клюдированного воздуха, пренебрегая его растворимостью в жидкости, имеем

$$a = \frac{k}{\gamma \left[\frac{n}{E'} (1 - \zeta_0) + \frac{n\zeta_0}{p_0} \right]}, \qquad k = \frac{c}{\mu} \gamma \qquad (21)$$

где ζ_0— отношение объема воздуха к объему пор грунта при атмосферном давлении p_0, c — фазовая проницаемость грунта для воды, n — начальная пористость грунта, E'— модуль сжимаемости воды, μ и γ — вязкость и удельный вес воды. Проницаемость c выражается так:

$$c = c_0 (1 - n)^2 \frac{(1 - \zeta_0)^3}{[1 - n (1 - \zeta_0)]^2} \qquad (22)$$

где c_0— проницаемость грунта при полном заполнении его пор водой ($\zeta_0 = 0$). В случае $\zeta_0 = 0$ коэффициент a выражается формулой М. Маскета [5]

Поступила 3 VIII 1960

ЛИТЕРАТУРА

1. Герсеванов Н. М. Основы динамики грунтовой массы. ОНТИ, М.— Л., 1937.
2. Флорин В. А. Теория уплотнения земляных масс. Стройиздат, 1948.
3. Флорин В. А. Основы механики грунтов, т. 1. Госстройиздат, 1959.
4. Щелкачев В. Н. Разработка нефтеводоносных пластов при упругом режиме. Гостоптехиздат, 1959.
5. Маскет М. Течение однородных жидкостей в пористой среде. Гостоптехиздат, 1949.
6. Диткин В. А. и Кузнецов П. И. Справочник по операционному исчислению. ГИТТЛ, 1951.
7. Павилонский В. М. Экспериментальные исследования порового давления в глинистых грунтах. Изд. ВОДГЕО, 1959.

ОБ ОДНОМ ПРИБЛИЖЕННОМ МЕТОДЕ РЕШЕНИЯ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ЗАДАЧ ТЕОРИИ ФИЛЬТРАЦИИ

В. Ю. Ким

(Харьков)

1. Точный способ определения дебита скважины при неустановившейся фильтрации жидкости к скважине известен только для постоянного забойного давления. Для переменного забойного давления можно воспользоваться понятием приведенного радиуса влияния скважины при неустановившейся фильтрации и выразить дебит при помощи обычных формул для установившегося движения

$$Q_1 = \frac{2\pi kh (p_k - p_c)}{\mu \ln (R_1 / R_c)}, \qquad Q_2 = \frac{4\pi k R_c (p_k - p_c)}{\mu (1 - R_c / R_2)} \qquad (1.1)$$

где R_c— радиусы скважин; k — проницаемость; μ — динамическая вязкость жидкости; b — мощность пласта; $(p_k - p_c)$ — перепад давления; $R_1(t)$ и $R_2(t)$ — приведенные радиусы влияния скважин в задачах с осевой и центральной симметрией.

Таким образом, задача сводится к определению приведенных радиусов влияния скважин.

2. Рассмотрим некоторую область, ограниченную двумя изобарическими поверхностями. Будем полагать, что приведенный радиус влияния скважин в задачах с осевой и центральной симметрией R_1, R_2 является некоторой функцией приведенного радиуса R_0 плоской одномерной задачи

$$R_S = f (R_0) \qquad (S = 1, 2) \qquad (2.1)$$

В некоторых случаях эту зависимость удается найти в явной форме.

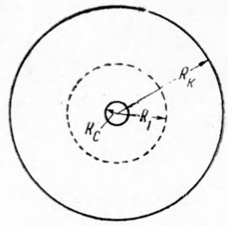
Практически наибольший интерес представляет нахождение приведенного радиуса влияния в задаче с осевой симметрией (скважина) в условиях неустановившейся фильтрации жидкости или газа в течение первой фазы.

