

где $\mathbf{w} = \mathbf{e}_z w_z + \mathbf{e}_r w_r$ — разность полей скоростей движений A и A' ; $\xi(\varphi, t)$ — расстояние по радиусу, проведенному из точки O , между границами раздела жидкостей в движениях A и A' ; τ_1 — кольцо $a \geq r \geq b$, τ_2 — круг $0 \leq r \leq b$ в плоскости $O\xi\eta$. Из (П. 1) видно, что разности гидродинамических полей движений A и A' не могут периодически зависеть от времени, что противоречит периодичности самих движений A, A' . Остается принять, что в случае круговой прецессии вращающегося цилиндра с жидким заполнением по окружности малого радиуса движение заполняющих жидкостей относительно системы $O\xi\eta$ не зависит от времени.

Поступила 28 X 1982

ЛИТЕРАТУРА

1. Румянцев В. В. Об устойчивости установившихся движений твердых тел с полостями, наполненными жидкостью. — ПММ, 1962, т. 26, вып. 6.
2. Saito S., Someya T. Self-excited vibration of a rotating hollow shaft partially filled with liquid. — Trans. ASME. Journal of Mechanical Design, 1980, vol. 102, N 1.
3. Дерендяев Н. В., Сандалов В. М. Об устойчивости стационарного вращения цилиндра, частично заполненного вязкой несжимаемой жидкостью. — ПММ, 1982, т. 46, вып. 4.
4. Малащенко С. В. Некоторые экспериментальные исследования, относящиеся к вращению тел. — ПМТФ, 1960, № 3.
5. Справочник по специальным функциям/Под ред. М. Абрамовица, И. Стиган. М.: Наука, 1979.
6. Болотин В. В. Неконсервативные задачи теории упругой устойчивости. М.: Физматгиз, 1964.

УДК 532.135

НАРУШЕНИЕ СИММЕТРИИ ТЕЧЕНИЯ ВСЛЕДСТВИЕ ТЕПЛОВОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ

В. В. Грачев, Э. Н. Руманов

(Черноголовка)

Для течений сильновязкой жидкости неустойчивость ламинарного режима, связанная с возникновением турбулентности, обычно несущественна, так как числа Рейнольдса малы. Для таких течений на первый план выступает тепловая неустойчивость, обнаруженная и исследованная в [1, 2] и др. В [2] было показано, что тепловая неустойчивость имеет место при фиксации перепада давления Δp и приводит к скачкам расхода при определенных критических значениях Δp (гидродинамическое воспламенение и потухание).

Вместе с тем в электрических системах тепловая неустойчивость имеет место также и при фиксированном токе (аналог расхода в гидродинамике), причем развитие неустойчивости приводит к неоднородным [3] или несимметричным [4] режимам.

В данной работе рассмотрено нарушение симметрии течения через пару трубок (соединенных параллельно) при фиксированном полном расходе. Показано, что в отличие от аналогичной электрической системы [4] в рассматриваемом случае нарушенная симметрия восстанавливается по мере увеличения расхода. Восстановление симметрии обусловлено конвективным характером неустойчивости.

1. Рассматривается течение сильновязкой несжимаемой жидкости через две параллельно соединенные цилиндрические трубки с заданным полным расходом. При движении жидкости вследствие диссипации выделяется тепло, которое отводится в стенки трубок.

При параллельном соединении трубок имеют место равенства

$$\frac{\pi r^4}{8} \Delta p = Q_1 \int_0^l \mu(T_1) dz = Q_2 \int_0^l \mu(T_2) dz, \quad Q = Q_1 + Q_2,$$

где Δp — перепад давлений между входом и выходом из трубок; r — радиус трубок; l — длина трубок; z — координата вдоль осей трубок; μ — динамическая вязкость; T_1 и T_2 — температура жидкости; Q_1 и Q_2 — расходы; индексы 1 и 2 относятся соответственно к первой и второй трубке;

Q — полный расход, который является заданной величиной. Что касается уравнений на температуру, то при условиях

$$\text{Pr} = \mu/(\rho\chi) \gg 1, \text{Re} = QU/(\pi r^2 \chi) \gg 1, \text{Bi} = \alpha r/(c\rho\chi) \ll 1,$$

