АВТОМОДЕЛЬНЫЙ СИЛЬНЫЙ ВЗРЫВ В ВОДЕ

С. И. Анисимов, Н. М. Кузнецов

(Минск, Москва)

Рассмотрим автомодельную задачу о сильном взрыве для случая, когда возмущенное движение обладает сферической симметрией.

Уравнение состояния воды, полученное в работе [1]

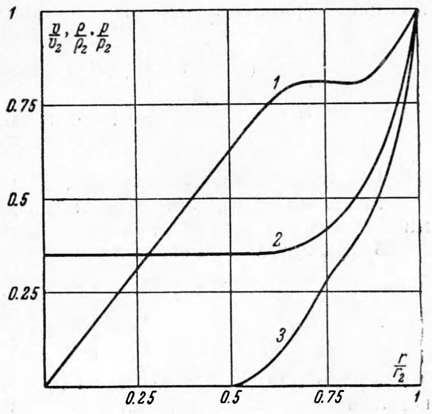
$$p(\rho,\ T) = p_0(\rho) + T\rho\varphi(\rho) \tag{1}$$

не может быть использовано непосредственно, так как наличие «упругой» части давления $p_0(\rho)$ приводит к нарушению автомодельности. Однако если температура столь высока, что возможно пренебречь частью $p_0(\rho)$ в полном давлении $p(\rho, T)$, задача становится автомодельной. Легко видеть, что указанное соотношение между «упругой» и «тепловой» частями давления выполняется по всей области возмущенного движения, если оно выполнено на фронте ударной волны. Поэтому рассматриваемое автомодельное решение имеет место при условии

$$p(\rho_2,\ T_2) \gg p_0(\rho_2) \tag{2}$$

Для этого должно быть $T_2 \gg 3000$°K. При таких температурах [1] теплоемкость воды c_v слабо зависит от температуры и плотности и равна приближенно $6R$ (постоянство c_v вместе с (1), (2) делает задачу автомодельной), коэффициент Грюнайзена

$$\delta = \frac{1}{c_v T}\left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_T \approx 1.1$$



Фиг. 1

Это приводит к величине предельного сжатия ударной волной

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{2+\delta}{\delta} \approx 2.8$$

r/r_2	v/v_2	ρ/ρ_2	p/p_2
1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
0.9862	0.9750	0.9107	0.9235
0.9771	0.9592	0.8571	0.8759
0.9673	0.9420	0.8036	0.8291
0.9491	0.9107	0.7143	0.7514
0.9281	0.8749	0.6250	0.6746
0.9024	0.8352	0.5357	0.5977
0.8730	0.8098	0.4643	0.5349
0.8544	0.8017	0.4286	0.5035
0.8205	0.7987	0.3750	0.4599
0.7971	0.7986	0.3393	0.4359
0.7731	0.8007	0.3036	0.4152
0.7484	0.8052	0.2679	0.3943
0.7247	0.8087	0.2321	0.3709
0.7031	0.8073	0.1964	9.3564
0.6723	0.7934	0.1429	0.3539
0.6491	0.7787	0.1070	0.3500
0.6200	0.7611	0.0714	0.3500
0.6017	0.7503	0.0536	0.3500
0.5461	0.7088	0.0179	0.3500

Положим

$$\lambda = r\left(\frac{\rho_1}{Et^2}\right)^{1/5}, \qquad V(\lambda) = v\,\frac{t}{r}$$

$$R(\lambda) = \frac{\rho}{\rho_1}, \qquad P(\lambda) = \frac{pt^2}{\rho_1 r^2} \tag{3}$$

Здесь ρ_1 — начальная плотность среды, E — полная энергия взрыва. Преобразуем систему уравнений центрально-симметрического адиабатического движения

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v\frac{\partial v}{\partial r} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial r} = 0$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial r} + \frac{2\rho v}{r} = 0 \tag{4}$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + v\frac{\partial}{\partial r}\right)s = 0$$

в систему обыкновенных дифференциальных уравнений. Учтем при этом уравнение состояния

$$p(\rho, T) = T\rho\varphi(\rho) \tag{5}$$

(функция $\varphi(\rho)$ найдена в работе [1]).

Порядок полученной системы можно понизить, используя интегралы энергии и адиабатичности [2], следующие из автомодельности движения [1].

[1] Исследование автомодельного решения с произвольной функцией $\varphi(\rho)$ проводилось Н. Н. Кочиной и Н. С. Мельниковой [3].

В безразмерных переменных [3] эти интегралы имеют вид

$$\frac{P}{R\,[\gamma(R)-1]}-\frac{V^2\,(^2/_5-V)}{2\,[V\gamma(R)-{}^2/_5]} \tag{6}$$

$$\frac{PR}{\gamma(R)-1}\,(^2/_5-V)\exp\left(-\int\frac{\gamma(R)\,dR}{R}\right)=\mathrm{const}\,\lambda^{-5} \tag{7}$$

Здесь

$$\gamma(R)=1+\frac{\varphi(\rho,R)}{c_v}$$

Вблизи фронта волны и в центре взрыва $\gamma(R)$ совпадает с отношением теплоемкостей $k=c_p/c_v$. После преобразований получается обыкновенное дифференциальное уравнение первого порядка

$$\frac{dV}{dR}=\frac{(^2/_5-V)\left\{[\gamma(R)\,V-2/5][2-V\,(3\gamma(R)-1)]-3V^2R\,\dfrac{d\gamma(R)}{dR}\right\}}{R\,[4\,(V+{}^1/_5)\,(\gamma(R)\,V-{}^2/_5)+{}^6/_5\,(^2/_5-V)]} \tag{8}$$

После его решения функции P и λ определятся из интегралов (6) и (7).

Граничные условия задачи следуют из равенств, выражающих сохранение массы, импульса и энергии при переходе через фронт ударной волны.

В принятых переменных условия имеют вид

$$V(\lambda_2)=\frac{4}{5\,(k_2+1)}\,,\qquad R(\lambda_2)=\frac{k_2+1}{k_2-1} \tag{9}$$

Уравнение (8) с условиями (9) было проинтегрировано численно. Решение приводится в таблице. Зависимости величин v/v_2, p/p_2, ρ/ρ_2 от r/r_2 приведены на графике (кривые *1*, *2*, *3*, соответственно). При $r/r_2\to 0$ имеют место соотношения

$$\frac{v}{v_2}=\frac{2}{5\gamma(0)}\,\frac{r}{r_2}\,,\qquad \frac{\rho}{\rho_2}\sim\left(\frac{r}{r_2}\right)^{\frac{3}{\gamma(0)-1}},\qquad \frac{p}{p_2}=\mathrm{const} \tag{10}$$

Величина λ_2 параметра λ на фронте ударной волны определяется из условия равенства энергии возмущенной среды полной энергии взрыва. Для воды $\lambda_2^5=1.87$.

Используя это значение, найдем

$$T_2=0.22\cdot 10^{-8}\,\frac{E}{r_2^3} \tag{11}$$

Равенство (11) позволяет определить расстояние, пройденное ударной волной, на котором с достаточной точностью пригодно автомодельное решение.

Поступила 28 VIII 1961

ЛИТЕРАТУРА

1. Кузнецов Н. М. Уравнение состояния воды в широком диапазоне термодинамических параметров. ПМТФ, 1961, № 1.
2. Седов Л. И. Методы подобия и размерности в механике. М., ГТТИ, 1957.
3. Кочина Н. Н., Мельникова Н. С. О сильном точечном взрыве в сжимаемой среде. ПММ, 1958, т. XXII, вып. 1.