8. **Poulsen P., Miller D. R.** The energy balance and free jet expansion of polyatomics // Rarefied Gas Dynamics: Proc. 10th Intern. Sympos., Aspen., 1976.— N. Y., 1977.— (Progr. in astron. and aeron.; v. 51, pt 2).
9. **Борзенко Б. И., Карелов Н. В., Ребров А. К. и др.** Экспериментальное исследование заселенности вращательных уровней молекул в свободной струе азота // ПМТФ.— 1976.— № 5.
10. **Беликов А. Е., Зарвин А. Е., Карелов Н. В. и др.** Электронно-пучковая диагностика азота. Многоквантовые вращательные переходы при возбуждении // ПМТФ.— 1984.— № 5.
11. **Воскобойников Ю. Е., Ицкович Е. И.** Пакет подпрограмм для построения сглаживающих кубических сплайнов. Материалы по математическому обеспечению ЭВМ.— Новосибирск, 1979.— (Препринт/ИТФ СО АН СССР; № 47—79).
12. **De Pristo A. E., Rabitz H.** Scaling theoretic deconvolution of bulk relaxation data: state-to-state rates from pressure — broadened line widths // J. Chem. Phys.— 1978.— V. 68, N 4.
13. **Сухинин Г. И.** Релаксационное представление уравнений кинетики.— Новосибирск, 1986.— (Препринт/ИТФ СО АН СССР; № 144—86).
14. **Беликов А. Е., Дубровский Г. В. и др.** Вращательная релаксация азота в свободной струе аргона // ПМТФ.— 1986.— № 5.
15. **Паркер Д. Г.** Вращательная и колебательная релаксация в двухатомных газах // Газодинамика и теплообмен при наличии химических реакций.— М.: ИЛ, 1962.
16. **Lee S., Kim J. S.** Study of Ar — N_2 interaction. II. Modification of the electron gas model potential at intermediate and large distances // J. Chem. Phys.— 1979.— V. 70, N 11.
17. **Koura K.** Rotational distribution of N_2 in Ar free jet // Phys. Fluids.— 1981.— V. 24, N 3.
18. **Краткий** справочник физико-химических величин.— Л.: Химия, 1974.
19. **Anderson J. B.** Molecular beams from nozzle sources // Molecular Beams and Low Density Gas Dynamics. Chapter 1.— N. Y.: Marsel Dekker, 1974.
20. **Зарвин А. Е., Шарафутдинов Р. Г.** Вращательная релаксация в переходном режиме свободных струй азота // ПМТФ.— 1981.— № 6.
21. **Скворoдко П. А.** Вращательная релаксация при расширении газа в вакуум // Динамика разреженных газов.— Новосибирск: ИТФ СО АН СССР, 1976.

Поступила 8/VIII 1986 г.

УДК 531.758

ИССЛЕДОВАНИЕ НОВЫХ ВОЗМОЖНОСТЕЙ ИЗМЕРЕНИЯ ПЛОТНОСТИ ГАЗА В МЕТОДЕ ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА

А. И. Седельников

(Новосибирск)

В настоящее время широко применяется метод измерения плотности разреженного газа по интенсивности излучения, возбуждаемого в исследуемой среде электронным пучком [1, 2]. При этом для достаточно узкого электронного пучка в точке x, лежащей на его оси, плотность $\rho(x)$ связана с интенсивностью возбуждаемого излучения $I(x)$ простым соотношением $I(x) = Ai(x)\rho(x)$ ($i(x)$ — ток пучка электронов в точке x, A — константа). При повышении плотности газа начинает существенно проявляться ослабление интенсивности электронного пучка и значение тока $i(x)$ уменьшается при увеличении x. В этих условиях приведенное выше соотношение не может быть непосредственно использовано, так как значение $i(x)$ в точке, лежащей внутри исследуемого объема, неизвестно. В [3, 4] предложены методы определения $\rho(x)$ по $I(x)$ в условиях ослабления электронного пучка, причем в [3] — для измерения плотности лишь в точках x, лежащих на плоскости симметрии течения, а в [4] — для определения всего профиля плотности $\rho(x)$ по профилю интенсивности излучения в любых точках $x \in [x_0, x_k]$, расположенных вдоль электронного пучка (x_0 — точка входа в исследуемый объем, x_k — точка выхода из него). В [4] задача определения $\rho(x)$ сведена к поиску решения интегрального уравнения и предложен итерационный алгоритм его решения. В отличие от [4] в данной работе рассмотрен подход, позволивший получить точное решение уравнения, приведенного в [4], и провести детальный анализ погрешностей восстановления $\rho(x)$ по $I(x)$ в зависимости от уровня погрешностей непосредственно измеряемых величин.

