

УДК 517.9+669.017

## Численный расчет давления на поверхности сильно нагруженной лопатки турбины в расчетных и нерасчетных условиях

С. Вакилипур, М. Хабибниа, М.Х. Сабур, Р. Риизи, М. Мохаммади

Университет Тегерана, Иран

E-mail: vakilipour@ut.ac.ir

Численно исследуется поле течения, проходящего через высоконагруженную турбину низкого давления при расчетных и нерасчетных условиях. Используется открытая интегрируемая платформа «Field Operation and Manipulation» (OpenFOAM) как инструмент вычислительной гидродинамики. Исследуется влияние разрешения сетки на результаты расчетов  $k-\varepsilon$ ,  $k-\omega$  моделей турбулентности и метода моделирования крупномасштабных вихрей (LES), которые сравниваются с результатами измерений. Обнаружен численный провал в давлении в задней части поверхности лопатки с высоким давлением, который чувствителен к разрешению сетки и модели турбулентности потока. LES-модель способна моделировать отрыв как на грубой, так и на мелкой сетках. Нерасчетное условие моделируется путем задания отрицательных и положительных углов натекания потока. Численные эксперименты показывают, что отрывной пузырь, генерируемый на стороне лопатки с высоким давлением, предсказывается с помощью LES. Рассчитано падение полного давления при углах натекания потока между  $-20^\circ$  и  $+8^\circ$ . Получено минимальное падение полного давления по  $k-\omega$  модели и LES-методом в проектной точке.

**Ключевые слова:** высоконагруженная турбина низкого давления, эффективность в нерасчетных условиях, моделирование турбулентности, отрыв потока, OpenFOAM.

### Введение

В современных приложениях турбомашиностроения турбины низкого давления при высоких углах поворота потока подвергаются высокому уровню нагрузки на каждую решетку. Турбины низкого давления, извлекающие мощность из течения газа для того, чтобы вращать вентиляторы, пропеллеры, валы и первые ступени компрессора, представляют собой одну из основных компонент газовых турбин. Они составляют до 30 % веса двигателя и поэтому повышение их аэродинамической эффективности является важной задачей при проектировании газовых турбин и в производственном процессе.

С целью измерения и визуализации поля течения внутри решеток турбин низкого давления были проведены широкие экспериментальные исследования. Наблюдались значительные потери энергии при отрыве потока на стороне лопатки с низким давлением [1]. Вследствие относительного движения рядов лопаток их след, генерируемый в каждом ряду лопаток, переносится полем течения к другим рядам. Таким образом, наличие следа является другим важным фактором, характеризующим переход и отрыв потока на турбинной решетке. В работе [2] исследовалась эффективность решетки лопаток низкого

давления в нерасчетных условиях при различных углах натекания потока. Было измерено положение точки отрыва потока при углах натекания, равных  $-20,3^\circ$ ,  $0^\circ$  (проектная точка) и  $+8,6^\circ$ . Было показано, что при угле  $+8,6^\circ$  на поверхности высокого давления отсутствует отрывной пузырь, а на стороне с низким давлением значительно увеличивается скорость потока у передней кромки. При угле  $-20,3^\circ$  поведение пограничного слоя на поверхности с низким давлением аналогично тому, которое имеет место при проектном условии. На такой поверхности поток отрывается, подвергается переходу к турбулентности и вновь присоединяется вблизи задней кромки. На поверхности с высоким давлением на участке между 3 и 25 % осевой хорды располагается область почти постоянного статического давления, что указывает на длинный отрывной пузырь.

В работе [3] исследовался переход на стороне лопатки с низким давлением с помощью лазерной доплеровской анемометрии (ЛДА) с использованием цилиндров, применявшихся в качестве генераторов следа. В работе [4] те же авторы использовали ЛДА-измерения для анализа корреляции между производством энергии и анизотропией следа в системе лопаток. Авторы работы [5] показали, что переход на стороне с низким давлением реагирует на изменения скорости набегающего потока, вызываемые полем давления ниже по потоку.

Изучению поля течения и теплопередачи в турбинных решетках низкого давления помимо экспериментальных было посвящено большое количество численных исследований. Авторы работы [6] выполнили прямое численное моделирование структуры потока в турбинной решетке T106 и проанализировали инициирование продольных вихрей. Ими был сделан вывод, что пары продольных вихрей не порождаются неустойчивостью Гёртлера. Они пришли к выводу, что вихревые пары являются вынужденным откликом на набегающий след, и увидели необходимость адекватного описания этих явлений в приложениях к турбинам. Авторы работы [7] выполнили расчеты обтекания лопатки турбины низкого давления методом крупных вихрей (LES) и учли взаимодействия набегающего следа с пограничным слоем. Они сравнили результаты своей работы с результатами прямого численного моделирования [6] и установили, что LES-подход дает хорошее согласование в результатах по осредненному во времени распределению давления на поверхностях лопатки с малым отклонением в переходной части пограничного слоя на поверхности с низким давлением. В работе [8] изучалось влияние числа Рейнольдса на переход потока в решетке T106A с использованием  $k-\omega$  модели турбулентности. Для моделирования разрушения крупномасштабного вихря в течениях с низким числом Рейнольдса было предложено использовать гибридную модель на основе осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье–Стокса (RANS) и LES. В работе [9] применялось прямое численное моделирование с интенсивностью турбулентности ( $Tu$ ), равной 4 %, для описания флуктуаций поля течения. Было показано, что крупномасштабное возмущение вызывает неустойчивость сдвигового слоя на нижней по потоку половине стороны лопатки с низким давлением. Авторы работы [10] моделировали крупномасштабные вихри в течениях около лопатки турбинной решетки T106. Они представили подробное описание характеристик течения в условиях турбулентности внешнего потока. Согласно их выводу, наличие интенсивной турбулентности приводит к заметному снижению распространения следа в поле давления. Наоборот, отсутствие турбулентности набегающего потока приводит к нестационарным пульсациям упомянутых следов на стороне с низким давлением ниже по потоку в отрывной области. Авторы работы [11] представили сравнение результатов LES, моделирования с адаптирующимся масштабом, переноса сдвигового напряжения, моделей Спаларта–Алмареса и  $k-\varepsilon$  моделей. Было показано, что среди всех упомянутых моделей турбулентности LES является наиболее подходящей, т.к. она может предсказывать такие состояния течения, как переход к турбулентности. Авторы также сделали вывод, что метод моделирования с адаптирующимся масштабом диссипативен

Рис. 1. Геометрия решетки Т106А и обозначения.

