Наличие оптимального трения в поглотителе подтверждается экспериментальными исследованиями, приведенными в [8], там же описаны способы его увеличения.

4. Выводы. 1. Динамический поглотитель акустических колебаний в камере будет эффективным при совпадении собственных частот колебаний и некотором оптимальном значении коэффициента трения. 2. При малых значениях коэффициента трения наличие динамического поглотителя в камере может быть причиной возникновения автоколебаний. Это обусловлено тем, что камера с поглотителем имеет две близкие резонансные частоты, а это расширяет возможную полосу захвата частоты автоколебаний. 3. При больших значениях коэффициента трения динамический поглотитель акустических колебаний в камере сгорания может оказаться неэффективным.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Рэлей Дж. В.** Теория звука.— М.; Л.: ГИТТЛ, 1940.— Т. 1, 2.
2. **Ден-Гартог Дж. П.** Теория колебаний.— М.; Л.: ОГИЗ, 1942.
3. **Стрелков С. П.** Введение в теорию колебаний.— М.; Л.: ОГИЗ, 1950.
4. **Ахмадеев В. Ф., Гусева Г. Н., Козлов Л. Н.** и др. Гидродинамические источники акустических колебаний.— М.: ЦНИИНТИ КПК, 1990.
5. **Неустойчивость горения в ЖРД**/Под ред. Д. Т. Харрье и Ф. Г. Рирдона.— М.: Мир, 1975.
6. **Лайтхилл Дж.** Волны в жидкостях.— М.: Мир, 1981.
7. **Исакович М. А.** Общая акустика.— М.: Наука, 1973.
8. **Ахмадеев В. Ф., Корляков В. Н., Козлов Л. Н.** и др. Подавление акустических колебаний в камерах сгорания резонансными поглотителями.— М.: НПО «Информ ТЭИ», 1991.

г. Новосибирск,
г. Пермь

Поступила 3/II 1992 г.,
в окончательном варианте — 19/X 1992 г.

УДК 532.526

В. Н. Ветлуцкий, Т. В. Поплавская

ЧИСЛЕННЫЙ РАСЧЕТ ТРЕХМЕРНОГО ЛАМИНАРНОГО СЖИМАЕМОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ НА ПРОФИЛИРОВАННЫХ ТРЕУГОЛЬНЫХ КРЫЛЬЯХ СО СВЕРХЗВУКОВЫМИ ПЕРЕДНИМИ КРОМКАМИ

Для исследования аэродинамики крыльев большое значение имеет анализ коэффициентов трения и теплообмена на поверхности тела, которые определяются из расчета пограничного слоя на крыле. В настоящее время имеется ряд работ по численному расчету автомодельного сжимаемого пограничного слоя на конических телах [1—3]. Расчет пространственного сжимаемого ламинарного пограничного слоя на заостренном теле биэллиптического сечения выполнен в [4]. В [5] проведен расчет трехмерного пограничного слоя при ламинарном и турбулентном режимах течения на плоском треугольном крыле.

В настоящей работе описаны постановка задачи и алгоритм расчета пространственного сжимаемого ламинарного пограничного слоя на профилированном крыле со сверхзвуковыми передними кромками. Приведены результаты его реализации для наветренной и подветренной сторон крыла с углом стреловидности $\chi = 45°$ при числе Маха $M_\infty = 3$ и для наветренной стороны крыла с тем же χ при $M_\infty = 3$ и 6 для ряда углов атаки α. Исследовано влияние числа Маха, угла атаки и относительной толщины профиля на коэффициент трения и на его вклад в полное сопротивление крыла.

1. Поверхность крыла предполагается гладкой, и ее уравнение вида $y = F(x, z)$ задается в декартовой системе координат (x, y, z) с началом в носике крыла (рис. 1). Плоскость $z = 0$ совпадает с вертикальной плоскостью симметрии. Передние и задняя кромки крыла лежат в плоскости $y = 0$. Вектор скорости набегающего потока $\mathbf{U}_\infty$ лежит в вертикальной плоскости симметрии обтекаемого тела и составляет угол атаки α с осью x.