1. Воспользуемся, как и в [3, 4], широко применяемой в исследованиях экспоненциальной моделью затухания тока электронного пучка при увеличении x. При этом в точке x, лежащей на оси пучка, имеет место соот-

ношение

$$i(x) = i_0 \exp\left[-\mu \int_0^x \rho(x_1)\, dx_1\right],$$

где i_0 — значение тока на входе в исследуемый объем, т. е. в точке x_0 (для удобства за начало отсчета переменной x примем $x_0 = 0$); μ — сечение ослабления тока.

Связь профиля $I(x)$ и профиля плотности $\rho(x)$ в соответствии с [4] описывается уравнением

$$a\rho(x) \exp\left[-\mu \int_0^x \rho(x_1)\, dx_1\right] = I(x) \quad (a = Ai_0). \tag{1.1}$$

Введем обозначение

$$z(x) = \int_0^x \rho(x_1)\, dx_1, \tag{1.2}$$

эквивалентное соотношению

$$\rho(x) = dz(x)/dx. \tag{1.3}$$

Из (1.1) с учетом (1.2) и (1.3) получим дифференциальное уравнение

$$a \exp[-\mu z(x)] \frac{dz(x)}{dx} = I(x). \tag{1.4}$$

Решая его методом разделения переменных, имеем

$$a \int_0^{z(x)} \exp(-\mu z_1)\, dz_1 = \int_0^x I(x_1)\, dx_1. \tag{1.5}$$

После вычисления интеграла, стоящего в левой части (1.5), и проведения преобразований находим решение уравнения (1.4) в виде

$$z(x) = -\frac{1}{\mu} \ln\left[1 - \frac{\mu}{a} \int_0^x I(x_1)\, dx_1\right]. \tag{1.6}$$

Учитывая, что $z(x)$ есть интеграл (1.2) от $\rho(x)$, в результате дифференцирования соотношения (1.6) получим окончательное выражение для плотности газа

$$\rho(x) = \frac{I(x)}{a - \mu \int_0^x I(x_1)\, dx_1}, \tag{1.7}$$

где учтено, что $\frac{d}{dx} \int_0^x I(x_1)\, dx_1 = I(x)$.

В частном случае пренебрежимо малого уменьшения тока электронного пучка ($\mu = 0$) (1.7) сводится к соотношению $I(x) = a\rho(x)$, используемому в [1, 2].

Для вычисления $\rho(x)$ по формуле (1.7) (при известных в результате тарировочных измерений значениях a и μ) единственной трудоемкой операцией является нахождение интеграла от профиля $I(x)$. Структура формулы (1.7) такова, что при использовании в измерительной системе интегрирующего звена [5] возможна автоматизация процесса определения плотности с вычислением $\rho(x)$ в реальном масштабе времени.

2. Входящие в выражение (1.7) a, μ и $I(x)$ в реальных условиях проведения эксперимента обычно измеряются с погрешностями, т. е. вместо них имеем соответственно

$$\tilde{a} = a + \varepsilon_a, \quad \tilde{\mu} = \mu + \varepsilon_\mu, \quad \tilde{I}(x) = I(x) + \varepsilon_I(x). \tag{2.1}$$

Здесь ε_a, ε_μ — случайные отклонения от точного значения; $\varepsilon_I(x)$ — случайные (шумовые) искажения функции $I(x)$. Подставляя (2.1) в (1.7), получим вместо $\rho(x)$ искаженный профиль плотности

$$\tilde{\rho} = \rho(x) + \varepsilon_\rho(x) = \frac{I(x) + \varepsilon_I(x)}{g(x) + \Delta(x)}, \tag{2.2}$$

$$g(x) = a - \mu \int_0^x I(x_1)\, dx_1,$$

$$\Delta(x) = \varepsilon_a - \mu \int_0^x \varepsilon_I(x_1)\, dx_1 - \varepsilon_\mu \int_0^x [I(x_1) + \varepsilon_I(x_1)]\, dx_1.$$

