УДК 661; 532.546

Моделирование турбулентного потока в радиальном реакторе с неподвижным зернистым слоем

У.К. Жапбасбаев, Г.И. Рамазанова, О.Б. Кенжалиев

AO «Казахстанско-Британский технический университет», Алматы, Казахстан

E-mail: uzak.zh@mail.ru

Приводятся данные расчетов турбулентного потока в конфигурациях CF- π и CP- π радиального реактора с неподвижным зернистым слоем. Рейнольдсовы уравнения движения решены совместно с k- ε моделью турбулентности. Для сопряжения параметров потоков на границе раздела свободная часть-неподвижный зернистый слой использовались классические условия непрерывности. Получены расчетные данные относительно осредненных и турбулентных характеристик и показано, что в неподвижном зернистом слое поток вызывает генерацию кинетической энергии турбулентности и скорости ее диссипации; поток в CF- π конфигурации распределяется более равномерно по сравнению с CP- π конфигурацией радиального реактора. Расчетные данные сравниваются с экспериментальными.

Ключевые слова: радиальный реактор, неподвижный зернистый слой, *k*-*є* модель турбулентности, условия сопряжения.

Введение

Реакторы с неподвижным зернистым слоем используются для широкого круга промышленных процессов. Радиальные реакторы с неподвижным зернистым слоем имеют преимущество по сравнению с аксиальными реакторами за счет небольшого гидродинамического сопротивления [1]. Снижение сопротивления слоя и энергосбережение — основные факторы развития радиальных реакторов. Разработка новых каталитических процессов требует достижения равномерного распределения потока в слое катализатора радиального реактора. В радиальном реакторе по сравнению с аксиальным реактором этого сложнее добиться из-за распределения потоков в каналах и низкого перепада давления через неподвижный слой катализатора.

На практике параметры потока радиального реактора рассчитываются с помощью одномерного метода на основе уравнений законов сохранения массы, энергии и импульса [2, 3]. Одномерный метод не позволяет описать пространственное распределение потока в каналах и неподвижном зернистом слое, что показано экспериментально в статье [4] и подтверждено результатами расчетов. В четырех возможных конфигурациях радиального реактора — СР-*z*, СР- π , СF-*z* и СF- π — установлены неравномерности распределения потока в неподвижном зернистом слое [5]. Оптимизационные расчеты были проведены в радиальных адсорберах для достижения равномерности потока в неподвижном слое [6].

© Жапбасбаев У.К., Рамазанова Г.И., Кенжалиев О.Б., 2015

Жапбасбаев У.К., Рамазанова Г.И., Кенжалиев О.Б.

Расчеты распределения потоков в реакторах с неподвижным зернистым слоем требуют решения проблемы сопряжения потоков на границах раздела разнородных сред жидкости–пористой среды [7–11]. Для изучения потока на границе жидкость–пористая среда в работах [7, 8] использовались макроскопические переменные и уравнения переноса, осредненные по локальному объему пористой среды.

Системное исследование конвективного течения в замкнутой полости проведено в работе [9] для трех схем расположения пористой вставки: 1) пористая вставка занимает правую часть полости; 2) пористая вставка находится в средней части полости; 3) пористая вставка занимает нижнюю часть полости. В расчетах свободной части полости применялось уравнение Навье–Стокса, а в пористой вставке — уравнение Бринкмана с нелинейным законом фильтрации. Условия сопряжения на границах раздела сред [9] выражают непрерывности суммы давления и нормального компонента напряжения, касательного компонента напряжения, нормального и касательного компонентов скорости. В численных расчетах были получены поля температуры, линий тока в полости при трех различных положениях пористой вставки. В работе были сопоставлены расчетные данные с результатами экспериментов и показана согласованность расчета с экспериментом.

Динамическая модель течения в канале с пористой вставкой была предложена в работе [10]. Течение в пористой вставке (неподвижный зернистый слой) описывалось уравнением движения с нелинейным законом фильтрации. В свободной части канала использовалось уравнение идеальной жидкости. Были получены условия сопряжения на границе жидкость-пористая среда в виде непрерывностей полного давления, нормального и касательного компонентов скорости. Расчет движения жидкости [10] показал образование вихря в пористой среде и развитие его в области за пористой вставкой.