по сравнению с моделями турбулентности, которые моделируют подсеточные масштабы. В работе [12] был реализован разрывный метод Галёркина высокого порядка точности для моделирования переходного течения, проходящего через турбинную решетку Т106А. Главной чертой этой работы было включение моделей турбулентности для высоких и для низких чисел Рейнольдса. Описанный в работе разрывной метод Галёркина обеспечил приемлемое и эффективное моделирование перехода пограничного слоя и повторное присоединение течения даже на грубой сетке.

В настоящей работе представлено численное исследование эффективности турбинной решетки Т106А в расчетных и нерасчетных условиях. Используется пакет программ OpenFOAM в сочетании с моделями  $k-\varepsilon$ ,  $k-\omega$  и LES на четырехсторонних ячейках метода конечного объема. Исследовано влияние на численные результаты разрешения сетки и использованных моделей турбулентности при расчетных условиях. Исследуется эффективность решетки при нерасчетных условиях при положительных и отрицательных углах натекания потока.

### 1. Турбинная решетка Т106А

Из известных конфигураций турбинных решеток линейная решетка Т106А является одной из наиболее исследованных решеток низкого давления и рассматривается в настоящей работе. Решетка Т106 была впервые экспериментально исследована в работе [13] и позднее численно — в работе [14]. На рис. 1 показаны типичный профиль лопатки и углы потока в решетке лопаток низкого давления. На этом рисунке  $M$  и  $\alpha_i$  — соответственно число Маха и углы натекания потока. Далее, нижние индексы 1, 2 и “is” обозначают соответственно вход, выход и условия изоэнтропического потока. В табл. 1 приведены расчетные значения геометрии решетки и характерные углы потока.

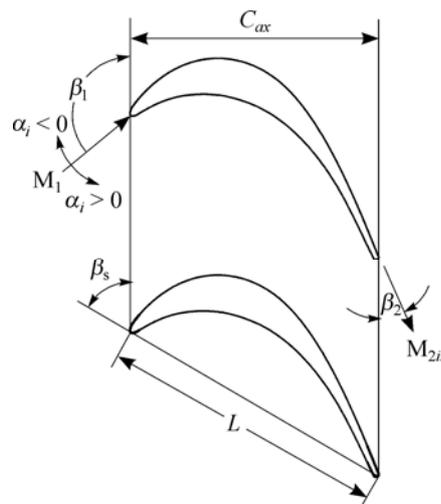


Таблица 1

Расчетные параметры решетки Т106А

Хорда лопатки	$L$	198 мм
Осевая хорда лопатки	$C_{ax}$	170 мм
Число Рейнольдса на выходе	$Re_2$	$1,6 \cdot 10^5$
Изоэнтропическое число Маха на выходе	$M_{2is}$	0,59
Интенсивность турбулентности	$Tu$	$< 0,5$
Угол потока на входе	$\beta_1$	$127,7^\circ$
Угол потока на выходе	$\beta_2$	$26,8^\circ$
Угол установки лопатки	$\beta_s$	$52,3^\circ$

### 2. Библиотека OpenFoam

OpenFOAM — собрание библиотек на языке C++, разработанных для решения разнообразных задач по гидромеханике, теплопередаче, механике твердого тела. Оно предназначено для решения задач о течениях жидкости и теплопередачи методом конечного объема с центрированием в ячейке. В пределах своих библиотек OpenFOAM интегрирует и предоставляет полный набор моделей турбулентности, основанных на осредненных

по Рейнольдсу уравнениях Навье–Стокса, LES и прямого численного моделирования, а также теплофизических, радиационных моделей, моделей пристеночных функций, к которым имеется доступ при разработке решателя [15]. В сравнении с другими языками программирования OpenFOAM был разработан с использованием всех функциональных возможностей объектно-ориентированного программирования на языке C++. Этот открытый пакет программ разработан OpenCFD Ltd в группе ESI и распространялся Фондом OpenFOAM [16].

### 3. Основные уравнения и моделирование турбулентности

С учетом эффектов сжимаемости в течении через решетку используются осредненные по Фавру величины, определяемые с помощью следующего соотношения:

$$\tilde{\phi} = \overline{\rho\phi}/\bar{\rho}, \quad (1)$$

где  $\tilde{\phi}$  обозначает величину, осредненную по Фавру, а  $\bar{\rho}$  — плотность, осредненная по Рейнольдсу. Используя соотношение (1), осредненные по Фавру уравнения сохранения массы, количества движения и энергии можно записать в виде [17]

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{\rho}\tilde{u}_i)}{\partial x_i} = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial(\bar{\rho}\tilde{u}_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{\rho}\tilde{u}_j\tilde{u}_i)}{\partial x_j} = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial(\bar{t}_{ji} + \tau_{ji})}{\partial x_j}, \quad (3)$$

$$\frac{\partial(\bar{\rho}E)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\bar{\rho}\tilde{u}_jH) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ -q_{Lj} - q_{Tj} + \overline{t_{ji}u_i''} - \overline{\rho u_j'' \frac{1}{2} u_j'' u_i''} \right] + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \tilde{u}_i (\bar{t}_{ij} + \tau_{ij}) \right], \quad (4)$$

где  $u_i$ ,  $P$ ,  $u_i''$ ,  $\tau_{ij}$ ,  $q_L$ ,  $q_T$  — соответственно мгновенные составляющие скорости, среднее статическое давление, осциллирующие составляющие скорости по Фавру, тензор напряжений Рейнольдса, векторы ламинарного и турбулентного среднего теплового потока. Величины  $E$  и  $H$  — полная энергия и полная энтальпия, определяемые формулами

$$E = \tilde{e} + \frac{1}{2} \tilde{u}_i \tilde{u}_i + k, \quad (5)$$

$$H = \tilde{h} + \frac{1}{2} \tilde{u}_i \tilde{u}_i + k, \quad (6)$$

где  $e$ ,  $k$ ,  $h$  — удельная внутренняя энергия, удельная энтальпия и кинетическая энергия турбулентных пульсаций единичной массы соответственно. Тензор вязких напряжений  $\bar{t}_{ij}$ , тензор скоростей деформации  $S_{ij}$  и вектор ламинарного среднего теплового потока  $q_{Lj}$  определяются по формулам

$$\bar{t}_{ij} = 2\mu \left( S_{ij} - \frac{1}{3} \frac{\partial \tilde{u}_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right), \quad (7)$$