Разлагая правую часть (2.2) в степенной ряд по параметру $\overline{\Delta}(x) = \Delta(x)/$ $/g(x)$, находим

$$\rho(x) + \varepsilon_\rho(x) = \frac{I(x) + \varepsilon_I(x)}{g(x)} [1 - \overline{\Delta}(x) + \overline{\Delta}^2(x) - \ldots]. \tag{2.3}$$

Практический интерес представляет случай, когда возмущающие случайные факторы ε_a, ε_μ и $\varepsilon_I(x)$ достаточно малы. В этой ситуации в разложении (2.3) можно ограничиться членами, линейными по погрешности измерения ε_a, ε_μ и $\varepsilon_I(x)$. В рамках ограничения погрешность определения $\rho(x)$ может быть представлена в виде

$$\varepsilon_\rho(x) = \frac{1}{g(x)} \left\{ \varepsilon_I(x) - I(x) \left[\varepsilon_a - \mu \int_0^x \varepsilon_I(x_1)\, dx_1 - \varepsilon_\mu \int_0^x I(x_1)\, dx_1 \right] \right\}. \tag{2.4}$$

Вычислим дисперсию $\sigma_\rho^2(x)$ погрешности $\varepsilon_\rho(x)$. Если предположить, что шум измерения $\varepsilon_I(x)$ некоррелирован («белый шум»), то дисперсия интеграла

$$v(x) = \int_0^x \varepsilon_I(x_1)\, dx_1$$

в соответствии с [6] может быть представлена в виде

$$\sigma_v^2(x) = 2x\sigma_I^2, \tag{2.5}$$

где σ_I^2 — дисперсия случайной функции $\varepsilon_I(x)$ в каждой точке измерения (предполагается, что шум измерения не зависит от x).

Поскольку измерение a, μ и $I(x)$ обычно производится независимо, случайные характеристики ε_a, ε_μ и $\varepsilon_I(x)$ можно считать статистически независимыми. Таким образом, вычисляя $\sigma_\rho^2(x)$ как дисперсию суммы независимых случайных величин [7] и учитывая (2.5), имеем

$$\sigma_\rho^2(x) = \frac{1}{g^2(x)} \left\{ \sigma_I^2 [1 + 2xI^2(x)\mu^2] + I^2(x) \left[\sigma_a^2 + \sigma_\mu^2 \left(\int_0^x I(x_1)\, dx_1 \right)^2 \right] \right\}, \tag{2.6}$$

где σ_a^2 — дисперсия случайной функции $\tilde{a}$; σ_μ^2 — дисперсия случайной функции $\tilde{\mu}$.

3. Выше приведены формулы для вычисления $\rho(x)$ по (1.7) и дисперсии погрешности $\sigma_\rho^2(x)$ по (2.6), в которых предполагается непрерывный способ регистрации сигнала $I(x)$. Если же в силу различных технических обстоятельств удается зарегистрировать $I(x)$ лишь в конечном наборе точек $\{x_n\}$, $n = 1, \ldots, N$, то вместо интеграла в знаменателе формулы (1.7) необходимо использовать квадратурную формулу [8]

$$\int_0^x I(x_1)\, dx_1 \approx \sum_{i=1}^n C_i^{(n)} I(x_i),$$

где x_i и $C_i^{(n)}$ — соответственно узлы и коэффициенты квадратурной суммы, причем $n \leqslant N$. Можно показать, что в этом случае дисперсия $\sigma_\rho^2(x_n)$ в точке x_n определяется выражением

$$\sigma_\rho^2(x_n) = \frac{1}{\tilde{g}^2(x_n)} \left\{ \sigma_I^2 \left[1 + \mu^2 I^2(x_n) \sum_{i=1}^{n} (C_i^{(n)})^2 \right] + I^2(x_n) \left[\sigma_a^2 + \sigma_\mu^2 \left(\sum_{i=1}^{n} C_i^{(n)} I(x_i) \right)^2 \right] \right\}, \tag{3.1}$$