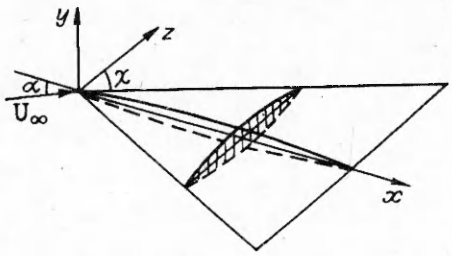

Рис. 1

Для описания пограничного слоя вводится неортогональная система координат (ξ, η, ζ), связанная с поверхностью тела:

$$\xi = x, \quad \zeta = 1 - z/f(x).$$

Здесь координата ζ отсчитывается от передней кромки; η — нормаль к поверхности; $z = f(x)$ — уравнение передней кромки. Все параметры обезразмерены по длине центральной хорды L и по значениям самих параметров в набегающем потоке (индекс ∞), за исключением

$$\bar{\eta} = \eta\sqrt{\mathrm{Re}_L}/L, \quad \bar{v} = v\sqrt{\mathrm{Re}_L}/L, \quad \bar{p} = p/\rho_\infty U_\infty^2,$$

$$\mathrm{Re}_L = \rho_\infty U_\infty L/\mu_\infty, \quad \mathrm{Pr} = \mu_\infty c_{p\infty}/k_\infty, \quad \mathrm{M}_\infty = U_\infty/\sqrt{\gamma R T_\infty}$$

(далее в уравнениях черточки опущены). В соответствии с [6] выписаны матрица $B = |\beta_j^{i'}|$ составляющих ковариантных базисных векторов, отвечающих осям ξ, η, ζ $(i', j = 1, 2, 3)$, и метрические коэффициенты g_{11}, g_{12}, g_{22}, g [7].

Для того чтобы исключить особенность на передней кромке и уменьшить зависимость внешней границы пограничного слоя от продольной координаты, вводится новая переменная $\lambda = \eta/\sqrt{\xi\zeta}$. Тогда уравнения пограничного слоя в физических переменных [8] имеют вид

$$\xi\zeta\left[\frac{\partial}{\partial\xi}(\rho u\sqrt{g/g_{11}}) + \frac{\partial}{\partial\zeta}(\rho w\sqrt{g/g_{22}})\right] + \tag{1.1}$$

$$+ \sqrt{g}\,\frac{\partial J}{\partial\lambda} + \xi\rho w\sqrt{g/g_{22}}/2 + \zeta\rho u\sqrt{g/g_{11}}/2 = 0.$$

Уравнения движения и энергии с одинаковой структурой запишем как

$$a_i\frac{\partial f_i}{\partial\xi} + b_i\frac{\partial f_i}{\partial\zeta} + c_i\frac{\partial f_i}{\partial\lambda} - \frac{\partial}{\partial\lambda}\left(d_i\frac{\partial f_i}{\partial\lambda}\right) + e_i = 0 \quad (i = 1, 2, 3), \tag{1.2}$$

где

1) $f_1 = u$, $a_1 = \xi\zeta\rho u/\sqrt{g_{11}}$, $b_1 = \xi\zeta\rho w/\sqrt{g_{22}}$, $c_1 = J$, $d_1 = \mu$, $e_1 = \xi\zeta(A_6 - A_4)$;

2) $f_2 = w$, $a_2 = \xi\zeta\rho u/\sqrt{g_{11}}$, $b_2 = \xi\zeta\rho w/\sqrt{g_{22}}$, $c_2 = J$, $d_2 = \mu$, $e_2 = \xi\zeta(B_6 - B_4)$;

3) $f_3 = T$, $a_3 = c_p\xi\zeta\rho u/\sqrt{g_{11}}$, $b_3 = c_p\xi\zeta\rho w/\sqrt{g_{22}}$, $c_3 = c_pJ$, $d_3 = k/\mathrm{Pr}$,

$$e_3 = \xi\zeta(A_5u + B_5w) - \mathrm{M}_\infty^2(\gamma - 1)\mu\left[\left(\frac{\partial u}{\partial\lambda}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial\lambda}\right)^2 + 2\cos\varphi\,\frac{\partial u}{\partial\lambda}\frac{\partial w}{\partial\lambda}\right].$$

Замыкается система уравнений (1.1), (1.2) уравнением состояния

$$\rho = \gamma\mathrm{M}_\infty^2 p/T.$$

Здесь вместо составляющей скорости v введен поток массы

$$J = \rho\left(\sqrt{\xi}\,v - \frac{\eta}{2\sqrt{\xi g_{11}}}\,u\right)\sqrt{\zeta} - \frac{\eta\sqrt{\xi}}{2\sqrt{\zeta g_{22}}}\,\rho w;$$

φ — угол между осями координат ξ, ζ; $\cos\varphi = g_{12}/\sqrt{g_{11}g_{22}}$; A_1, A_2, A_3, B_1, B_2, B_3 взяты в том же виде, что и в [8].