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} \right), \quad (8)$$

$$q_{Lj} = -k \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_j}, \quad (9)$$

где  $k$  — коэффициент теплопроводности. Для замыкания основных уравнений используется уравнение состояния идеального газа:

$$P = \bar{\rho} R \tilde{T}, \quad (10)$$

замыкающие члены имеют следующий вид:

$$\tau_{ij} = \overline{-\rho u_i'' u_j''} = 2\mu_T \left( S_{ij} - \frac{1}{3} \frac{\partial \tilde{u}_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) - \frac{2}{3} \bar{\rho} k \delta_{ij}, \quad (11)$$

$$q_{Tj} = \overline{\rho u_j'' h''} = -\frac{\mu_T}{Pr_T} \frac{\partial \tilde{h}}{\partial x_j}, \quad (12)$$

$$\overline{t_{ji} u_i''} - \overline{\rho u_j'' \frac{1}{2} u_i'' u_i''} = \left( \mu + \frac{\mu_T}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j}. \quad (13)$$

В выражениях (11)–(13)  $\mu_T$  и  $Pr_T$  — вихревая вязкость и турбулентное число Прандтля соответственно, которые определяются в соответствии с моделью турбулентности.

Вследствие имеющей место нестационарности и, конечно, при относительно низких числах Рейнольдса течение является переходным и стремится к отрыву от задней части стороны лопатки с низким давлением. Следовательно, наличие двух упомянутых факторов ограничивают возможности моделирования течений с помощью осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье–Стокса (RANS) в высоконагруженных турбинных решетках. По этим причинам в настоящем исследовании моделирование течения в турбинных решетках было выполнено с применением RANS и LES-моделей турбулентности. Кроме того, была исследована адекватность LES-модели по отношению к моделям  $k$ - $\varepsilon$  и  $k$ - $\omega$  при численном расчете характеристик течения, особенно в областях сдвигового слоя.

### 3.1. Стандартная $k$ - $\varepsilon$ модель

Для расчета турбулентных течений наиболее широко используется  $k$ - $\varepsilon$  модель турбулентности с двумя уравнениями, первоначально предложенная в работе [18]. Чтобы связать напряжения Рейнольдса с градиентами средней скорости, использовалась гипотеза Буссинеска, которая связывает эти параметры с помощью турбулентной вязкости. Вихревая вязкость определяется с использованием  $k$  и  $\varepsilon$  по формуле

$$\mu_T = \bar{\rho} C_\mu (k^2 / \varepsilon), \quad (14)$$

где  $k$  и  $\varepsilon$  получаются из уравнений переноса

$$\frac{\partial(\bar{\rho}k)}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{\rho}\tilde{u}_i k)}{\partial x_i} = P_k - \bar{\rho}\varepsilon(1 + M_t^2) + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_T}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_i} \right], \quad (15)$$

$$\frac{\partial(\bar{\rho}\varepsilon)}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{\rho}\tilde{u}_i \varepsilon)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_T}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right] + C_{\varepsilon 1} P_k \frac{\varepsilon}{k} - C_{\varepsilon 2} \bar{\rho} \frac{\varepsilon^2}{k}, \quad (16)$$

здесь член производства  $P_k$  связан со скоростью деформации  $S_{ij}$  по формуле

$$P_k = \tau_{ij} \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} \quad (17)$$

и  $M_t = \sqrt{1,5\kappa / a^2}$  используется для учета эффектов сжимаемости,  $a$  — скорость звука. Постоянные замыкания имели следующие значения:  $\sigma_k = 10$ ,  $\sigma_\varepsilon = 1,3$ ,  $C_\mu = 0,09$ ,  $C_{\varepsilon 1} = 1,35$ ,  $C_{\varepsilon 2} = 1,8$ .

### 3.2. Стандартная $k-\omega$ модель

Вторая модель турбулентности, используемая в настоящем исследовании, это  $k-\omega$  модель, которая имеет много подходящих характеристик за счет использования автоматического переключения от пристеночной функции к формулировке для низкого числа Рейнольдса, основанной на шаге сетки, и работает намного лучше, чем  $k-\varepsilon$  модель для течений с пограничными слоями.

В  $k-\omega$  модели турбулентности вихревая вязкость определяется по формуле

$$\mu_T = \bar{\rho}k / \omega, \quad (18)$$

где  $k$  и  $\omega$  — кинетическая энергия турбулентности и удельная скорость диссипации, соответственно; они получаются из следующих уравнений переноса, предложенных в [17]:

$$\frac{\partial(\bar{\rho}k)}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{\rho}\tilde{u}_j k)}{\partial x_j} = P_k - \beta^* \bar{\rho}\omega k + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\mu + \sigma_k \mu_T) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right], \quad (19)$$

$$\frac{\partial(\bar{\rho}\omega)}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{\rho}\tilde{u}_j \omega)}{\partial x_j} = \frac{\alpha\omega}{k} P_k - \beta \bar{\rho}\omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\mu + \sigma_\omega \mu_T) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right], \quad (20)$$

$P_k$  определяется таким же образом как в  $k-\varepsilon$  модели и в уравнениях (19), (20), постоянные имеют значения:  $\sigma_k = 0,6$ ,  $\sigma_\omega = 0,5$ ,  $\beta = 0,075$ ,  $\beta^* = 0,09$ ,  $\alpha = 0,52$ .

### 3.3. Моделирование крупномасштабных вихрей

Метод LES занимает промежуточное положение между прямым численным моделированием (DNS) и решением осредненных уравнений Рейнольдса. В LES вклад больших структур в перенос количества движения и энергии вычисляется точно, и моделируется только влияние малых масштабов турбулентности. Кроме того, последние оказываются более однородными и универсальными и менее подвержены влиянию граничных условий по сравнению с крупномасштабными структурами. Следовательно, для таких моделей должно требоваться меньше модификаций при применении к различным течениям по сравнению с аналогичными моделями для осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье–Стокса.

Чтобы получить уравнения, описывающие движение разрешенных на данной сетке вихрей, структуры больших масштабов должны быть отделены от малых. LES-моделирование основано на определении фильтрующей операции; переменная разрешения, обозначаемая сверху чертой, определяется как и в работе [19]:

$$\bar{f}(x) = \int_{\Omega} f(x)G(x, x')dx', \quad (21)$$

где  $\Omega$  — вся область,  $G$  — функция фильтра, она определяет размер и структуру малых масштабов.

