

- стационарных систем уравнений Навье—Стокса // Зап. науч. семинаров Ленингр. отд-ния Мат. ин-та им. В. А. Стеклова.— 1979.— Т. 84, № 5.
9. Moffat H. K. Viscous and resistive eddies near a sharp corner // J. Fluid Mech.— 1964.— V. 18, N 1.

г. Ростов-на-Дону

Поступила 20/1 1989 г.

УДК 532.529+66.069.8+622.0

Ф. М. Султанов, А. Л. Ярин

ПЕРКОЛЯЦИОННАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА ДИСПЕРГИРОВАНИЯ И ВЗРЫВНОГО ДРОБЛЕНИЯ ЖИДКИХ СРЕД: РАСПРЕДЕЛЕНИЕ КАПЕЛЬ ПО РАЗМЕРАМ

Теоретический анализ деформаций жидких сред в процессах диспергирования и взрывного дробления сводится к очень сложной задаче о нерегулярных движениях, которая в общем случае не может быть решена точно. В настоящей работе делается попытка связать хаотическое (взрывное) разрушение жидких сред с процессом распада бесконечного кластера, изученным в теории перколяции. Теоретическим путем найдено распределение капель по размерам. При плоском характере процесса разрушения полученные результаты приводят к известным эмпирическим соотношениям (закону Розина — Раммлера и распределению Вейбулла), в пространственном случае имеются отклонения от них. Проведено также экспериментальное исследование процесса дробления концентрированной полимерной упруговязкой жидкости при электрическом взрыве проводника в цилиндрическом объеме жидкости. Экспериментальные данные в целом удовлетворительно соответствуют результатам теоретического анализа.

1. Объектами исследования являются следующие жидкости: ньютоновские (в частном случае, идеальные), обладающие поверхностным натяжением, и полимерные, обладающие внутренней энтропийной упругостью [1]. Для достаточно концентрированных ($\geq 1\%$) упруговязких полимерных жидкостей поверхностное натяжение, как правило, несущественно, поскольку практически всегда выполняется условие $Ga_0/\alpha \gg 1$ (G — модуль высокоэластичности, α — коэффициент поверхностного натяжения, a_0 — наименьший характерный размер, подробно обсуждаемый ниже).

Пусть в некоторый момент $t = 0$ произвольному ограниченному жидкому объему с характерным размером R_0 сообщается (скажем, при взрыве в его центре) кинетическая энергия E_0 . Речь идет прежде всего о ситуациях, возникающих при электрическом взрыве проводника или ВВ внутри ограниченного жидкого объема (см. [2—4], а также далее п. 3). В подобных случаях есть несколько причин, которые могут практически мгновенно привести (и, в соответствии с данными экспериментов, приводят) к нерегулярному хаотическому деформационному движению жидких частиц, предшествующему разрушению жидкого объема и способствующему его разрушению. Одна из них — несовершенство формы, или неоднородность взрывающейся проволоочки или ВВ, ведущая к начальной нерегулярности поля скоростей. Другая причина связана с тем, что расширение взрывной полости сопровождается неустойчивостью Рэлея — Тейлора [5—7], представляющей собой первый этап возникновения нерегулярного движения. При дальнейшем развитии этого вида неустойчивости движение все более усложняется и хаотизируется (на нелинейной стадии роста возмущений в жидкости возникают вихревые образования на вершинах образующихся «пальцев»). В какой-то степени разрушение сплошного объема среды само по себе — свидетельство наличия в ней нерегулярных деформационных движений, а возможное дальнейшее усиление хаотического характера движения на стадии существования отдельных капель, по-видимому (при разлете в вакууме), связано с тем, что «проявляющиеся» все новые моды уже присутствовали

при движении сплошного объема среды, по крайней мере, в виде малых возмущений.

В некоторых случаях можно ожидать, что кинетическая энергия возникающих при центральном взрыве нерегулярных деформационных движений $E \sim E_0$. Об этом свидетельствуют оценки величины диссипативных потерь. Отметим также, что, вообще говоря, уточнение величины E не приведет к изменению излагаемой далее теории, а лишь количественно изменит результаты.