Детальные расчеты турбулентного потока в канале с пористой средой были проведены в работе [11] с привлечением *k*-*є* модели турбулентности. На границе раздела жидкость-пористая среда применялись классические условия непрерывности параметров потока. Использовался единый подход записи уравнения движения для численного решения задачи в гибридной области. Результаты расчетов [11] сравнивались с известными экспериментальными данными при различных значениях пористости и чисел Рейнольдса и Дарси.

Остается много неизвестного о физических механизмах турбулентного потока в пористой среде. При очень малой проницаемости и скорости жидкости поток часто может быть ламинарным. Разработаны инженерные методы расчета турбулентного потока на основе результатов экспериментов в пористой среде. В работах [12–19] представлены разработки макроскопических моделей и расчеты турбулентных потоков в каналах с пористой средой. Вместе с тем остается актуальным моделирование турбулентного потока в пористой среде со сложными геометрическими конфигурациями.

В радиальных реакторах происходит распределение потока в каналах и в неподвижном зернистом слое (рис. 1). Исследования гидродинамики радиального реактора устанавливают неравномерности распределения потока [4, 5]. Причиной гидродинамических неравномерностей являются свойства распределения потоков в подводящих и отводящих каналах и неоднородности упаковки слоя катализатора в объеме реактора. В настоящее время разработаны способы равномерной упаковки слоя катализатора для предотвращения неравномерности распределения потока [20].

Исследование распределения потоков в каналах контактных аппаратов показывает неравномерное распределение скорости [2, 4–6]. В подводящем канале контактного аппарата давление возрастает по длине и направлению течения [2, 4, 5], в отводящем канале контактного аппарата, наоборот, давление снижается [2, 5, 6]. Эти особенности



Рис. 1. Схема конфигураций СF-*π*(*a*) и CP-*π*(*b*) радиального реактора. *1* — корпус реактора, *2* — кольцевой канал, *3* — слой катализатора, *4* — центральная труба.

распределения давления в каналах являются причиной возникновения неравномерности скорости перетока по длине неподвижного зернистого слоя радиального реактора [5].

В настоящей статье рассматривается турбулентный поток в конфигурациях CF- π и CP- π радиального реактора (см. рис. 1). Турбулентный поток в каналах изучается на основе рейнольдсовых уравнений с привлечением *k*- ε модели. Течение в слое катализатора описывается уравнением движения с помощью закона сопротивления Ергана и макроскопической *k*- ε моделью турбулентности [16, 17].

Математическая постановка

На рис. 1 схематически представлены конфигурации потока в радиальном реакторе с неподвижным слоем катализатора. Поток в конфигурации CF- π подводится по центральной трубе, перетекает через слой катализатора и отводится по кольцевому каналу (рис. 1*a*). Поток в конфигурации CP- π подводится по кольцевому каналу, перетекает через слой катализатора и отводится по центральной трубе (рис. 1*b*). В слое катализатора поток распределяется в зависимости от его сопротивления и сопротивлений кольцевого канала и центральной трубы. Поток в кольцевом канале, центральной трубе и неподвижном зернистом слое является турбулентным. Физические свойства жидкости и слоя катализатора считаются постоянными.

Турбулентный поток в кольцевом канале и центральной трубе описывается рейнольдсовыми уравнениями. Рейнольдсовы напряжения можно представить в виде

$$-\rho \overline{u_i u_j} = \rho v_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \rho k, \qquad (1)$$

где $-\rho \overline{u_i u_j}$ — рейнольдсовы напряжения, Па, ρ — плотность жидкости, кг/м³, v_t — вихревая вязкость, м²/с, δ_{ij} — символ Кронекера ($\delta_{ij} = 1$, если i = j и $\delta_{ij} = 0$, если $i \neq j$), $k = \overline{u_i^2}/2$ — кинетическая энергия турбулентности, м²/c².