С учетом введенных выше обозначений отфильтрованные уравнения сохранения массы и количества движения для моделирования крупномасштабных вихрей имеют такой же вид, как и осредненные по Рейнольдсу уравнения Навье–Стокса. Однако уравнение энергии имеет некоторые отличия и запишется здесь в следующем виде:

$$\frac{\partial(\bar{\rho}\tilde{E})}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\bar{\rho}\tilde{E} + \bar{p})\tilde{u}_j + (\tilde{q}_{Lj} - \tilde{\sigma}_{ij}\tilde{u}_i) \right] = -\frac{\partial}{\partial x_j} \left( \gamma C_v Q_j + \frac{1}{2} J_j - D_j \right), \quad (22)$$

где символ  $(\tilde{\quad})$  обозначает «отфильтрованные» величины,  $Q_j$  — тепловой поток на подсеточном масштабе, определяемый по формуле

$$Q_j = \bar{\rho}(\tilde{u}_j \tilde{T} - \tilde{u}_j \tilde{T}) \approx -\frac{\bar{\rho} \nu_T}{Pr_T} \cdot \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_j}, \quad (23)$$

величина  $J_j$  — турбулентная диффузия подсеточного масштаба, определяемая формулой

$$J_j = \bar{\rho}(\tilde{u}_j \tilde{u}_k \tilde{u}_k - \tilde{u}_j \tilde{u}_k \tilde{u}_k) \approx \tilde{u}_k \tau_{jk}, \quad (24)$$

$D_j$  — вязкая диффузия подсеточного масштаба, которая имеет наименьшее значение по сравнению с другими членами уравнения для полной энергии и составляет примерно 5 % от дивергенции величины  $Q_j$ , следовательно, ей можно пренебречь в уравнении энергии.

Как можно видеть из основных уравнений LES-метода, единственным членом, который нужно доопределить, является вихревая вязкость подсеточного масштаба —  $\mu_T = -\rho \nu_T$ . С этой целью несколькими исследователями были предложены различные модели, включающие простую динамическую модель Смагоринского и модели, состоящие из одного или двух уравнений. В настоящей работе была выбрана модель Спаларта–Алмареса, состоящая из одного уравнения, с учетом её надежного применения в пристенных течениях при наличии неблагоприятного градиента давления в пограничных слоях [20].

Вихревая вязкость определяется в модели Спаларта–Алмареса по формуле

$$\mu_T = \bar{\rho} \hat{\nu} f_{v1}, \quad (25)$$

где

$$f_{v1} = \chi^3 / (\chi^3 + C_{v1}^3), \quad (26)$$

а  $\chi = \hat{\nu} / \nu$  и  $\hat{\nu}$  получаются из следующего уравнения переноса:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} \hat{\nu}) + \frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} \tilde{u}_j \hat{\nu}) = S_p + D - S_D + S_t, \quad (27)$$

здесь  $S_p$ ,  $D$ ,  $S_D$ ,  $S_t$  — производство, диффузия, диссипация и источниковые члены, моделируемые соответствующими уравнениями [17], при этом  $S_p$  (член производства) определяется по формуле

$$S_p = C_{b1} (1 - f_{t2}) \bar{\rho} \hat{\nu} \left( S + \frac{\hat{\nu} f_{v2}}{k^2 d^2} \right), \quad (28)$$

где

$$f_{v2} = 1 - \chi / (1 + \chi f_{v1}), \quad (29)$$

а  $D$  — диффузионный член, определяемый по формуле

$$D = \bar{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\hat{\nu} + \nu}{\sigma} \frac{\partial \hat{\nu}}{\partial x_j} \right) + \frac{C_{b2} \rho}{\sigma} \frac{\partial \hat{\nu}}{\partial x_j} \frac{\partial \hat{\nu}}{\partial x_j}. \quad (30)$$

Диссипативный член  $S_D$ , учитывающий демпфирование вблизи стенки, описывается формулой

$$S_D = \left[ C_{w1} f_w - (C_{b1} / k^2) f_{t2} \right] \bar{\rho} \left( \frac{\hat{\nu}}{d} \right)^2, \quad (31)$$

здесь  $f_w = g \left( \frac{1 + C_{w3}^6}{g^6 + C_{w3}^6} \right)^{1/6}$ ,  $g = r + C_{w2} (r^6 - r)$ ,  $r = \frac{\bar{\nu}}{(Sk^2 d^2 + \hat{\nu} d_{v2})}$ ,  $d$  — расстояние

до стенки.  $S_t$  — источниковый член, который определяется выражением

$$S_t = f_{t1} \bar{\rho} (\Delta U)^2, \quad (32)$$

и

$$f_{t1} = C_{t1} g_t \exp \left[ C_{t2} \frac{\omega_t^2}{(\Delta U)^2} \left[ d^2 + g_t^2 d_t^2 \right] \right], \quad (33)$$

$$f_{t2} = C_{t3} \exp(-C_{t4} \chi^2), \quad (34)$$

$$C_{w1} = \frac{C_{b1}}{k^2} + \frac{1 + C_{b2}}{\sigma}, \quad (35)$$

здесь  $\omega_t$ ,  $\Delta U$ ,  $g_t$  — завихренность в точке растекания, разность в скорости по отношению к точке растекания и  $g_t = \min(0,1, \Delta u/\omega_t \Delta x)$  соответственно. Постоянные имели следующие значения:  $C_{b1} = 0,1355$ ,  $C_{b2} = 0,622$ ,  $\sigma = 2/3$ ,  $k = 0,41$ ,  $C_{w2} = 0,3$ ,  $C_{w3} = 2,0$ ,  $C_{v1} = 7,1$ ,  $C_{t1} = 1,0$ ,  $C_{t2} = 2,0$ ,  $C_{t3} = 1,1$ ,  $C_{t4} = 2,0$ .