Таким образом, предполагается, что после центрального взрыва практически сразу же произойдет возбуждение внутренних деформационных движений, отвечающих многим степеням свободы и поглощающих значительную часть энергии E_0 . Существование подобных движений обсуждалось в [8] и было обусловлено либо турбулизацией жидкости, либо начальной неоднородностью поля скоростей при ударе (взрыве).

В общем случае диспергирования и взрывного дробления в настоящее время, на наш взгляд, невозможно формальное рассмотрение процесса возбуждения внутреннего нерегулярного деформационного движения. Более того, можно указать ряд примеров, когда возбуждение внутренних степеней свободы практически не происходит. Однако в ряде случаев, в частности, обсуждавшихся выше, естественным выглядит сделанное допущение о практически мгновенном возникновении инерционного движения в среде с энергией $E \sim E_0$, причем вследствие возбуждения многих степеней свободы это внутреннее деформационное движение быстро станет нерегулярным изотропным и хаотическим. В настоящей работе рассмотрены именно эти случаи.

Вследствие изотропного хаотического деформационного движения от внешней поверхности первоначально сплошного объема будут отрываться капли; внутри него также происходит разрушение, ведущее к образованию новых участков свободной поверхности и появлению изолированных частиц. Подчеркнем, что подобная картина включает в себя наблюдавшееся в [2—4] массовое образование свободных поверхностей растущих каверн при взрывном дроблении цилиндрического объема воды. Важное обстоятельство, используемое в дальнейшем, состоит в том, что при изотропном хаотическом деформационном движении не могут образовываться капли с размерами, меньшими некоторой величины, определяемой физическим механизмом разрушения на микроуровне и характеристиками среды. Покажем это для ряда практически важных случаев.

При изотропном хаотическом деформировании среды в каждой индивидуальной частице имеется скорость деформации $\dot{\gamma}$ такая, что

$$(1.1) \quad (1/2)\rho R_0^3(\dot{\gamma}R_0)^2 \sim E, \quad \dot{\gamma} \sim (E/\rho R_0^5)^{1/2},$$

где ρ — плотность материала.

Оценки показывают, что при сильных взрывах диссипацией энергии, связанной с внутренним трением в среде, можно пренебречь в течение времени, как правило, достаточного для практически полного завершения процесса дробления. Когда же доминируют диссипативные процессы, разрушение среды может иметь, по-видимому, только регулярный характер.

В ньютоновских жидкостях для того, чтобы от диспергируемого объема могла оторваться индивидуальная частица с характерным размером a , кинетическая энергия ее движения при деформации жидкости должна, как минимум, превзойти поверхностную энергию образующейся капли

$$(1.2) \quad (1/2)\rho a^3(\dot{\gamma}a)^2 \geq \alpha a^2.$$

Знак равенства в (1.2) отвечает размеру наименьшей капли (a_0), способной оторваться от жидкого объема, и, следовательно, с учетом (1.1)

$$(1.3) \quad a_0 \sim \left(\frac{\alpha R_0^5}{E} \right)^{1/3} \sim \left(\frac{\alpha R_0^2}{\rho E_*} \right)^{1/3}$$

(E_* — удельная кинетическая энергия деформационного движения).

Отметим, что при турбулентном деформационном движении внутренний масштаб турбулентности l_0 никак не ограничивает размер наименьших капель a_0 , поскольку на расстояниях a таких, что $a_0 < a < l_0$, разности скоростей все еще могут быть достаточно велики для продолжения процесса дробления капель и при $a < l_0$ [9].