Система уравнений (1.1), (1.2) решается в области Ω ($\xi \geqslant \xi_0$, $0 \leqslant \zeta \leqslant \leqslant \zeta_k$, $0 \leqslant \lambda \leqslant \lambda_e(\xi, \zeta)$) при следующих граничных условиях:

$$\xi = \xi_0: \quad u = u_0(\zeta, \lambda), \quad w = w_0(\zeta, \lambda), \quad T = T_0(\zeta, \lambda);$$

$$\zeta = 0: \quad u = u_\delta(\xi, \lambda), \quad w = w_\delta(\xi, \lambda), \quad T = T_\delta(\xi, \lambda);$$

$$\lambda = 0: \quad u = w = J = 0, \quad T = T_w;$$

$$\lambda = \lambda_e(\xi, \zeta): \quad u = u_e(\xi, \zeta), \quad w = w_e(\xi, \zeta), \quad T = T_e(\xi, \zeta), \quad p = p_e(\xi, \zeta).$$

Индекс e соответствует значениям параметров на внешней границе пограничного слоя, w — на поверхности крыла. Сечение $\xi = \xi_0$ задано на коническом носике тела, профили u_0, w_0, T_0 берутся из автомодельного решения для носика. На передней кромке $\zeta = 0$ профили u_δ, w_δ, T_δ определяются из решения обыкновенных дифференциальных уравнений, полученных из (1.1), (1.2) при $\zeta \to 0$ в предположении ограниченности всех искомых функций и их производных [7]. На поверхности тела ($\lambda = 0$) заданы обычные для вязкой жидкости условия прилипания и равенство температур газа и стенки. На внешней границе ($\lambda = \lambda_e(\xi, \zeta)$) параметры пограничного слоя берутся из расчетов обтекания крыла невязким газом [9, 10] и интерполируются сглаживающим кубическим сплайном, как и уравнение поверхности крыла.

Для повышения точности счета при равномерной разностной сетке вводятся новые независимые переменные (t, s, n), с помощью которых можно растянуть области больших градиентов искомых функций. Для этого выполнена замена

$$\xi = t, \quad \zeta = \zeta(s), \quad \lambda = \lambda(t, s, n),$$

где $\zeta(s)$ взято в виде полинома третьей степени, сгущающего узлы разностной сетки у плоскости симметрии крыла. Преобразование $\lambda(t, s, n)$ задаем так, чтобы в области больших градиентов функций в λ-направлении шаги разностной сетки в физических переменных были малыми [7].

2. Вначале маршевым методом по координате s рассчитывался автомодельный пограничный слой на коническом участке, для этого бралась чисто неявная схема. Полученные значения газодинамических параметров u_0, w_0, T_0 задавались в качестве начальных условий в сечении $t = t_0$ на коническом участке. Затем маршевым методом по координате t решались трехмерные уравнения пограничного слоя. Использовалась двухслойная неявная разностная схема с весами, абсолютно устойчивая при значениях весового множителя $0,5 \leqslant \theta \leqslant 1,0$, подробно описанная в [11].

По найденным профилям скорости и температуры в каждом сечении вычислялись компоненты коэффициентов напряжения трения и число Стантона на поверхности тела:

$$c_{f1}^* = c_{f1}\sqrt{\mathrm{Re}_\xi \zeta} = \frac{\tau_\xi}{0{,}5\rho_\infty U_\infty^2}\sqrt{\mathrm{Re}_\xi \zeta},$$

$$c_{f2}^* = c_{f2}\sqrt{\mathrm{Re}_\xi \zeta} = \frac{\tau_\zeta}{0{,}5\rho_\infty U_\infty^2}\sqrt{\mathrm{Re}_\xi \zeta},$$

$$c_f^* = \sqrt{c_{f1}^{*2} + c_{f2}^{*2} + 2c_{f1}^* c_{f2}^* \cos\varphi}, \qquad \mathrm{St}^* = \mathrm{St}\sqrt{\mathrm{Re}_\xi \zeta} = \frac{q}{\rho_\infty U_\infty (h_\infty - h_w)}\sqrt{\mathrm{Re}_\xi \zeta}.$$

Здесь Re_ξ — число Рейнольдса, вычисляемое по параметрам набегающего потока и расстоянию от носика тела ξ; τ_ξ, τ_ζ — компоненты вектора напряжения трения; q — тепловой поток на поверхности крыла; h — полная энтальпия.