В замкнутой форме простые точные решения известны лишь для плоской задачи и с центральной симметрией. Применение специальных приближенных методов решения нестационарных задач [1] к задаче определения дебита скважины с заданным забойным давлением не приводит к простым результатам в силу неавтомодельности решения. Для определения функциональной зависимости (2.1) рассмотрим кольцевую область, заключенную между двумя изобарическими границами, и будем приближенно полагать, что в этой области приведенный радиус меняется со временем по закону, соответствующему плоскому одномерному течению (см. фигуру)

Тогда приближенно будем иметь

$$R_1(t) = R_с + \sqrt{\pi a^2 t} \tag{2.2}$$

где $\sqrt{\pi a^2 t}$ — значение приведенного радиуса в плоском одномерном течении. Такую же зависимость (2.2) при том же предположении относительно закона изменения приведенного радиуса влияния скважины в сферическом слое получим в задаче с центральной симметрией. Справедливость равенства (2.2) для плоской задачи и задачи с центральной симметрией доказана Э. Б. Чекалюком [5].



Используя зависимости (1.1), (2.2), находим неустановившийся дебит скважины с постоянным забойным давлением в виде

$$Q_2 = \frac{2\pi kh(p_k - p_с)}{\mu \ln (1 + \sqrt{\pi f_0})} \qquad \left(f_0 = \frac{a^2 t}{R_с{}^2}\right) \tag{2.3}$$

где f_0 — параметр Фурье.

3. Рассмотрим задачу определения дебита скважины с переменным забойным давлением. Положим, что закон изменения забойного давления таков, что

$$p_k - p_с = bt^\alpha \tag{3.1}$$

где b и $\alpha \geqslant 0$ — некоторые постоянные. Введением двухпараметрического профиля давления в условной возмущенной зоне получено решение плоской одномерной задачи [3]. В частности, дебит галереи на единицу длины оказался равным

$$Q_1 = \frac{k(p_k - p_с)}{\mu\sqrt{\beta a^2 t}} \qquad \left(\beta = \frac{3 + 4\alpha}{(1 + 2\alpha)^2}\right) \tag{3.2}$$

Формула (3.2) обладает большой степенью точности. Так, например, максимальная относительная погрешность достигает при $\alpha = 1/2$ всего 0.8%. При значениях $\alpha \geqslant 1$ практически получается полное совпадение с точным решением.

Из равенства (3.2) определяем приведенный радиус влияния галереи

$$R_0 = \sqrt{\beta a^2 t} \tag{3.3}$$

Отсюда, согласно изложенному в п. 2, находим

$$R_1(t) = R_с + \sqrt{\beta a^2 t} \tag{3.4}$$

По формулам (1.1) находим дебит скважины при неустановившейся фильтрации в задачах с осевой и центральной симметрией

$$Q_1 = \frac{2\pi kh(p_k - p_с)}{\mu \ln(1 + \sqrt{\beta t_0})}, \qquad Q_2 = \frac{4\pi R_с k(p_k - p_с)}{\mu}\left[1 + \frac{1}{\sqrt{\beta f_0}}\right] \tag{3.5}$$

Следует отметить, что соответствующая формула для неустановившегося дебита в задаче с центральной симметрией при постоянном забойном давлении $\alpha = 0$ имеет вид [5]

$$Q_2 = \frac{4\pi R_с k(p_k - p_с)}{\mu}\left[1 + \frac{1}{\sqrt{\pi f_0}}\right] \tag{3.6}$$

На основании (3.5) были произведены подсчеты дебитов скважин Q_1 для разных значений параметров Фурье. Для оценки погрешности формулы (3.5) при постоянном забойном давлении $\alpha = 0$ было произведено сопоставление с результатами подсчетов по точным формулам [4]. Сопоставление показало, что максимальная погрешность для широкого диапазона изменения f_0 составляет 1.2%. В то же время по мере увеличения α эта погрешность должна уменьшаться, что следует из (3.2). Значит, простую формулу (3.5) можно использовать для определения дебитов скважин в течение первой фазы неустановившейся фильтрации.