В случае концентрированной полимерной жидкости для отрыва индивидуальной частицы кинетическая энергия ее деформационного движения должна, по меньшей мере, превзойти ее «упругую» энергию, обусловленную энтропийной упругостью макромолекул:

$$(1/2)\rho a^3(\dot{\gamma}a)^2 \geq Ga^3.$$

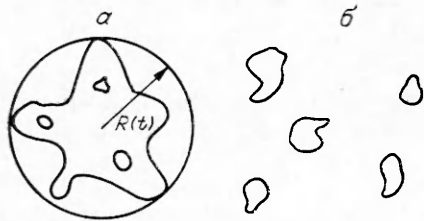
В предположении, что относительное удлинение при разрыве полимерной жидкости $\lambda_* = O(1)$, это неравенство можно рассматривать также как условие того, что динамический напор $(1/2)\rho(\dot{\gamma}a)^2$ превосходит разрывное напряжение $\sigma_* \sim G\lambda_*^2 \sim G$. Кроме того, считается, что в продолжение процесса диспергирования при сильном взрыве вязкой диссипацией и релаксацией энтропийно-упругих напряжений можно пренебречь, что подтверждается оценками величин. Следовательно, для полимерной жидкости

$$(1.4) \quad a_0 \sim \left(\frac{GR_0^3}{E} \right)^{1/2} \sim R_0 \left(\frac{G}{\rho E_*} \right)^{1/2}.$$

В начальные моменты времени, когда деформационное движение еще не успело стать изотропно хаотическим, в отдельных частях жидкого объема возможно существование скоростей деформаций, превосходящих $\dot{\gamma}$ из (1.1). Следствием этого, в принципе, может быть появление определенного числа капель с размерами, меньшими a_0 , что несколько искажает картину процесса разрушения.

Выше изучено разрушение жидкого объема в вакууме. При наличии окружающего воздуха в случае высоких скоростей относительного движения жидкого объема практически мгновенно возникает хаотическое деформационное движение жидкости с кинетической энергией $E \sim \sim \rho_1 U_0^2 R_0^3$ и происходит взрывное диспергирование (ρ_1 — плотность воздуха, U_0 — скорость относительного движения центра масс жидкости и воздуха). При этом по-прежнему справедливы предыдущие соотношения, и в частности (1.3) и (1.4).

2. Перейдем к расчету распределения капель по размерам. С учетом п. 1 рассматриваем весь диспергируемый объем как кластер (или — после начала процесса разрушения — кластеры) индивидуальных частиц P размером a_0 . Подчеркнем, что здесь считается, что весь объем в целом, как и любая отрывающаяся от него капля, состоит из «кирпичиков» размером a_0 . Поэтому размеры отрывающихся капель могут превосходить (и довольно значительно) a_0 . Важное новое обстоятельство, на которое опираемся далее, состоит в том, что в процессе деформационного движения положение индивидуальных жидких частиц P случайно. Это допущение оправдано при быстрой (в сравнении с продолжительностью процесса разрушения) хаотизации инициируемого центральным взрывом движения, что, как правило, имеет место при больших значениях E , когда число Рейнольдса $Re = (\rho E / R_0 \mu^2)^{1/2} \gg 1$ (μ — эффективная вязкость среды). Соответственно в момент t частицы P случайным образом располагаются в области с характерным размером $R(t) \sim \sim R_0(1 + \dot{\gamma}t)$. Сначала разлетающаяся среда компактна (рис. 1, а), затем она распадается на капли (кластеры), в свою очередь дробящиеся (рис. 1, б).



Р и с. 1

Считая, что пространство разбито на

ячейки с размером a_0 , видим, что с вероятностью

$$(2.1) \quad p(t) = \frac{R_0^d}{R_0^d(1 + \dot{\gamma}t)^d} = (1 + \dot{\gamma}t)^{-d}$$

ячейка занята частицей P , а с вероятностью $(1 - p)$ — свободна (d — размерность пространства, характеризующая процесс разрушения). При $a_0 \ll R_0$ картина, представленная на рис. 1, сходна процессу распада бесконечного кластера занятых ячеек. Задача о распаде (или образовании) бесконечного кластера исследована в теории перколяции [10].

С уменьшением $p(t)$ в процессе разлета среды в «бесконечном» кластере (первоначально связанном объеме жидкости) накапливаются лакуны, и в некоторый момент t_* , когда $p(t_*) = p_*$ (критическое значение), «бесконечный» кластер разрушается. При этом разрушаемое тело превращается в конгломерат конечных кластеров (капель), которые могут разрушаться в свою очередь. В случае задачи узлов (ячеек с длиной грани a_0) $p_* = 1$ ($d = 1$), $p_* = 0,593$ ($d = 2$, квадратная решетка), $p_* = 0,311$ ($d = 3$, простая кубическая решетка) [10], что позволяет с использованием (1.1) и (2.1) вычислить момент t_* .