Кроме того, насчитывался суммарный вклад сил трения на поверхности крыла в коэффициенты аэродинамической продольной и нормальной сил, которые определялись по формулам

$$CF_x^* = CF_x\sqrt{\mathrm{Re}_L} = \frac{X_\text{т}\sqrt{\mathrm{Re}_L}}{(1/2)\rho_\infty U_\infty^2 S} = 2\int_0^1\int_0^1 \frac{c_{f1}^*\cos\gamma\cos\vartheta}{\sqrt{\zeta}}\sqrt{\xi}\,d\xi d\zeta,$$

$$CF_y^* = CF_y\sqrt{\mathrm{Re}_L} = \frac{Y_\text{т}\sqrt{\mathrm{Re}_L}}{(1/2)\rho_\infty U_\infty^2 S} = 2\int_0^1\int_0^1 \frac{c_{f1}^*\sin\gamma\cos\vartheta + c_{f2}^*\sin\vartheta}{\sqrt{\zeta}}\sqrt{\xi}\,d\xi d\zeta,$$

где $X_т$, $Y_т$ — суммарная сила трения в продольном и нормальном направлениях; γ — угол между вектором c_{f1} и осью ξ в проекции на плоскость (ξ, λ); ϑ — угол между вектором c_{f1} и осью ξ в проекции на плоскость (ξ, ζ); S — площадь поверхности крыла. Вычисление интегралов проводилось по формуле трапеций. Исключение составляет окрестность передней кромки, здесь значения интегралов определялись аналитически. Общее сопротивление крыла CX_0 находилось по формуле

$$CX_0 = C_x + CF_x$$

(C_x — волновое сопротивление, взятое из расчетов невязкого обтекания, CF_x — коэффициент сопротивления трения, пересчитанный в скоростную систему координат для заданного Re_L).

Более подробно постановка задачи и алгоритм решения трехмерных уравнений пограничного слоя описаны в [7].

3. Первоначально созданная программа апробирована сравнением результатов расчета с собственными результатами для плоской пластины [3] и с данными [5]. Результаты этих сравнений приведены в [7]. Далее ламинарный пограничный слой рассчитан при одном энтальпийном факторе $H_w = h_w/h_\infty = 0{,}57$ для двух профилированных крыльев с одинаковым углом стреловидности $\chi = 45°$ и с уравнениями поверхностей [9, 10]

$$F(\xi, \zeta) = 4c\,(1 - (1 - \zeta)^{1{,}5})\,(1 - \xi)\,\xi^{1{,}0526},$$

$$G(\xi, \zeta) = 4c\,(1 - (1 - \zeta)^{2})\,(1 - \xi)\,\xi^{1{,}047},$$

где c — относительная толщина наветренной поверхности $c_н$ и подветренной $c_в$. Все рассмотренные варианты приведены в табл. 1.

На рис. 2 представлены распределения параметров c_f^* и St^* на наветренной поверхности крыла G при $c_н = 0{,}03$, $M_\infty = 3$, $\alpha = 5°$ в сечениях $\zeta = 0$; 0,52; 0,85 (кривые *1*—*3*). Здесь же изображен контур поверхности крыла в этих сечениях. Штриховыми линиями для сравнения даны значения c_f^* и St^* при тех же определяющих параметрах для плоской пластины в сечении $\zeta = 0{,}52$. Видно, что приведенные параметры на профилированном крыле превышают свои значения для плоской пластины на 30 %. Это объясняется тем, что местный угол атаки носовой части крыла приблизительно на 5° выше, чем на пластине. Аналогичная ситуация имеет место и при других углах атаки.