где χ — коэффициент температуропроводности; ρ — плотность; c — теплоемкость жидкости; α — коэффициент теплоотдачи; Pr — критерий Прандтля; Re — критерий Пекле; Bi — критерий Био, они для обеих трубок принимают вид, аналогичный (1.11) в [2]. В безразмерных переменных

$$\Theta = \frac{U}{RT_0^2} (T - T_0), \quad \xi = \frac{z}{l}, \quad \tau = \frac{t}{t_0}, \quad t_0 = \frac{8l^2\mu(T_0)}{c\rho r^2} \frac{U}{RT_0^2}$$

рассматриваемая система принимает вид

$$(1.1) \quad \frac{\partial \Theta_i}{\partial \tau} + \omega_i \frac{\partial \Theta_i}{\partial \xi} = \omega_i^2 e^{-\Theta_i} - B\Theta_i, \quad i = 1, 2;$$

$$(1.2) \quad \omega_1 \int_0^1 e^{-\Theta_1} d\xi = \omega_2 \int_0^1 e^{-\Theta_2} d\xi;$$

$$(1.3) \quad \omega = \omega_1 + \omega_2,$$

где

$$\omega_i = \frac{8l\mu(T_0)}{c\rho\pi r^4} \frac{U}{RT_0^2} Q_i; \quad B = \frac{16l^2\mu(T_0)}{(c\rho)^2 r^3} \frac{U}{RT_0^2} \alpha;$$

$$\mu = \mu_0 \exp(U/RT);$$

T_0 — температура окружающей среды. При обезразмеривании использовано разложение экспоненты $\exp(U/RT)$ по [5].

2. Если выполнено условие

$$(2.1) \quad \frac{\tau_1}{\tau_2} \sim \frac{\omega}{B} = \frac{\text{Re}}{\text{Bi}} \frac{r^2}{2l^2} \ll 1, \quad \tau_1 \sim \frac{rc\rho}{\alpha}, \quad \tau_2 \sim \frac{\pi r^2 l}{Q},$$

где τ_1 — характерное время теплообмена; τ_2 — время пребывания жидкости в трубе, то можно пренебречь входным участком трубок, длина которого $\xi_0 \sim \tau_1 \omega \ll 1$, и считать температуру жидкости вдоль трубок постоянной, $\partial \Theta_i / \partial \xi = 0$. Тогда система уравнений (1.1)–(1.3) приводится к виду

$$(2.2) \quad \frac{d\Theta_1}{d\tau^0} = \kappa e^{\Theta_1} (e^{\Theta_1} + e^{\Theta_2})^{-2} - \Theta_1;$$

$$(2.3) \quad \frac{d\Theta_2}{d\tau^0} = \kappa e^{\Theta_2} (e^{\Theta_1} + e^{\Theta_2})^{-2} - \Theta_2.$$

Здесь расходы ω_1 и ω_2 выражены с помощью формул (1.2) и (1.3) через полный расход и введено новое безразмерное время $\tau^0 = B\tau$, а параметр

$$\kappa = \frac{\omega^2}{B} = Q^2 \frac{U}{RT_0^2} \frac{4\mu(T_0)}{\pi^2 r^5 \alpha}.$$

Исследование фазовых траекторий системы (2.2), (2.3) показало [4], что при любых значениях параметра κ существует симметричный стационарный режим $\Theta_1 = \Theta_2$, устойчивый (устойчивый «узел») при $\kappa < 4e$ и неустойчивый («седло») при $\kappa > 4e$. Кроме того, при $\kappa > 4e$ существует еще два несимметричных $\Theta_1 \neq \Theta_2$ устойчивых стационарных режима (устойчивые «узлы»). При $\kappa = 4e$ происходит слияние несимметричных режимов с симметричным режимом.