Для нахождения распределения капель по размерам используем результаты, полученные в теории перколяции. Согласно [10], вероятность существования при $p < p_*$ ($t > t_*$) конечного кластера из s узлов w_s , нормированная так, что $\sum_{s=1}^{\infty} w_s = 1$, имеет при достаточно больших s асимптотику

$$(2.2) \quad w_s = w(s) = Ks^{-\theta+1} \exp(-bs^\zeta),$$

где K — нормирующий множитель; $b = b(p, d)$; $\theta = \theta(\bar{p}, d)$; причем

$$(2.3) \quad \theta(0 < p < p_*) = \begin{cases} 0, & d = 1, \\ 1, & d = 2, \\ 1, 5, & d = 3, \end{cases} \quad \theta(p_*) = \tau = \begin{cases} 2, & d = 1, \\ 2, 0, & d = 2, \\ 2, 1, & d = 3, \end{cases}$$

а $\zeta = 1$ при $0 < p < p_*$ и $\zeta = 0$ при $p = p_*$. Кроме того, с использованием результатов [10, 11] оцениваем b : $b(p = 0,15) \simeq 0,693$, $d = 2$; $b(p = 0,15) \simeq 0,36$, $d = 3$; $b(p_*) = 0$, $d = 2$ и 3 .

Отметим, что $w_s = V_s/V_0$ (V_s — суммарный объем всех кластеров из s узлов, V_0 — полный объем дробящейся среды).

С достаточной для дальнейшего степенью точности формулу (2.2) можно использовать и при $s = O(1)$. Это связано с тем, что в соответствии с ней в зависимости $\ln w_s$ от s учитывается не только степенной, но и логарифмический член. О возможности экстраполяции выражения (2.2) в область $s = O(1)$ свидетельствует также проводимое ниже сопоставление частотной кривой, получаемой на основе такой экстраполяции, с эмпирическими данными [12]. Поэтому, пользуясь формулой (2.2), всюду заменяем знак асимптотического равенства обычным.

Введем в рассмотрение объем капли $V = (4/3)\pi a_0^3 s$. С учетом (2.2) $w(s)ds = f(V)dV$ ($f(V)$ — плотность вероятности того, что объемы капель попадают в интервал $V \div V + dV$). Соответственно

$$(2.4) \quad f(V) = \frac{3K}{4\pi a_0^3} \left(\frac{3V}{4\pi a_0^3} \right)^{-\theta+1} \exp \left[-b \left(\frac{3V}{4\pi a_0^3} \right)^\zeta \right].$$

Влияние любых динамических факторов, имеющих случайный и изотропный характер, может вести лишь к изменению a_0 , но не вида универсальной зависимости (2.4), имеющей, фактически, геометрическое происхождение.

Доля объема, приходящаяся на капли с объемом, большим V , $R = \int_V^\infty f(V) dV$, с учетом (2.3) равна

$$(2.5) \quad R(V) = \exp(-z) \text{ при } d=2, \quad R(V) = 1 - \frac{\Gamma_z(1/2)}{\Gamma(1/2)} \text{ при } d=3, \\ z = 3Vb/(4\pi a_0^3)$$

(из условия нормировки при $d=2$ $K=b$, а при $d=3$ $K=b^{1/2}/\Gamma(1/2)$); $\Gamma(\cdot)$ и $\Gamma_z(\cdot)$ — гамма-функция и неполная гамма-функция.

Поскольку $V = (4/3)\pi x^3$ (x — характерный размер капли), первое соотношение (2.5) приобретает вид известного эмпирического закона Розина — Раммлера [13, 14]

$$(2.6) \quad R(x) = \exp[-b(x/a_0)^3],$$

а $W(x) = 1 - R(x)$ дает распределение Вейбулла [14]. Частотная кривая dW/dx , определяемая с помощью (2.6), соответствует эмпирическим аппроксимациям, используемым в случае распыливания и диспергирования жидкостей форсунками [12], что косвенно подтверждает возможность экстраполяции соотношения (2.2) в область $s = O(1)$.