4. Используя зависимость (3.5), определим суммарное количество жидкости, добытое в течение первой фазы неустановившейся фильтрации. Количество жидкости, добытое к любому моменту времени t после пуска скважины, равно [1]

$$V = \int_0^t Q\,dt \tag{4.1}$$

Учитывая зависимость (3.5), будем иметь

$$V = \frac{2\pi kh (p_k - p_c)}{\mu} \int_0^t \frac{dt}{\ln (1 + \sqrt{\beta a^2 t})} . \tag{4.2}$$

В реальных условиях всегда имеет место неравенство

$$\sqrt{\beta \frac{a^2 t}{R_c^2}} \gg 1 \quad \text{или} \quad \sqrt{\frac{3 + 4\alpha}{(1 + 2\alpha)^2} a^2 t / R_c^2} \gg 1$$

Под знаком логарифма в (4.2) пренебрегаем единицей по сравнению со вторым членом

$$V = \frac{4\pi kh (p_k - p_c)}{\mu} \int_0^t \frac{dt}{\ln [\beta a^2 t / R_c^2]} \tag{4.3}$$

Введем новую переменную

$$\beta a^2 t / R_c^2 = u$$

тогда

$$V = \frac{4\pi kh (p_k - p_c) (1 + 2\alpha)^2 R_c^2}{a^2 \mu (3 + 4\alpha)} \operatorname{li} u \qquad \left(\operatorname{li} u = \int_0^u \frac{du}{\ln u}\right)$$

Как известно, интегральная логарифмическая функция $\operatorname{li} u = \operatorname{Ei} (\ln u)$, где Ei — символ интегральной экспоненциальной функции. Отсюда для безразмерного объема

$$V^\circ = \frac{a^2 \mu V}{2\pi kh (p_k - p_c) R_c^2}$$

окончательно находим

$$V^\circ = \frac{2}{\beta} \operatorname{Ei} [\ln \beta f_0] \tag{4.4}$$

Продолжительность первой фазы неустановившейся фильтрации находим из условия, что приведенный радиус $R_1 \leqslant R_k$ или, учитывая (4.4),

$$\beta f_0 \leqslant (R_k / R_c - 1)^2 \tag{4.5}$$

Сохранив в (4.5) знак равенства и используя (4.4), находим безразмерный накопленный объем, соответствующий моменту окончания первой фазы неустановившейся фильтрации

$$V^\circ = \frac{2}{\beta} \operatorname{Ei} [2 \ln (R_k / R_c - 1)] \tag{4.6}$$

Соответствующая формула в методе последовательной смены стационарных состояний имеет вид [2]

$$V^\circ = \frac{1}{2} \left[\frac{(R_k / R_c) - 1}{2 \ln (R_k / R_c)} - 1 \right] \tag{4.7}$$

Сопоставление с результатами по точным формулам [4] показало, что максимальная погрешность формулы (4.6) составляет 2—3%. Формула (4.7) дает заниженное против точного, значение безразмерной добычи примерно в 1.5 раза во всем интервале изменения R_k / R_c.

Поступила 8 XII 1960

ЛИТЕРАТУРА

1. Щелкачев В. Н. Разработка нефтеводоносных пластов при упругом режиме. Гостоптехиздат, 1959.
2. Чарный И. А. Подземная гидромеханика. Гостехиздат, 1948.
3. Ким В. Ю. Приближенное решение некоторых задач о неустановившейся фильтрации жидкости при упругом режиме. Изв. АН СССР. ОТН. Механика и машиностроение, 1960, № 2.
4. Царевич К. А. и Куранов И. Ф. Расчет дебитов центральной скважины в круговом пласте при упругом режиме. Тр. ВНИИ, вып. VIII, Гостоптехиздат, 1956.
5. Чекалюк Э. Б. Нефт. х-во, 1954, № 4.
6. Лебедев Н. Н. Специальные функции и их приложения. Гостехтеоретиздат, 1953.