причем

$$\rho(x_n) = \frac{I(x_n)}{a - \mu \sum\limits_{i=1}^{n} C_i^{(n)} I(x_i)}. \tag{3.2}$$

Необходимо отметить, что замена интеграла в (1.7) квадратурной суммой приводит к дополнительной систематической погрешности, обусловленной дискретизацией. Если для учета этого искажения воспользоваться

$$\xi(x) = \frac{\int\limits_0^x I(x_1)\, dx_1 - \sum\limits_{i=1}^{n} C_i^{(n)} I(x_i)}{\int\limits_0^x I(x_1)\, dx_1},$$

то замена в (1.7) интеграла на квадратурную сумму равносильна использованию вместо μ $\mu_1 = \mu/(1 - \xi(x))$. Таким образом, учет погрешности дискретизации может быть проведен заменой в (3.1) и (3.2) множителя μ на множитель μ_1 (если $\xi(x)$ известно).

4. Для иллюстрации возможностей восстановления $\rho(x)$ по профилю $I(x)$ проведены тестовые расчеты для модельных функций. В качестве исходных функций $\rho(x)$ выбирались:

параболический профиль

$$\rho(x) = 4x(1 - x); \tag{4.1}$$

профиль типа ударной волны [9]

$$\rho(x) = \frac{1}{2}(\rho_1 + \rho_2) + \frac{1}{2}(\rho_1 - \rho_2)\,\mathrm{th}\left(\frac{2x - \Delta}{\Delta}\right) \tag{4.2}$$

при $\rho_1 = 0{,}2$, $\rho_2 = 1$, $\Delta = 1$.

При некоторых заданных значениях параметров a и μ в соответствии с (1.1) вычислялся профиль интенсивности $I(x)$, который затем суммиро-