Таким образом, имеется критическое значение параметра $\kappa_* = 4e$ и соответственно критическое значение полного расхода Q_* . Если $Q < Q_*$, то температуры жидкости в обеих трубках равны — реализуется симметричный режим $Q_1 = Q_2 = Q/2$. Если $Q > Q_*$, то стационарный ре-

жим с равными расходами и температурами неустойчив. Происходит спонтанное нарушение симметрии течения, система переходит в новый стационарный режим, когда температуры жидкости в трубках различные, и большая часть жидкости течет через трубку, в которой температура выше. Нарушение симметрии происходит при $Q = Q_*$ в мягком режиме.

3. При больших расходах неравенство (2.1) не выполняется. В этом случае становится существенным унос тепла потоком жидкости, пренебрегать конвективным членом в уравнениях (1.1) уже нельзя.

В противоположном предельном случае $\tau_1/\tau_2 \gg 1$ можно пренебречь теплоотдачей в стенки труб, $B\Theta_i = 0$. Тогда система уравнений (1.1)–(1.3) с граничным условием

$$(3.1) \quad \xi = 0: \Theta_1 = \Theta_2 = 0$$

имеет единственное стационарное решение $\Theta_1 = \Theta_2 = \ln(1 + \omega\xi/2)$, причем это решение устойчиво к малым возмущениям.

Таким образом, возможен лишь один (симметричный) стационарный режим. Следовательно, должно существовать второе критическое значение полного расхода Q_{**} , при котором симметричный режим снова становится устойчивым.

Восстановление симметрии течения обусловлено конвективным характером тепловой неустойчивости в данной системе. В области больших расходов возмущения, не успевая развиваться, выносятся за пределы системы.

4. Для нахождения условия восстановления симметрии течения проводилось численное решение задачи на ЭВМ.

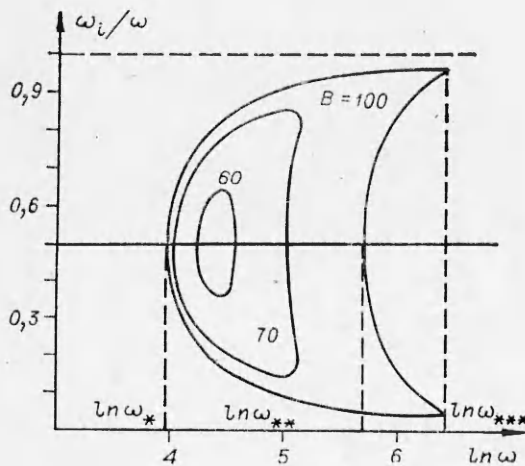
Были найдены стационарные решения системы (1.1)–(1.3) с граничными условиями (3.1). Устойчивость стационарных решений исследовалась с помощью линеаризованной системы уравнений для малых отклонений $v_i(\xi) e^{\lambda\tau}$, $w_i e^{\lambda\tau}$ от стационарных решений $\Theta_i(\xi)$, ω_i ($i = 1, 2$):

$$\omega_i \frac{dv_i}{d\xi} = -(\lambda + B + \omega_i e^{-\Theta_i}) v_i + \left(\omega_i e^{-\Theta_i} + \frac{B}{\omega_i} \Theta_i \right) w_i,$$

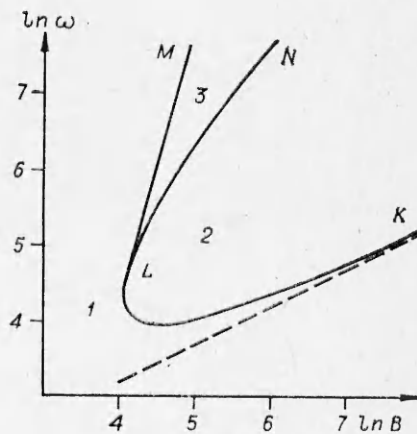
$$\int_0^1 (w_1 - \omega_1 v_1) e^{-\Theta_1} d\xi = \int_0^1 (w_2 - \omega_2 v_2) e^{-\Theta_2} d\xi,$$

$$w_1 + w_2 = 0, \quad \xi = 0: v_1 = v_2 = 0.$$

Результаты численного счета представлены на фиг. 1, 2. На фиг. 1 показаны зависимости отношения расхода через одну из трубок к полному заданному расходу от величины полного расхода для различных значений коэффициента теплоотдачи B .



