е) Сопоставляя результаты исследований u_t методом обратного конуса [9] с результатами измерений u_t методом «разреза пламени», в табл. 2 приведена оценка возможных поправочных коэффициентов пересчета видимой скорости распространения пламени.

Поступила
27 V 1961

ЛИТЕРАТУРА

1. Damkehler G. Der einfluss turbulenz auf die flammengesechwindigkeit in gasgemichen Z. fur Elektroch, 1940, 46, 601.
2. Щелкин К. И. О сгорании в турбулентном потоке. ЖТФ, 1943, т. XIV, стр. 520.
3. Талантов А. В. Исследование горения в турбулентном потоке однородной газовой смеси. МАП, Тр. № 8, 1955.
4. Зельдович Я. Б. Замечания о горении быстрого потока в трубе. ЖТФ, 1944.
5. Karlovitz B., Denniston D., Welles F. Investigation of turbulenz flamen. The Journal of Chem. Phys., 1951, v. 19.
6. Козаченко Л. С. Горение бензино-воздушных смесей в турбулентном потоке. Изв. АН СССР, ОХН, 1960, № 1, стр. 45—52.
7. Козаченко Л. С. Горение бензино-воздушных смесей в турбулентном потоке. Третье всесоюзное совещание по теории горения, 1960, т. I.
8. Хитрин Л. Н., Головин Е. С., Сорокина А. В. Исследование процессов горения. М., Изд-во АН СССР, 1958, стр. 78.
9. Хитрин Л. Н., Гольденберг С. А. Исследование процесса распространения турбулентного фронта пламени при больших скоростях потока. Газодинамика и физика горения. М., Изд-во АН СССР, 1959.
10. Хитрин А. Н., Гольденберг С. А., Сундуков И. Н. Закономерности образования пламени в свободной струе. Газодинамика и физика горения. М., Изд-во АН СССР, 1959.
11. Петров Э. А., Талантов А. В. Скорость распространения пламени и протяженность зоны горения в турбулентном потоке. Тр. Казанского авиационного ин-та, 1958.

ОБ УСТАНОВИВШИХСЯ ДВИЖЕНИЯХ ГАЗА С ПЕРЕМЕННОЙ МАССОЙ И ЭНЕРГИЕЙ

И. Ф. Шахнов

(Москва)

Рассматривается одномерное установившееся движение идеального газа по трубе переменного сечения при наличии подвода тепла и массы. Основные уравнения, описывающие такого рода течения, сводятся к одному дифференциальному уравнению, где в качестве зависимой переменной берется коэффициент скорости λ, а независимой переменной является логарифм площади поперечного сечения. Приводится семейство точных решений, имеющее ясный физический смысл.

Задача об определении параметров одномерного установившегося потока в канале переменного сечения при наличии непрерывного подвода тепла и массы имеет значение для практических приложений. Такая постановка схематизирует, например, течение в камере сгорания воздушно-реактивного двигателя.

Будем предполагать, что газ является идеальным, т. е. невязким и нетеплопроводным. Будем предполагать также, что закон тепло- и массоподвода, равно как и закон изменения площади поперечного сечения, задан как функция продольного расстояния вдоль оси трубы.

1. Если величина скорости добавляемой массы (в проекции на направление движения) мала по сравнению со скоростью основного потока, то уравнение движения может быть записано [1] как

$$d\frac{v^2}{2} + v^2 d\ln m = -\frac{1}{\rho}\,dp, \qquad m = \rho v F \tag{1.1}$$

где v — скорость, ρ — плотность, p — давление, m — массовый расход, F — площадь поперечного сечения канала. Вводим в рассмотрение уравнения состояния и энергии

$$p = \rho RT, \qquad i_0 = c_p T + A\frac{v^2}{2} \tag{1.2}$$

Здесь T — абсолютная температура, A — механический эквивалент тепла; R, i_0, c_p — соответственно газовая постоянная, полное теплосодержание и теплоемкость при постоянном давлении, отнесенные к единице массы газа.

