материалов. М.: Наука, 1989.
16. **Барахтин Б. К., Мещеряков Ю. И., Савенков Г. Г.** Статистические характеристики множественного разрушения металлических мишеней при динамическом нагружении и их связь с механическими параметрами материалов // Журн. техн. физики. 2010. Т. 80, вып. 1. С. 79–84.
17. **Савенков Г. Г., Барахтин Б. К., Мещеряков Ю. И.** Фрактальная размерность как мера диссипации кинетической энергии в процессах динамического разрушения // 19-е Петерб. чтения по проблемам прочности: Сб. материалов, Санкт-Петербург, 13–15 апр. 2010 г. СПб.: Б. и., 2010. Ч. 1. С. 334–336.
18. **Бобылев А. В.** Механические и технологические свойства металлов. М.: Metallurgy, 1987.

*Поступила в редакцию 5/XII 2011 г.,  
в окончательном варианте — 6/VI 2012 г.*

---