Фиг. 1



Фиг. 2

При $B = 100$ и $\omega < \omega_* = 26,47$ существует только симметричный режим с равными расходами $\omega_1 = \omega_2 = \omega/2$.

При $\omega = \omega_*$ происходит спонтанное нарушение симметрии течения в мягком режиме. Далее по мере увеличения полного расхода в одной из трубок расход растет, а в другой — падает. При $\omega = \omega_{**} = 149,8$ симметричный режим течения становится устойчивым, и возникают еще два неустойчивых несимметричных режима. При дальнейшем увеличении полного расхода устойчивые и неустойчивые несимметричные режимы сближаются и при $\omega = \omega_{***} = 617,6$ сливаются и исчезают. Поэтому если уменьшать полный расход, то при $\omega = \omega_{**}$ нарушение симметрии произойдет в жестком режиме.

При уменьшении коэффициента теплоотдачи B разности $(\omega_{**} - \omega_*)$ и $(\omega_{***} - \omega_{**})$ уменьшаются. При $B < B_* = 58,82$ для любых значений полного расхода возможен только симметричный режим течения, критические явления вырождаются.

На фиг. 2 представлено разбиение плоскости параметров B, ω на области с различными стационарными режимами. В области 1 существует только симметричный устойчивый режим течения, в области 2 — неустойчивый симметричный режим и два устойчивых несимметричных режима, в области 3 — устойчивый симметричный режим и четыре несимметричных режима, два из которых устойчивые и два неустойчивые. Кривая KLN отвечает границе устойчивости симметричного режима, а кривая LM — слиянию несимметричных режимов и их исчезновению. Штриховая линия отвечает приближенному условию нарушения симметрии ($\kappa_* = 4e$) согласно (2.2), (2.3).

Интересно, что область неустойчивости симметричного режима NLK совпадает с областью бистабильности, полученной в [2].

Учитывая результаты, полученные для рассмотренного течения, можно предположить, что при фильтрации сильновязкой жидкости в режиме с фиксацией полного расхода тепловая неустойчивость может приводить к разбиению потока на струи. В случае фиксации напора возможно распространение тепловой волны поперек фильтрационного потока.

Авторы благодарны А. Г. Мержанову за интерес к работе.

Поступила 17 XII 1982

ЛИТЕРАТУРА

1. Бостанджиян С. А., Мержанов А. Г., Худиев С. И. О гидродинамическом тепловом взрыве. — ДАН СССР, 1965, т. 163, № 1.
2. Мержанов А. Г., Столин А. М. Гидродинамические аналоги явлений воспламенения и потухания. — ПМТФ, 1974, № 1.
3. Волков А. Ф., Коган Ш. М. Физические явления в полупроводниках с отрицательной дифференциальной проводимостью. — УФН, 1968, т. 96, № 4.
4. Грачев В. В., Руманов Э. Н. Режимы подавления теплового пробоя. — ДАН СССР, 1982, т. 263, № 3.
5. Франк-Каменецкий Д. А. Диффузия и теплопередача в химической кинетике. М.: Наука, 1967.

УДК 536.244

ЛАМИНАРНАЯ СМЕШАННАЯ КОНВЕКЦИЯ ОКОЛО ВЕРТИКАЛЬНОГО ЦИЛИНДРА С ПОСТОЯННОЙ ТЕМПЕРАТУРОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Ю. П. Семенов

(Москва)

Теплообмен при смешанной конвекции около вертикальных цилиндров играет важную роль в ряде технологических процессов и энергетических установок. Однако этот вопрос недостаточно изучен. В большинстве работ по исследованию ламинарной смешанной конвекции рассматриваются процессы на вертикальных плоских поверхностях [1, 2] и на горизонтальных цилиндрах [3]. Теплообмен при смешанной конвекции на вертикальном цилиндре исследовался в единичных работах. В [4] решается задача совпадающей смешанной конвекции на вертикальном цилиндре при постоянной температуре