#### 4. Результаты расчетов

Как упоминалось выше, поле дозвукового течения внутри турбины характеризуется широким диапазоном изменения его характеристик, включая число Маха. Таким образом, обратимся к основанным на рассмотрении давления алгоритмам расчета теплового поля и поля течения. В настоящем исследовании расчеты были выполнены с использованием нестационарного сжимаемого решателя OpenFOAM, rhoPimplecFoam. Этот решатель является комбинированной формой алгоритмов PISO и SIMPLEC для расчета течений сжимаемого газа. Временной шаг задавался так, чтобы число Куранта–Фридрихса–Леви оставалось меньшим, чем единица. Поле течения внутри решетки лопастей ограничивалось входом, выходом, циклическими границами и твердыми стенками. Во входном сечении было реализовано условие натекания так, чтобы обеспечивались выходное число Рейнольдса ( $Re_2$ ) и число Маха изэнтропического потока ( $M_{2is}$ ), указанные в табл. 1. В выходном сечении задавалось постоянное статическое давление. Циклическое (периодическое) условие использовалось для моделирования поведения повторяющихся решеток над и под моделируемой решеткой. Коэффициент давления определяется по формуле

$$C_p = \frac{P_{t1} - P}{P_{t1} - P_2}, \quad (36)$$

где  $P_{t1}$ ,  $P$ ,  $P_2$  обозначают соответственно полное давление на входе, давление на поверхности лопатки и на выходе. Верификация численных результатов осуществлялась по измерениям давления на поверхности, представленным в работе [21].

##### 4.1. Расчетное условие натекания

В случае расчетного течения лопатка T106A помещается под углом потока на входе  $\beta_1 = 127,7^\circ$  (см. табл. 1). Чтобы получить приемлемые результаты численного моделирования, нужно применять сетку адекватного разрешения. По этой причине численные расчеты проводились на двух сетках из четырехсторонних ячеек с различными плотностями. Грубая сетка содержала около 25000 ячеек, а мелкая сетка дискретизировала поле течения в решетке примерно 42000 ячеек. Рисунок 2 иллюстрирует разрешение сетки у передней кромки лопатки в этих двух случаях. Видно, что имеется некоторое различие

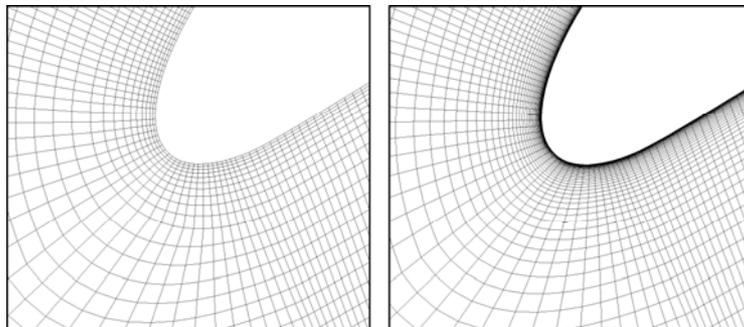
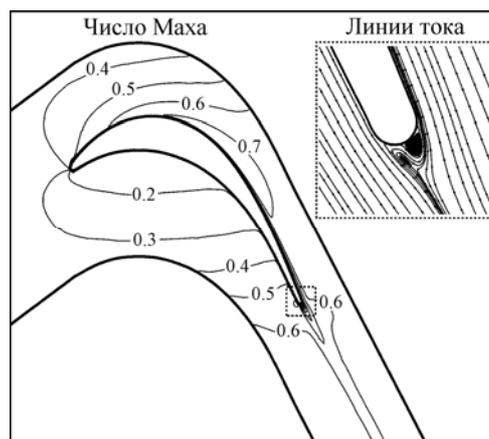


Рис. 2. Грубое (слева) и мелкое (справа) разрешения сетки вблизи передней кромки.

Рис. 3. Изолинии чисел Маха потока внутри решетки и линии тока вблизи задней кромки лопатки при расчетном угле натекания.



для грубой и мелкой сеток в области пограничного слоя у поверхности (см. рис. 2). Расчеты течения с реализацией условий на входной границе были выполнены для обоих вариантов сетки. Вычисленные средние значения величины  $y^+$  на поверхностях лопатки приведены для используемых моделей турбулентности при обоих разрешениях сетки в табл. 2. На рис. 3 представлены изолинии чисел Маха и линии тока вблизи задней кромки. На стороне низкого давления поток разворачивается, ускоряется и достигает числа Маха  $M_a = 0,7$  в пределах одной трети длины поверхности. Было найдено, что максимальное число Маха потока на стороне низкого давления превышает  $M_a = 0,7$ , однако соответствующая изолиния на рис. 3 не показана. На стороне повышенного давления поток разворачивается, постепенно ускоряется и достигает значения  $M_a = 0,6$  на выходе из решетки давления. Вихри, возникшие у задней кромки, отдельно представлены на рис. 3 в увеличенном виде. Эти вихревые структуры являются источниками потерь давления и, что более важно, определяют состояние следа, который распространяется к рядам лопаток, находящимся ниже по потоку.

На рис. 4 и 5 проиллюстрировано изменение коэффициента давления на поверхностях лопатки, рассчитанного при использовании грубой и мелкой сеток для разных моделей

Таблица 2

Средние значения величины $y^+$ на поверхностях лопатки				
Расчетная сетка		Модель	Грубая сетка	Мелкая сетка
$y^+$ (среднее)	Сторона повышенного давления	$k-\varepsilon$	7,11	0,060
		$k-\omega$	3,29	0,001
		LES	4,87	0,095
	Сторона низкого давления	$k-\varepsilon$	10,65	0,120
		$k-\omega$	8,16	0,004
		LES	9,52	0,143

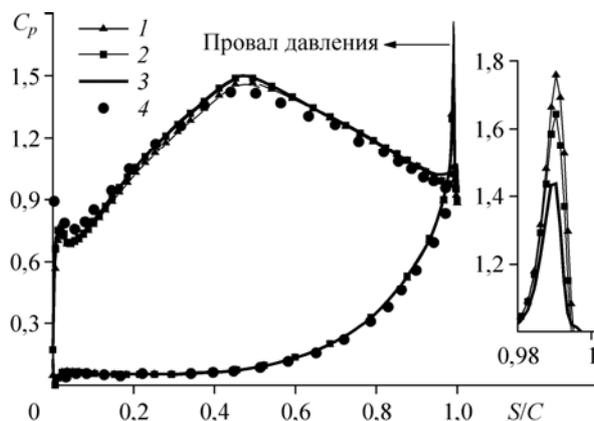


Рис. 4. Распределения коэффициента давления на поверхностях лопатки, полученные на грубой сетке. Результаты расчетов на грубой сетке по моделям  $k-\varepsilon$  (1),  $k-\omega$  (2), LES (3), результаты экспериментов (4).