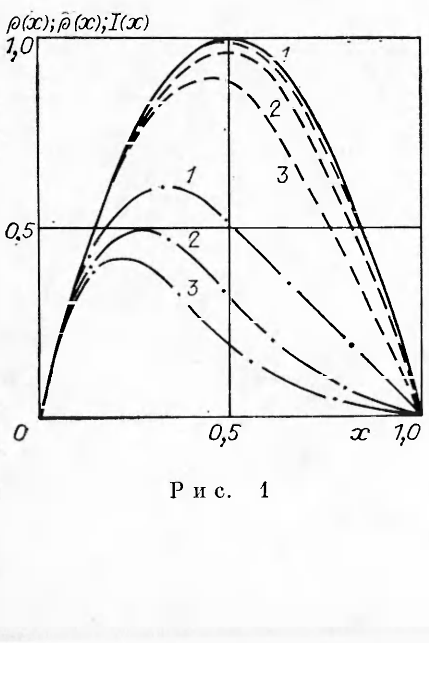

Рис. 1

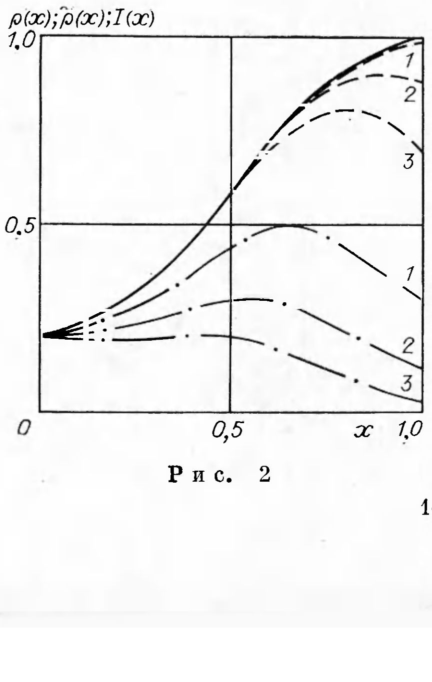

Рис. 2

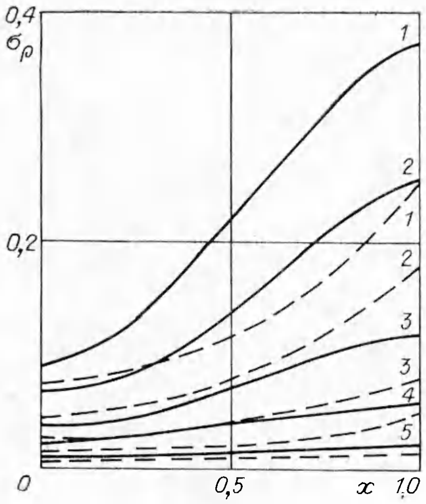

Рис. 3

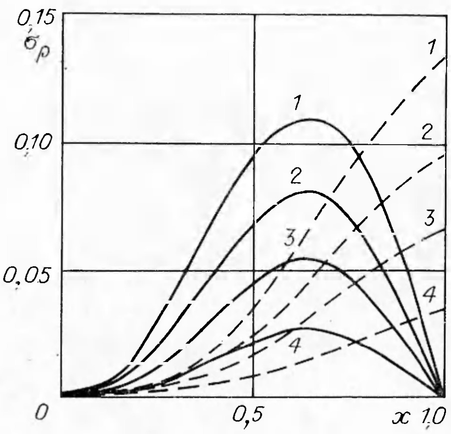

Рис. 4

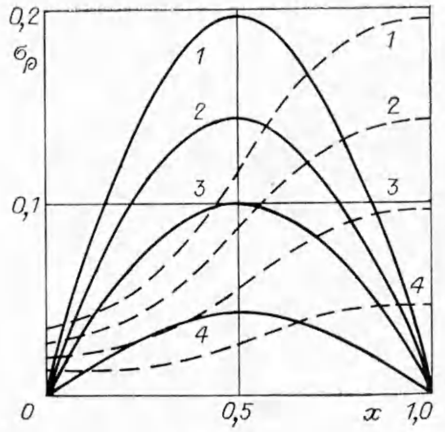

Рис. 5

вался с генерируемой на ЭВМ псевдослучайной функцией $\varepsilon_I(x)$, имеющей дисперсию σ_I^2. Из полученной таким образом функции $\tilde{I}(x)$ восстанавливался профиль плотности $\tilde{\rho}(x)$. Результаты такого восстановления приведены на рис. 1, 2 (для моделей (4.1) и (4.2) соответственно), где сплошной линией отмечена точная функция $\rho(x)$, а штрихпунктирной — функция $I(x)$ при $\mu = 1$, 2 и 3 (линии *1—3*, значения μ даны в приведенных единицах). Сопоставление сплошных и штрихпунктирных линий свидетельствует о том, что в модельных расчетах рассмотрены случаи, когда фактор ослабления электронного пучка проявляется существенным образом. В расчетах принималось $a = 1$.

Штриховыми линиями на рис. 1 и 2 отмечены восстановленные функции $\tilde{\rho}(x)$ также при $\mu = 1$, 2 и 3. Уровень зашумленности σ_I принимался равным 1% от максимального значения $I(x)$.

На рис. 3—5 приведены графики зависимости погрешности восстановления σ_ρ (при $\mu = 1$), обусловленной различными уровнями шума, погрешности коэффициентов a и μ (сплошные линии отвечают модели (4.1), а штриховые — (4.2)). На рис. 3 линии *1—5* относятся к $\sigma_I = 15$; 10; 5; 3; 1% от $\max\limits_x I(x)$, на рис. 4 линии *1—4* — $\sigma_\mu = 20$; 15; 10; 5%, а на рис. 5 линии *1—4* —$\sigma_a = 20$; 15;10; 5%. Значения σ_I для графиков рис. 4, 5 принимались равными 1%.