Экспериментальные данные [15], также относящиеся к распыливанию жидкостей форсунками, приводят к выражению $R(x) = \exp[-(x/x_m)^n]$, где $n = 3,21$, а упоминаемые в [15] результаты ряда авторов дают $n = 2 \div 4$ (x_m — характерный размер капли), что удовлетворительно согласуется с (2.6). Из более тонких, дифференциальных характеристик, отвечающих закону Розина — Раммлера, поверхностное и объемное распределения удовлетворительно согласуются с результатами [15]; для количественного распределения имеет место расхождение. Последнее, возможно, отвечает вытекающему из (2.5) выводу о том, что при выраженном объемном характере процесса дробления ($d=3$) должны быть отклонения от закона Розина — Раммлера (что, прежде всего, должно проявляться в тонких дифференциальных характеристиках).

Подчеркнем, что в случае $d=2$ закон Розина — Раммлера и распределение Вейбулла получены здесь для жидких сред теоретически, а входящие в них параметры вычислены. При $d=3$ имеют место отклонения от закона Розина — Раммлера и распределения Вейбулла.

Отметим, что в (2.6) радиус x соответствует капле приблизительно сферической формы. При измерении оптическими методами размеров разрушающихся в полете капель со сложными конфигурациями может фиксироваться эффективный радиус инерции, который (см. [16]) удовлетворяет зависимости $x \sim a_0 s^{1/2}$ ($0 < p < p_*$, $d=3$). Если в экспериментах фиксируется подобная эффективная характеристика, то при сопоставлении теории с экспериментальными данными необходимо учитывать, что $s \sim (x/a_0)^2$, $V \sim a_0^3 s \sim a_0 x^2$, $z \sim V/a_0^3 \sim (x/a_0)^2$ и, следовательно, в соотношении Розина — Раммлера (2.6) показатель степени 3 меняется на 2.

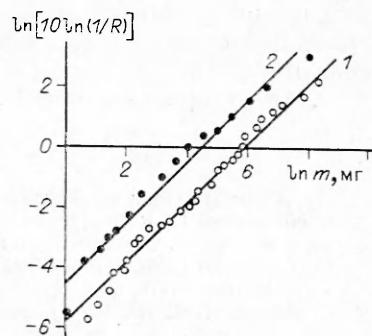
Очевидно, что средний объем капли пропорционален a_0^3 , а среднее число их $N \sim (R_0/a_0)^3$. Отсюда с учетом (1.3) и (1.4) для ньютоновских и концентрированных полимерных жидкостей запишем

$$N \sim \rho E_* R_0 / \alpha, \quad N \sim (\rho E_* / G)^{3/2}.$$

Полученные универсальные результаты отвечают пределу изотропного хаотического деформирования. Другому крайнему пределу — регулярному распаду — соответствуют результаты, относящиеся к капиллярному и изгибному распаду струй, распаду краевых ребер на свободных пленках, рэлей-тейлоровской неустойчивости ускоряемых перепадом давления газа жидких пленок [5—7, 17—22] и др.

3. Нами выполнено экспериментальное исследование процесса взрывного дробления умеренно концентрированного (3 %) раствора полиэтиленоксида ПЭО-ФПР (молекулярная масса $4 \cdot 10^6$ г/моль) — типичной

упруговязкой жидкости [23]. Схема экспериментальной установки подобна использованной в [2—4]. Раствор заливали в цилиндрическую бумажную трубку радиусом 2 см и длиной 15 см, установленную вертикально между двумя втулками. По оси трубки натягивали вольфрамовую проволочку, концы которой закрепляли на втулках. Проволочка взрывалась под действием мощного электрического импульса, вызванного разрядом батареи конденсаторов. Под действием электрического взрыва проводника раствор ПЭО разбрасывался преимущественно в радиальных направлениях, обеспечивая близкий к плоскому ($d = 2$) характер взрывного дробления (в плоскости сечения первоначального цилиндрического объема жидкости).