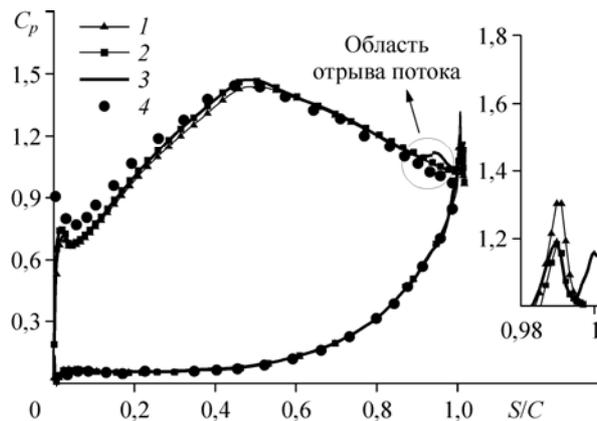


Рис. 5. Распределения коэффициента давления на поверхностях лопатки, полученные на мелкой сетке. Результаты расчетов на мелкой сетке по моделям  $k-\varepsilon$  (1),  $k-\omega$  (2), LES (3), результаты экспериментов (4).

турбулентности. Представленные здесь численные результаты хорошо согласуются с экспериментальными данными работы [21]. Однако вычисленные коэффициенты давления вдоль стороны лопатки с высоким давлением демонстрируют его нефизические всплески вблизи задней кромки, соответствующие провалам давления. Они показаны в увеличенном виде на отдельных фрагментах рис. 4 и 5. Различным моделям турбулентности соответствуют различные амплитуды провалов давления. Можно предположить, что на результатах расчетов с использованием LES,  $k-\varepsilon$  и  $k-\omega$  моделей сказываются эффекты сжимаемости и отрыва потока. Существование провала давления было также отмечено в некоторых других численных исследованиях, например, в [6, 7, 12, 22, 23]. Анализ провалов давления показывает, что LES-модель менее чувствительна к варьированию разрешения сетки, чем модели на основе осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье–Стокса. Кроме того, измельчение сетки вблизи твердых стенок дает лучшие результаты по  $k-\omega$  модели по сравнению с  $k-\varepsilon$  моделью. На мелкой сетке модели LES и  $k-\omega$  предсказывают распределение давления в сдвиговом слое вблизи задней кромки стороны с высоким давлением с приемлемым качеством. Вместе с тем, экспериментальные данные, представленные на рис. 4 и 5, демонстрируют области отрыва над задней частью стороны лопатки с низким давлением. Иными словами, в определенной области течения на этой стороне лопатки, в диапазоне примерно 75–90 % хорды, в экспериментальных данных наблюдается плато давления (см. рис. 4 и 5), которое может быть объяснено наличием сдвигового слоя отрывной зоны. Как показано на рис. 4, в случае грубой сетки различные модели турбулентности не в состоянии предсказать область отрыва на стороне с низким давлением вблизи задней кромки лопатки. Однако при увеличении разрешения сетки (см. рис. 5) модель LES демонстрирует более высокую способность предсказания зоны отрыва на стороне лопатки с низким давлением вблизи задней кромки по сравнению с моделями, основанными на осредненных по Рейнольдсу уравнениях Навье–Стокса (см. фрагмент в кружке на рис. 5). Таким образом, результаты показывают, что, хотя модели на основе осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье–Стокса эффективно предсказывают общую картину поля течения, они могут быть неэффективными при расчетах некоторых структур течения, таких как область отрыва вблизи стороны с пониженным давлением у задней кромки. Несмотря на то, что в настоящем исследовании детали рассчитанной области отрыва, такие как точное положение области отрыва и повторного присоединения потока, имеют небольшое расхождение с данными измерений, результаты показывают пригодность метода LES для вычислений областей отрыва в дальнейших исследованиях

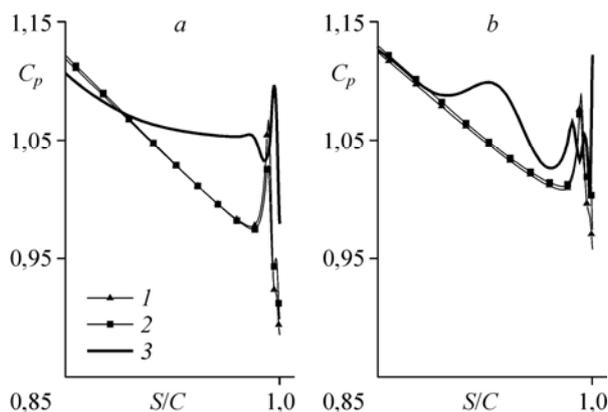


Рис. 6. Распределение коэффициента давления на последних 15 % хорды на стороне пониженного давления, рассчитанное на грубой (а) и на мелкой (б) сетках.

Результаты расчетов по моделям  $k-\varepsilon$  (1),  $k-\omega$  (2), LES (3).

поля течения решеток турбин низкого давления. Нужно также отметить, что расхождение между результатами расчета по LES-методу и экспериментальными данными можно уменьшить следующими способами: во-первых, увеличением разрешения сетки для метода LES, во-вторых, применением трехмерной области для LES-расчетов для учета влияния трансверсальной координаты на турбулентные структуры, в-третьих, использованием подходящих моделей перехода.

На рис. 6 показаны детали распределения коэффициента давления на последних 15 % хорды поверхности с низким давлением, рассчитанные при двух плотностях сетки — грубой (слева) и мелкой (справа). Видно, что разрешение сетки и тип примененной модели турбулентности влияет на расчет отрывной области. Как упоминалось выше, модели  $k-\varepsilon$  и  $k-\omega$  неспособны предсказывать сдвиговую слой зоны отрыва с использованием обеих сеток. С другой стороны, результаты, полученные методом LES, указывают на изменение наклона распределения коэффициента давления вблизи  $S/C = 0,9$  по сравнению с результатами, полученными с помощью осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье–Стокса на обеих сетках. В нестационарном течении эта область соответствует сворачиванию вихрей в оторвавшемся сдвиговом слое [1].