При $M_\infty = 6$ распределение коэффициента трения c_f^* на наветренной поверхности того же крыла и при тех же остальных определяющих парамет-

Таблица 1

Крыло	α, град	M_∞		
		3		6
		$c_в$ (CF_x^*)	$c_н$ (CF_x^*)	$c_н$ (CF_x^*)
F	0	0,05 (2,038)	0,05 (2,038)	—
	5	0.05 (1,784)	0,04 (2,224)	—
	8	0,05 (1,630)	0,03 (2,291)	—
G	0	—	0,03 (1,990)	0,03 (1,910)
	5	—	0,03 (2,222)	0,03 (2,521)
	10	—	—	0,03 (3,128)

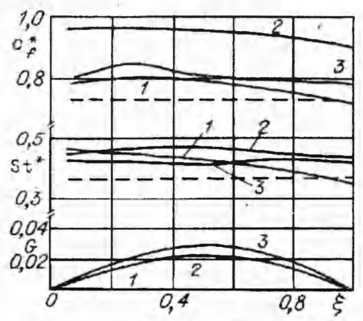

Рис. 2

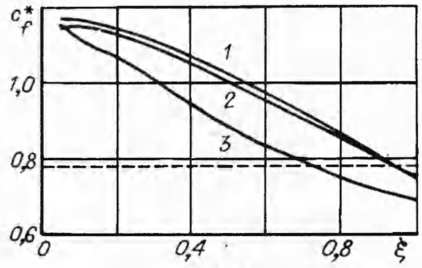

Рис. 3

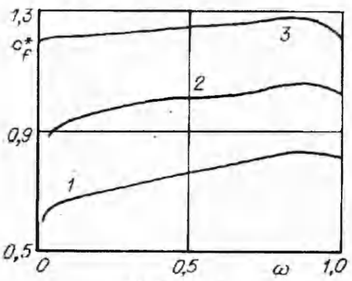

Рис. 4

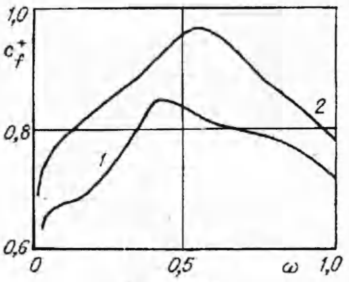

Рис. 5

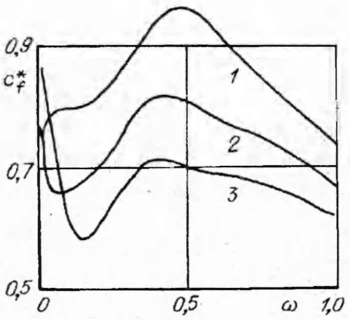

Рис. 6

рах представлено на рис. 3. Здесь нумерация кривых та же, что и на рис. 2. При $M_\infty = 6$ значение c_f^* на носике более существенно превышает его значение на плоской пластине, чем при $M_\infty = 3$. Однако далее оно начинает падать из-за более интенсивного нарастания толщины пограничного слоя.

Расчеты при $M_\infty = 6$ и $\alpha = 0 \div 10°$ показали, что характер поведения кривых c_f^* и St* на наветренной стороне сохраняется. Лишь изменяется их абсолютное значение приблизительно на 25 % при увеличении α на 5°. Это иллюстрирует рис. 4, на котором для $\alpha = 0$, 5, 10° (линии 1—3) представлено распределение параметра c_f^* в зависимости от поперечной координаты $\omega = 1 - \zeta$ ($\omega = 1$ соответствует передней кромке) в сечении $\xi = 0{,}5$ крыла G. Аналогичное сопоставление распределения параметра c_f^* на наветренной стороне крыла G в сечении $\xi = 0{,}5$ при $M_\infty = 3$ выполнено на рис. 5 (кривые 1, 2 отвечают $\alpha = 0$, 5°). В отличие от $M_\infty = 6$ обе кривые носят немонотонный характер.

Влияние угла атаки на распределение коэффициента трения c_f^* на подветренной стороне профилированного крыла F в сечении $\xi = 0{,}5$ показано на рис. 6. Расчеты выполнены для $c_в = 0{,}05$, $M_\infty = 3$ и $\alpha = 0$, 5, 8° (кривые 1—3). Характер кривых с ростом α меняется слабо (за исключением окрестности плоскости симметрии, где располагается особая точка невязкого течения). Значение c_f^* здесь уменьшается на ~ 15 % при росте α на 5°. Таким образом, из рис. 4—6 следует, что при одинаковых толщинах профиля и числах Маха кривые c_f^* (а также St*) при разных углах атаки качественно похожи друг на друга.