Р и с. 2

Регистрация образующихся капель осуществлялась с помощью щитов, покрытых миллиметровой бумагой и расположенных на расстоянии 1,5 м от места взрыва. В опытах использовалось до 19 щитов; размеры миллиметровой бумаги на каждом из них составляли 20 см в ширину и 1 м в высоту. С помощью подобной системы удавалось зарегистрировать до 40 % образующихся капель. В момент взрыва температура жидкости была 10 °С, а температура окружающего воздуха — 20 °С. В результате капли ПЭО, прилипшие к миллиметровой бумаге, быстро замерзали, что значительно уменьшало испарение жидкости и связанные с этим погрешности в определении массы капель, а также облегчало их взвешивание.

Для взвешивания застывшие капли вырезали вместе с миллиметровой бумагой, к которой они прилипли (при этом площадь бумаги несколько превышала площадь основания прилипшей капли). Регистрировали вес замерзшей капли с бумагой, площадь бумаги и площадь основания прилипшей капли. Вес собственно капли определяли, вычитая из него известный заранее вес бумаги данной площади. Подобный процесс регистрации провели для всех капель. Точность взвешивания на аналитических весах составляла $\sim 0,1$ мг.

Для сопоставления с экспериментом преобразуем (2.5) к виду

$$(3.1) \quad R(m) = \exp\left(-\frac{m}{m_0}\right) \text{ при } d = 2, \quad R(m) = 1 - \frac{\Gamma_z(1/2)}{\Gamma(1/2)} \text{ при } d = 3, \quad z = \frac{m}{m_0}$$

$$(m = \rho V - \text{масса}, \quad m_0 = (4/3)\pi a_0^3 \rho / b).$$

При $d = 2$ из первого соотношения (3.1)

$$(3.2) \quad \ln(10 \ln 1/R) = \ln 10 + \ln m - \ln m_0.$$

На рис. 2 теоретический результат (3.2) сравнивается с полученными в работе экспериментальными данными для взрывного дробления ПЭО-ФПР; кружками обозначены результаты эксперимента для взрыва с удельной энергией $E_* = 27,7$ Дж/г, а залитыми кружками — для $E_* = 40$ Дж/г. Прямыми 1 и 2 показана теоретическая зависимость (3.2), причем для $E_* = 27,7$ Дж/г $m_0 = 3650$ мг, а для $E_* = 40$ Дж/г $m_0 = 995$ мг. Видно, что экспериментальные данные достаточно точно располагаются вдоль прямой с наклоном, равным 1, что подтверждает теоретические результаты (2.5), (3.1) и (3.2), предсказывающие (при $d = 2$) зависимость $\ln(10 \ln R^{-1}) \sim \ln m$.

В соответствии с (1.4) должно быть $m_0 \sim a_0^3 \sim E_*^{-3/2}$. Из эксперимента $m_{01}/m_{02} = 3650/995 = 3,67$, что отличается от теоретического значения $(40/27,7)^{3/2} = 1,74$. Последнее, возможно, связано с тем, что при большей удельной энергии взрыва большая часть жидкости испаряется, что, в свою очередь, ведет к дополнительному уменьшению m_{02} .

В экспериментах настоящей работы характер процесса взрывного дробления был близок к плоскому. Представляет интерес эксперимен-

тальное исследование дробления сферических объемов упруговязких полимерных жидкостей при взрыве в центре с целью проверки второго соотношения (3.1).

Авторы признательны В. М. Ентову за полезное обсуждение.