#### 4.2. Нерасчетное условие натекания

В настоящей работе нерасчетные условия исследуются при углах натекания потока  $\alpha_i$ , равных  $-20^\circ$  и  $+8^\circ$ . Рисунок 7 иллюстрирует изменение коэффициента давления вдоль поверхностей лопатки при угле  $-20^\circ$ . Основные различия в результатах применения разных моделей турбулентности лежат в следующих областях: на первой половине стороны лопатки с повышенным давлением и на последних 15 % хорды на стороне лопатки с пониженным давлением (предсказанная область отрыва). Данные расчета провала давления вблизи передней кромки на стороне лопатки с повышенным давлением в модели  $k-\varepsilon$  почти аналогичны результатам расчетов,

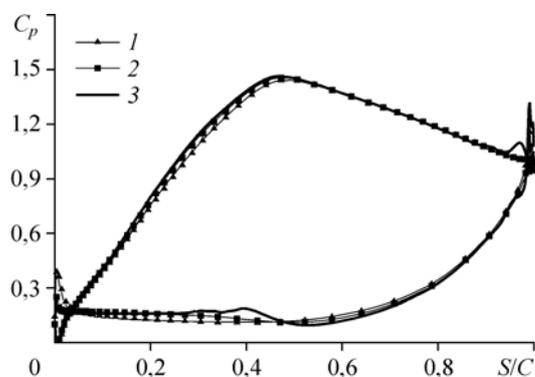


Рис. 7. Распределение коэффициента давления на поверхностях лопатки при угле натекания потока  $\alpha_i = -20^\circ$ . Обозначения см. на рис. 6.

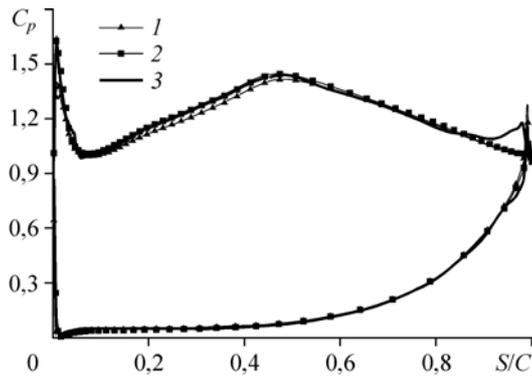


Рис. 8. Распределение коэффициента давления на поверхностях лопатки при угле натекания потока  $\alpha_i = +8^\circ$ .  
Обозначения см. на рис. 6.

давлением находится, согласно расчету, около  $S/C = 0,5$ . При угле натекания потока  $-20^\circ$  отрывная область на стороне с пониженным давлением также была предсказана только с помощью LES (см. рис. 7).

На рис. 8 показано распределение коэффициента давления вдоль поверхностей лопатки при угле натекания потока  $+8^\circ$ . Результаты расчета течения с использованием различных моделей турбулентности почти совпадают, за исключением задней части стороны с пониженным давлением, где можно наблюдать область отрыва, предсказанную по результатам LES.

На рис. 9а и 9б проиллюстрировано распределение коэффициента давления на последних 20 % хорды поверхности с пониженным давлением при углах натекания потока  $-20^\circ$  и  $+8^\circ$  соответственно. В отличие от  $k-\varepsilon$  и  $k-\omega$  моделей LES-метод оказался способным моделировать сдвиговый слой зоны отрыва при обоих углах натекания потока. При положительном угле (т.е.  $\alpha_i = +8^\circ$ ) поток стремится оторваться от стороны с пониженным давлением раньше, чем в случае расчетного условия (ср. с рис. 6б и 9б). Поэтому область отрыва при положительном угле натекания потока занимает большую долю поверхности с пониженным давлением.

На рис. 10 показано изменение коэффициента давления на обеих сторонах лопатки, рассчитанное по LES-модели при разных углах натекания потока. Этот угол влияет не только на обтекание задней части лопатки, но и первой половины стороны лопатки с пониженным давлением, следовательно, он будет оказывать значительное влияние на нагружение лопатки. При увеличении угла повышается различие в давлении между поверхностями

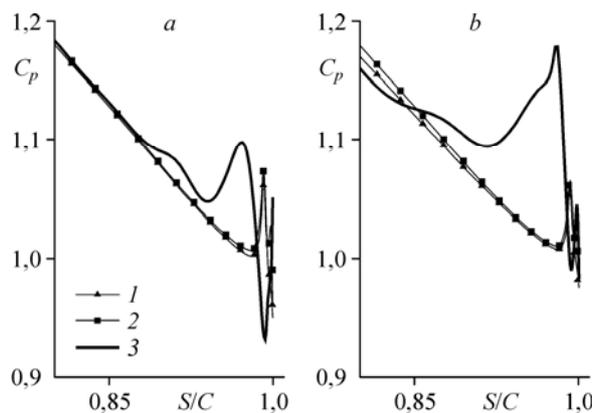


Рис. 9. Изменение коэффициента давления у задней кромки на стороне с пониженным давлением, рассчитанное по различным моделям турбулентности при углах натекания потока  $\alpha_i = -20^\circ$  (а),  $+8^\circ$  (б).

Обозначения см. на рис. 6.

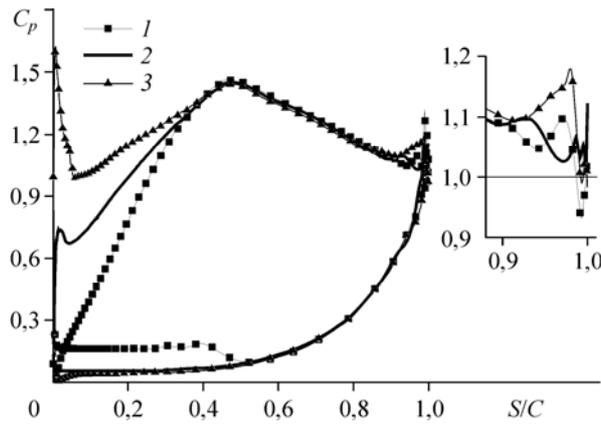


Рис. 10. Влияние изменения угла натекания потока на коэффициент давления, вычисленный с помощью LES-метода.  
 $\alpha_i = -20^\circ$  (1),  $0^\circ$  (2),  $+8^\circ$  (3).

лопатки с повышенным и пониженным давлением (т.е. нагрузка на лопатку). Также отметим, что течение, отрывающееся над стороной с повышенным давлением, повторно присоединяется к поверхности приблизительно при  $S/C = 0,5$  и при угле натекания  $-20^\circ$ . Это поведение также описано в работе [2].

На рис. 11 показано падение полного давления между входной  $P_1$  и выходной  $P_{11}$  границами лопатки. Модели  $k-\omega$  и LES приводят к минимальному значению падения полного давления при угле натекания  $0^\circ$  (то есть при расчетном условии),  $k-\varepsilon$  модель не дает таких результатов.