Используя выражение (1.1) для m, имеем

$$p = \left[\frac{2i_0 m^2}{A} - (mv)^2\right] \frac{k-1}{2k} \frac{1}{Fmv} \tag{1.3}$$

Уравнение (1.1) представим в виде

$$d\,[mv + pF] = pdF \tag{1.4}$$

Считая показатель адиабаты k постоянным, при помощи (1.3) получим

$$\left[(k+1)(mv)^2 - \frac{k-1}{A} 2i_0 m^2\right] d\,(mv) + \\ + (k-1)\left[d\,\frac{2i_0 m^2}{A} - \frac{2i_0 m^2}{A} d \ln F\right] mv + (k-1)(mv)^3 d \ln F = 0 \tag{1.5}$$

Введем безразмерный коэффициент скорости

$$\lambda = v \left(\frac{k-1}{k+1} \frac{2i_0}{A}\right)^{-1/2}$$

Замечая, что

$$\left(\frac{k-1}{k+1} \frac{2i_0 m^2}{A}\right)^{-1/2} d\,(mv) = d\lambda + \frac{\lambda}{2} d \ln \frac{2i_0 m^2}{A}$$

из (1.5) имеем

$$(\lambda^2 - 1) \frac{d\lambda}{d \ln F} + \left[\frac{k-1}{k+1} + \frac{1}{2} \frac{d \ln i_0 m^2}{d \ln F}\right] \lambda^3 + \left[\frac{1}{2} \frac{d \ln i_0 m^2}{d \ln F} - 1\right] \lambda = 0 \tag{1.6}$$

В уравнение (1.6) параметры i_0 и m входят в виде логарифмической производной от $i_0 m^2$, т. е. увеличение полного теплосодержания в n раз оказывается эквивалентным, в смысле воздействия на величину λ, увеличению расхода в $\sqrt{n}$ раз. В этом смысле величину $d \ln i_0 m^2 / d \ln F$ можно рассматривать как параметр подобия.

2. В частном случае течения в цилиндрической трубе

$$d \ln F = 0$$

и из уравнения (1.6) вытекает

$$(\lambda^2 - 1) \frac{d\lambda}{d \ln i_0 m^2} + \frac{1}{2}(\lambda^3 + \lambda) = 0 \tag{2.1}$$

Отсюда, интегрируя, находим

$$z(\lambda) = \frac{z(\lambda_1)}{\beta^2 \theta} \tag{2.2}$$

Здесь

$$z(\lambda) = \lambda + \frac{1}{\lambda}, \qquad \beta = \frac{m}{m_1}, \qquad \theta = \frac{i_0}{i_{01}}$$

а индекс 1 указывает значения в исходном сечении.

Таким образом, если при двух различных законах тепло- и массоподвода произведение $\beta^2\theta$ имеет одно и то же значение, то эти потоки будут обладать одинаковыми и λ (λ_1 фиксировано). Отсюда равными будут и коэффициенты восстановления давления

$$\sigma = p_0 / p_{01}$$

где p_0 — давление изэнтропически заторможенного потока, так как [2]

$$\sigma = \beta \sqrt{\theta} \frac{q(\lambda_1)}{q(\lambda)}, \qquad q(\lambda) = \lambda \left[1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda^2\right]^{\frac{1}{k-1}}$$

В случае постоянного давления в канале уравнения (1.1) и (1.2) дают

$$\frac{v}{v_1} = \beta^{-1}, \qquad \frac{\rho}{\rho_1} = \beta^2 \frac{F_1}{F}, \qquad \frac{T}{T_1} = \beta^{-2} \frac{F}{F_1} \\ \frac{F}{F_1} = \beta^2\theta + \frac{k-1}{2} M_1^2 (\beta^2\theta - 1) \tag{2.3}$$

В случае изотермического течения ($T = \mathrm{const}$) удобно считать, что теплоподвод задан в функции массоподвода.