В табл. 1 под значениями относительной толщины наветренной $c_н$ и подветренной $c_в$ поверхностей крыла приведены значения суммарного по данной поверхности автомодельного коэффициента трения $CF_x^* = CF_x \sqrt{\mathrm{Re}_L}$, который при увеличении угла атаки практически линейно растет для наветренной стороны и убывает для подветренной. При этом скорость роста при $M_\infty = 6$ почти в 2 раза выше, чем при $M_\infty = 3$.

Таблица 2

M_∞	$c_н$	α, град					
		0			5		
		CF_x	CX_0	$\frac{CF_x}{CX_0}$, %	CF_x	CX_0	$\frac{CF_x}{CX_0}$, %
3	0	0,0053	0,0053	100	0,0061	0,0261	23
	0,03	0,0062	0,0093	67	0,0070	0,0325	21,5
6	0	0,0050	0,0050	100	0,0068	0,0137	49,5
	0,03	0,0060	0,0076	79	0,0080	0,0190	43

Вклад суммарного напряжения трения CF_x в полное сопротивление CX_0 для каждой поверхности крыла был оценен при $Re_L = 10^5$ (число Рейнольдса вычислено по параметрам набегающего потока и длине центральной хорды). В табл. 2 приведены указанные величины для наветренной стороны крыла G при $c_н = 0,03$, $M_\infty = 3$ и 6, $\alpha = 0$ и $5°$. Здесь же для сравнения даны их значения для плоской треугольной пластины при тех же определяющих параметрах [3]. Видно, что с ростом M_∞ значение CF_x при $\alpha = 0$ несколько уменьшается, а при $\alpha = 5°$ увеличивается. Однако при этом существенно падает волновое сопротивление, что приводит к росту вклада сил трения от 67 до 79 % при $\alpha = 0$ и от 21,5 до 43 % при $\alpha = 5°$.

По данным табл. 2 можно оценить влияние относительной толщины крыла на характеристики пограничного слоя. Значение CF_x для профилированного крыла по сравнению с треугольной пластиной возрастает в среднем на 15 %. Однако при этом существенно увеличивается волновое сопротивление, что приводит к уменьшению вклада сил трения в полное сопротивление по сравнению с плоской треугольной пластиной. Аналогичное явление наблюдается при увеличении угла атаки. Хотя значение CF_x при увеличении α от 0 до $5°$ растет, волновое сопротивление увеличивается при этом значительнее, и поэтому вклад сил трения падает от 67 до 21,5 % при $M_\infty = 3$ и от 79 до 43 % при $M_\infty = 6$.

Проведена оценка вклада сил трения при $M_\infty = 3$ в полное сопротивление всего крыла, наветренная сторона которого образована поверхностью G ($c_н = 0,03$), а подветренная — поверхностью F ($c_в = 0,05$). Оценка выполнена при $H_w = 0,57$ и $Re_L = 10^5$. Получено, что при увеличении α от 0 до $5°$ суммарное значение CF_x практически не меняется (0,0126 и 0,0125), при этом полное сопротивление CX_0 существенно возрастает (0,0225 и 0,0527) за счет волнового сопротивления, что приводит к падению вклада сил трения от 56 до 24 %.

Заметим, что коэффициент сопротивления трения CF_x для рассмотренных вариантов может быть легко пересчитан на любые числа Рейнольдса делением CF_x^* на $\sqrt{Re_L}$. Влияние энтальпийного фактора H_w на параметры пограничного слоя было изучено ранее на модели плоской треугольной пластины [3].