### Выводы

Численно исследовано поле течения внутри турбинной решетки T106A LP в расчетных и нерасчетных условиях натекания потока. Для этой цели использованы три различные модели турбулентности ( $k-\varepsilon$ ,  $k-\omega$ , LES) на сетках разных разрешений. При расчетном условии метод LES показывает более высокую способность моделирования области отрыва в задней части поверхности лопатки с пониженным давлением по сравнению с другими реализованными моделями турбулентности. При нерасчетном условии LES-модель также позволила рассчитать отрыв потока и его повторное присоединение на стороне лопатки

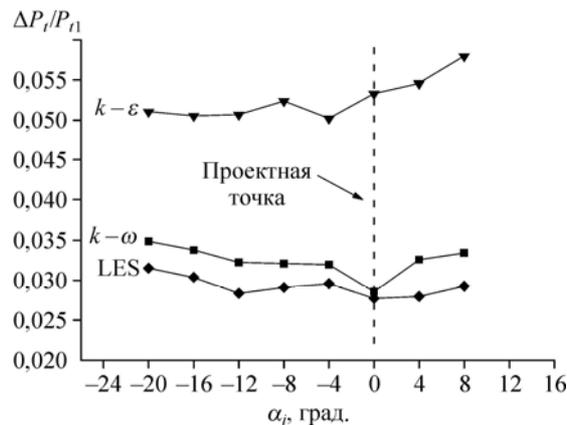


Рис. 11. Изменение падения полного давления как функция угла входа потока при использовании  $k-\varepsilon$ ,  $k-\omega$  и LES моделей.

с повышенным давлением. С помощью численных расчетов обнаружено, что минимальное падение полного давления при прохождении потока через решетку лопаток получается по  $k-\omega$  и LES-моделям при расчетном условии. В будущих исследованиях предполагается повысить точность LES-модели путем увеличения разрешения сетки в расчетной области, применения трехмерной области для рассмотрения влияния трансверсальной координаты на турбулентные структуры и реализации подходящих моделей перехода.

### Список литературы

1. Hodson H.P., Howell R.J. Bladerow interactions, transition, and high-lift aerofoils in low-pressure turbines // Annu. Rev. Fluid Mech. 2005. Vol. 37. P. 71–98.
2. Hodson H.P., Dominy R.G. The off-design performance of a low-pressure turbine cascade // ASME J. Turbomach. 1987. Vol. 109. P. 201–209.
3. Stieger R., Hodson H.P. The unsteady development of a turbulent wake through a downstream low-pressure turbine blade passage // ASME J. Turbomach. 2004. Vol. 126, No. 4. P. 536–543.
4. Stieger R., Hodson H.P. The unsteady development of a turbulent wake through a downstream low-pressure turbine blade passage // ASME J. Turbomach. 2005. Vol. 127, No. 2. P. 388–394.
5. Opoka M.M., Thomas R.L., Hodson H.P. Boundary layer transition on the high lift T106A low-pressure turbine blade with an oscillating downstream pressure field // ASME J. Turbomach. 2008. Vol. 130, No. 2. P. 021009-1–021009-10.
6. Wu X., Durbin P.A. Evidence of longitudinal vortices evolved from distorted wakes in a turbine passage // J. Fluid Mech. 2001. Vol. 446. P. 199–228.
7. Michelassi V., Wissink J.G., Fröhlich J., Rodi W. Large-eddy simulation of flow around low-pressure turbine blade with incoming wakes // AIAA J. 2003. Vol. 41, No. 11. P. 2143–2156.
8. Lodefer K., Dick E. Modelling of unsteady transition in low-pressure turbine blade flows with two dynamic intermittency equations // J. Flow, Turbulence and Combustion. 2005. Vol. 76, No. 2. P. 103–132.
9. Wissink J.G., Rodi W., Hodson H.P. The influence of disturbances carried by periodically incoming wakes on the separating flow around a turbine blade // J. Heat and Fluid Flow. 2006. Vol. 27, No. 4. P. 721–729.
10. Matsuura K., Kat C. Large-eddy simulation of compressible transitional flows in a low-pressure turbine cascade // AIAA J. 2007. Vol. 45, No. 2. P. 442–457.
11. Velez C., Coronado P., Al-Kuran H., Ilie M. Numerical computations of turbine blade aerodynamics; comparison of LES, SAS, SST, SA, and  $k-\varepsilon$  // AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit, 2011.
12. Ghidoni A., Colombo A., Rebay S., Bassi F. Simulation of the transitional flow in a low pressure gas turbine cascade with a high-order discontinuous Galerkin method // ASME J. Fluids Engng. 2013. Vol. 135, No. 7. P. 071101-1–071101-8.
13. Fottner L. Test cases for computation of internal flows in aero engine components // AGARD-AR-275. 1990. P. 112–123.
14. Hildebrandt T., Fottner L. A numerical study of the influence of grid refinement and turbulence modeling on the flow field inside a highly loaded turbine cascade // ASME J. Turbomachinery. 1999. Vol. 121, No. 4. P. 709–716.
15. The Open Source CFD Toolbox, User Guide, OpenCFD Ltd. 2014. URL <http://www.openfoam.org/docs/user/>.
16. URL <http://www.openfoam.org>.
17. Wilcox D.C. Turbulence Modeling for CFD. 3rd ed // DCW Industries, Inc. 2006, 522 p.
18. Launder B.E., Spalding D.B. The numerical computation of turbulent flows // J. Comput. Methods in Appl. Mech. Engng. 1974. Vol. 3, No. 2. P. 269–289.
19. Leonard A. Energy cascade in large-eddy simulations of turbulent fluid flows // Advances in Geophysics. 1975. Vol. 18. P. 237–248.
20. Spalart P.R., Allmaras S.R. A one equation turbulence model for aerodynamic flows // Recherche Aerospaciale. 1994. Vol. 1. P. 5–21.
21. Stieger R.D., Hollis D., Hodson H.P. Unsteady surface pressures due to wake-induced transition in a laminar separation bubble on a low-pressure cascade // ASME J. Turbomachinery. 2004. Vol. 126, No. 4. P. 544–550.
22. Calzada P.D.L., Alonso A. Numerical investigation of heat transfer in turbine cascades with separated flows // ASME J. Turbomachinery. 2003. Vol. 125, No. 2. P. 260–266.
23. Duden A., Raab I., Fottner L. Controlling the secondary flow in a turbine cascade by three-dimensional airfoil design and endwall contouring // ASME J. Turbomachinery. 1999. Vol. 121, No. 2. P. 191–199.

Статья поступила в редакцию 16 февраля 2015 г.,  
после доработки — 11 января 2016 г.