ЛИТЕРАТУРА

1. Де Женн П. Идеи скейлинга в физике полимеров. — М.: Мир, 1982.
2. Стебновский С. В. Развитие начальных возмущений внешней границы расширяющегося газожидкостного кольца // ПМТФ. — 1982. — № 5.
3. Стебновский С. В., Чернобаев Н. Н. Энергетический порог импульсного разрушения жидкого объема // ПМТФ. — 1986. — № 1.
4. Стебновский С. В., Чернобаев Н. Н. Влияние динамики нагружения жидкого объема на механизм его разрушения // ПМТФ. — 1987. — № 5.
5. Ентов В. М., Султанов Ф. М., Ярин А. Л. Распад жидких пленок под действием перепада давления окружающего газа // ДАН СССР. — 1985. — Т. 284, № 5.
6. Ентов В. М., Султанов Ф. М., Ярин А. Л. Распад жидких пленок под действием перепада давления окружающего газа // Изв. АН СССР. МЖГ. — 1986. — № 3.
7. Султанов Ф. М., Ярин А. Л. О рэлей-тейлоровской неустойчивости раздуваемых полимерных пленок // ПМТФ. — 1988. — № 3.
8. Перегрин Д. Очарование гидромеханики // Современная гидродинамика. Успехи и проблемы. — М.: Мир, 1984.
9. Колмогоров А. Н. О дроблении капель в турбулентном потоке // ДАН СССР. — 1949. — Т. 66, № 5.
10. Stauffer D. Scaling theory of percolation clusters // Phys. Repts. — 1979. — V. 54, N 1.
11. Flammang A. Percolation cluster sizes and perimeters in three dimensions // Z. Physik. B. — 1977. — V. 28, N 1.
12. Дитякин Ю. Ф., Клячко Л. А., Новиков Б. В. и др. Распыливание жидкостей. — М.: Машиностроение, 1977.
13. Лаврентьев М. А., Шабат Б. В. Проблемы гидродинамики и их математические модели. — М.: Наука, 1973.
14. Кузнецов В. М. Математические модели взрывного дела. — Новосибирск: Наука, 1977.
15. Лышевский А. С. Закономерности дробления жидкостей механическими форсунками давления. — Новочеркасск: Новочеркас. политехн. ин-т, 1961.
16. Stauffer D. Introduction to percolation theory. — London: Taylor & Francis, 1985.
17. Ентов В. М., Ярин А. Л. Динамика свободных струй и пленок вязких и реологически сложных жидкостей // Итоги науки и техники. Сер. Механика жидкости и газа/ВИНИТИ. — 1984. — Т. 18.
18. Taylor G. The dynamics of thin sheets of fluid. II. Waves on fluid sheets. III. Disintegration of fluid sheets // Proc. Roy. Soc. London. — 1959. — V. A253, N 1274.
19. Clark C. J., Dombrowski N. On the formation of drops from the rims of fan spray sheets // J. Aerosol Sci. — 1972. — V. 3, N 3.
20. Ентов В. М., Рожков А. Н., Фейзханов У. Ф. и др. О динамике пленок жидкости. Плоские пленки со свободными ребрами // ПМТФ. — 1986. — № 1.
21. Ентов В. М., Рожков А. Н., Фейзханов У. Ф. и др. Распространение малых изгибных возмущений по плоским пленкам воды и растворов полимеров // ПМТФ. — 1986. — № 4.
22. Ярин А. Л. Изгибные возмущения свободных струй Максвелла и Дои — Эдвардса // ПМТФ. — 1986. — № 6.
23. Ентов В. М., Кордонский В. Н., Прохоров Н. В. и др. Об интенсивном одноосном растяжении растворов полимеров умеренной концентрации. — Минск, 1987. — (Препр./ИТМО АН БССР и ИПМ АН СССР; № 7).

г. Москва

Поступила 20/IV 1988 г.,
в окончательном варианте — 13/IV 1989 г.

УДК 532.536

Ю. Б. Лебедев, В. М. Фомичёв

УСТОЙЧИВОСТЬ ЛАМИНАРНОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ ГАЗА ПРИ ОДНОВРЕМЕННОМ НАГРЕВАНИИ И ОХЛАЖДЕНИИ ПОВЕРХНОСТИ

Исследование проблемы управления переходом ламинарного пограничного слоя в турбулентный представляет значительный научный и практический интерес [1]. До недавнего времени считалось, что для газов охлаждение поверхности вызывает

© 1990 Лебедев Ю. Б., Фомичёв В. М.