Анализ результатов модельных расчетов показал, что рассмотренный метод восстановления $\rho(x)$ обладает достаточно высокой устойчивостью к погрешностям исходных данных.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Бочкарев А. А., Косинов В. А., Ребров А. К., Шарафутдинов Р. Г.** Измерение параметров газового потока с помощью электронного пучка // Экспериментальные методы в динамике разреженных газов.— Новосибирск: ИТФ СО АН СССР, 1974.
2. **Кузнецов Л. И., Ярыгин В. Н.** Применение тормозного и характеристического рентгеновского излучения, возбуждаемого электронным пучком, для измерения локальной плотности разреженного газа и плазмы // Там же.
3. **Менчер Ю. Э., Палопеженцев С. А., Ярыгин В. Н.** К измерению плотности методом

электронного пучка // Неравновесные процессы в потоках разреженного газа.— Новосибирск: ИТФ СО АН СССР, 1977.
4. Седельников А. И. Определение локальной плотности газа в условиях сильного поглощения электронного пучка // ЖТФ.— 1984.— Т. 54. вып. 3.
5. Алексеенко А. Г., Коломбет Е. А., Стародуб Г. И. Применение прецизионных аналоговых ИС.— М.: Сов. радио, 1981.
6. Свешников А. А. Прикладные методы теории случайных функций.— М.: Наука, 1968.
7. Венцель Е. С., Овчаров Л. А. Прикладные задачи теории вероятностей.— М.: Радио и связь, 1983.
8. Березин И. С., Жидков Н. П. Методы вычислений.— М.: Наука, 1966.— Т. 1.
9. Мотт-Смитт Г. Решение уравнения Больцмана для ударной волны // Механика.— 1953.— № 1.

Поступила 1/IX 1986 г.

УДК 533.6.011

НАЧАЛО КОНДЕНСАЦИИ И ДИНАМИКА РОСТА КЛАСТЕРОВ ПРИ СВОБОДНОМ РАСШИРЕНИИ CO_2 ИЗ ЗВУКОВОГО СОПЛА

С. А. Новопашин, А. Л. Перепелкин, В. Н. Ярыгин

(Новосибирск)

При сверхзвуковом адиабатическом расширении газа реализуются условия пересыщения, что может приводить к образованию кластеров. Протекание процесса конденсации определяется параметрами торможения, геометрией сопла и сортом газа. Для диагностики потоков с конденсацией среди прочих методов используется метод рэлеевского рассеяния. Его особенности: 1) возможность проведения измерений в зоне, где происходят процессы нуклеации и роста кластеров, 2) интенсивность рассеянного сигнала сильно зависит от функции распределения кластеров по размерам.

Цель настоящей работы — проследить динамику образования и роста кластеров при гомогенной конденсации CO_2, истекающего в вакуум из звукового сопла, по рэлеевскому рассеянию света [1]. Полученные экспериментальные данные расширяют и дополняют уже известные [2—6].

Метод рэлеевского рассеяния. При распространении зондирующего лазерного пучка интенсивностью I_r в среде с концентрацией мономеров N_1, димеров N_2, . . ., i-меров N_i доля поляризованной компоненты рассеянного света определяется формулой

$$I/I_r = K\alpha^2 \sum_{i=1} N_i i^2, \tag{1}$$

где α — поляризуемость молекул; K — калибровочная постоянная. Асимметрия строения молекул приводит к появлению деполяризованной компоненты в рассеянном свете, однако ее интенсивность на 2—4 порядка ниже [7], и ее вкладом в настоящей работе пренебрегается. Справедливость формулы (1) определяется выполнением двух требований: геометрический размер кластеров должен быть много меньше длины волны излучения [8]; связь молекул в кластере должна оказывать слабое влияние на электронные уровни молекул. Для анализа процесса конденсации при сверхзвуковом расширении газа удобно в формуле (1) выделить вклад мономеров. Для этого введем полную концентрацию молекул в потоке $N = \Sigma(N_i i)$, массовую долю конденсата $q = (1 - N_1/N)$, концентрацию молекул в форкамере сопла N_0 и интенсивность рассеяния при этой концентрации $I_0/I_r = K\alpha^2 N_0$. Переходя в (1) к массовой доле конденсата и нормируя на I_0/I_r, получаем относительную интенсивность рассеянного излучения

$$I/I_0 = (1-q)\, N/N_0 + \sum_{i=2} N_i i^2/N_0. \tag{2}$$

Для случая кластеров одного размера $\bar{i}$ выражение (2) упрощается:

$$I/I_0 = [(1-q) + q\bar{i}]N/N_0. \tag{3}$$

При конечной, но достаточной узкой ширине функции распределения