Вводя число $M = v / a$, где a — скорость звука ($a^2 = kRT$), представим уравнения (1.1) и (1.2) в виде

$$d\frac{v^2}{2} + v^2 d\ln m = -RTd\ln p, \qquad v^2 = \frac{2}{A}[i_0 - c_pT], \qquad M^2 = \frac{2i_0}{Aa^2} - \frac{2}{k-1}$$

Отсюда

$$\frac{p}{p_1} = \beta^{\frac{2k}{k-1}} \exp\left\{-\frac{k}{k-1}\left(1 + \frac{k-1}{2} M_1^2\right)\left[\theta - 1 + 2\int_1^\beta \theta d\ln\beta\right]\right\} \tag{2.4}$$

$$\frac{\rho}{\rho_1} = \frac{p}{p_1}, \qquad \frac{F}{F_1} = \beta\frac{p_1}{p}\frac{M_1}{M}, \qquad \frac{M}{M_1} = \sqrt{\theta + \frac{\theta - 1}{{}^1/_2(k-1)M_1^2}}$$

3. Отметим, что нелинейное дифференциальное уравнение (1.6) подстановкой

$$y = \lambda^2, \qquad x = \ln F \tag{3.1}$$

приводится к уравнению Абеля второго рода

$$(y-1)\frac{dy}{dx} + f_1(x)y^2 + f_2(x)y = 0 \tag{3.2}$$

которое, после перехода к переменным Абеля [3], сводится к виду

$$\frac{du}{dz} = 1 + \frac{R(z)}{u} \tag{3.3}$$

и в общем случае может быть решено с помощью рядов [4].

Интересный для приложений результат получается, если положить

$$\frac{d\ln i_0m^2}{d\ln F} = D \quad (D = \mathrm{const}), \qquad \text{или} \qquad i_0m^2 = C_1F^D \tag{3.4}$$

где D — произвольная константа, а C_1 — определяется из условий в начальном сечении. Уравнение (1.6) в этом случае легко интегрируется и дает

$$\frac{1}{\lambda}[A\lambda^2 + B]^{\frac{A+B}{2A}} F^B = \mathrm{const} \qquad \left(A = \frac{D}{2} + \frac{k-1}{k+1}, \quad B = \frac{D}{2} - 1\right) \tag{3.5}$$

Условию (3.4) соответствует, например, изменение i_0, m и F по степенному закону

$$i_0 = C_2x^\alpha, \qquad m = C_3x^\beta, \qquad F = C_4x^\gamma$$

причем никаких ограничений на постоянные α, β, γ не накладывается (x — продольное расстояние вдоль оси трубы), постоянные C_2, C_3, C_4 определяются из начальных условий, а C_1 и D в этом случае могут быть записаны как

$$C_1 = \frac{C_2C_3^2}{C_4^D}, \qquad D = \frac{\alpha + 2\beta}{\gamma}$$

В общем случае коэффициент восстановления давления равен

$$\sigma = \beta\sqrt{\theta}\frac{q(\lambda_1)}{q(\lambda)}\frac{F_1}{F}$$

Поэтому при задании i_0m^2 как функции от x или в непосредственной зависимости от F и при фиксированном значении λ_1 из уравнения (1.6) следует, что σ будет зависеть только от F.

Поступила
24 V 1961

ЛИТЕРАТУРА

1. Кожевников А. С. Общие уравнения установившегося движения потока с переменным расходом. Госэнергоиздат, 1949.
2. Бондарюк М. М., Ильшенко С. М. Прямоточные воздушно-реактивные двигатели. Оборонгиз, 1958.
3. Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. ИИЛ, 1950.
4. Сонин Н. Я. О дифференциальном уравнении $dy/dx = 1 + R(x)/y$, СПБ, Тип. Акад. наук, 1895.