ЛИТЕРАТУРА

1. **Башкин В. А.** Ламинарный пограничный слой в сжимаемом газе при коническом внешнем течении // Тр. ЦАГИ.— 1968.— Вып. 1093.
2. **Ветлуцкий В. Н., Ганимедов В. Л.** К численному решению задачи о пограничном слое на эллиптическом конусе // ЧММСС.— 1977.— Т. 8, № 5.
3. **Ветлуцкий В. Н., Поплавская Т. В.** Сжимаемый ламинарный пограничный слой на плоской треугольной пластине с присоединенной ударной волной // ПМТФ.— 1985.— № 5.
4. **Ветлуцкая Л. М., Ветлуцкий В. Н.** К расчету сжимаемого ламинарного пограничного слоя на заостренном теле // ЧММСС.— 1986.— Т. 17, № 5.
5. **Щекин Г. А.** Численный расчет трехмерного пограничного слоя в ламинарной и турбулентной областях течения на крыле при сверхзвуковых скоростях полета // Экспериментальное и теоретическое исследование аэродинамики элементов летательного аппарата и его частей.— М.: МАИ, 1983.
6. **Хиршель Э., Кордулла В.** Сдвиговое течение сжимаемой жидкости.— М.: Мир, 1987.

7. Ветлуцкий В. Н., Поплавская Т. В. К расчету ламинарного сжимаемого пограничного слоя на треугольном профилированном крыле со сверхзвуковыми передними кромками // Моделирование в механике.— 1989.— Т. 3(20), № 6.
8. Шевелев Ю. Д. Трехмерные задачи теории ламинарного пограничного слоя.— М.: Наука, 1977.
9. Воскресенский Г. П., Ильина А. С., Татаренчик В. С. Сверхзвуковое обтекание крыльев.— М., 1976.— (Препр./АН СССР, Ин-т прикл. математики; № 104 — 76).
10. Воскресенский Г. П., Ильина А. С., Татаренчик В. С. Сверхзвуковое обтекание крыльев с присоединенной ударной волной // Тр. НАГИ.— 1974.— Вып. 1590.
11. Ветлуцкая Л. М., Ветлуцкий В. Н. К расчету трехмерного несжимаемого ламинарного пограничного слоя на плоской пластине с препятствием // ЧММСС.— 1980.— Т. 11, № 4.
12. Ветлуцкий В. Н., Поплавская Т. В. Расчет ламинарного пограничного слоя на подветренной стороне треугольной пластины со сверхзвуковыми передними кромками // ПМТФ.— 1989.— № 1.

г. Новосибирск

Поступила 3/II 1992 г., в окончательном варианте — 1/X 1992 г.

УДК 518:517.94

С. М. Аульченко

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ГРАНИЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ДЛЯ РАСЧЕТА ОБТЕКАНИЯ СКОРОСТНОГО ДОЗВУКОВОГО ПРОФИЛЯ

Широкие возможности ЭВМ привели к созданию различных численных методов расчета характеристик профилей, в большинстве из них используется конечно-разностное представление определяющих уравнений в частных производных. Принципиально иным является метод дискретного распределения особенностей для расчета несжимаемого потенциального течения, изложенный в [1]. В [2] показано, что этот метод может быть распространен также на решение двумерного уравнения Пуассона с распределением особенностей не только по границе, но и внутри поля течения, тем самым он дает возможность рассматривать трансзвуковое безударное обтекание профилей.

Метод граничных элементов (МГЭ) позволяет снизить на единицу размерность задачи и значительно уменьшить время расчета, он базируется на предположении, что плотности величин, входящих в интегралы, постоянны в малых ячейках области и в каждом малом элементе границы. С учетом того что процедура МГЭ автоматически удовлетворяет допустимым граничным условиям на бесконечности, необходимо проводить дискретизацию только границы как контура проектируемого тела. Дискретизация области не увеличивает порядка окончательной системы алгебраических уравнений, в которую включено также условие Кутта — Жуковского, записанное через конечные разности. Само граничное интегральное уравнение является формулировкой задачи, ведущей к точному ее решению. Если численное интегрирование проводится с учетом криволинейности границы, то привносимые погрешности можно сделать очень малыми. Кроме того, численное интегрирование — всегда более устойчивый и точный процесс, чем численное дифференцирование.

Дифференциальные уравнения потенциального безвихревого невязкого течения после использования соотношений

$$\mathrm{div}\,\mathbf{v} = \frac{\partial v}{\partial s} + v\frac{\partial \theta}{\partial n}, \quad \frac{\partial v}{\partial s} = \frac{v}{\mathrm{M}^2 - 1}\frac{\partial \theta}{\partial n}, \quad \frac{\partial v}{\partial n} = v\frac{\partial \theta}{\partial s} \tag{1}$$

можно записать в виде

$$\nabla \mathbf{v} = \mathrm{M}^2 \partial v/\partial s. \tag{2}$$