В цилиндрической системе координат система уравнений движения и неразрывности несжимаемой жидкости имеет вид:

$$\frac{\partial U_z^2}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial r U_z U_r}{\partial r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} + 2 \frac{\partial}{\partial z} \left(v_\varepsilon \frac{\partial U_z}{\partial z} \right) - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial z} \left(v_\varepsilon \operatorname{div} \vec{U} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[v_\varepsilon r \left(\frac{\partial U_z}{\partial r} + \frac{\partial U_r}{\partial z} \right) \right], \quad (2)$$

$$\frac{\partial U_z U_r}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial r U_r^2}{\partial r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(v_\varepsilon r \frac{\partial U_r}{\partial r} \right) - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial r} \left(v_\varepsilon \operatorname{div} \vec{U} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left[v_\varepsilon \left(\frac{\partial U_z}{\partial r} + \frac{\partial U_r}{\partial z} \right) \right] - \frac{2U_r}{r^2} v_\varepsilon, \quad (3)$$

$$\frac{\partial U_z}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial U_r r}{\partial r} = 0, \tag{4}$$

где *z*, *r* — цилиндрические координаты, м; U_z, U_r — компоненты скорости, м/с, *P* — давление, Па, $v_{\varepsilon} = (v + v_t)$, *v*— кинематическая вязкость, м²/с.

Вихревая вязкость v_t является функцией k и скорости ее диссипации ε :

$$v_t = C_\mu f_\mu k^2 / \varepsilon, \qquad (5)$$

где C_{μ} — безразмерная постоянная, f_{μ} — пристеночная функция.

Транспортные уравнения для k и є можно записать [21]:

$$\frac{\partial}{\partial z}(U_zk) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rU_rk) = P_k + \frac{\partial}{\partial z}\left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k}\right)\frac{\partial k}{\partial z}\right] + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k}\right)\frac{\partial k}{\partial r}\right] - \varepsilon, \tag{6}$$

$$\frac{\partial}{\partial z}(U_{z}\varepsilon) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rU_{r}\varepsilon) = C_{\varepsilon 1}f_{1}\frac{\varepsilon}{k}P_{k} + \frac{\partial}{\partial z}\left[\left(v + \frac{v_{t}}{\sigma_{\varepsilon}}\right)\frac{\partial\varepsilon}{\partial z}\right] + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\left(v + \frac{v_{t}}{\sigma_{\varepsilon}}\right)\frac{\partial\varepsilon}{\partial r}\right] - C_{\varepsilon 2}f_{2}\frac{\varepsilon^{2}}{k}, \quad (7)$$

где $P_k = -\overline{u_i u_j} \left(\partial U_i / \partial x_j \right)$ определяет генерацию k; f_1 и f_2 — пристеночные функции, $C_{\varepsilon 1}, C_{\varepsilon 2}, \sigma_k$ и σ_{ε} — безразмерные константы. Пристеночные функции имеют вид [21]:

$$f_{\mu} = \exp\left[-3, 4/(1 + R_T / 50)^2\right], \quad f_1 = 1, \quad f_2 = 1 - 0, 3\exp\left(-R_T^2\right), \quad R_T = k^2 / v\varepsilon.$$
(8)

Безразмерные постоянные принимают стандартные значения: $C_{\mu} = 0.09, \sigma_k = 1,$

 $\sigma_{\varepsilon} = 1,3, C_{\varepsilon 1} = 1,44, C_{\varepsilon 2} = 1,92.$

В неподвижном зернистом слое для описания потока используются макроскопические переменные, определенные по локальному объему пористой среды [11, 22]. Уравнения движения с законом сопротивления Эргана в макроскопических переменных используются для описания потока в слое катализатора. В макроскопических переменных уравнения непрерывности и движения в слое катализатора можно записать в виде

$$\frac{\partial U_z}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial U_r r}{\partial r} = 0, \tag{9}$$

$$\frac{\partial U_z^2}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial r U_z U_r}{\partial r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} + 2 \frac{\partial}{\partial z} \left(v_\varepsilon \frac{\partial U_z}{\partial z} \right) - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial z} \left(v_\varepsilon \operatorname{div} \vec{U} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[v_\varepsilon r \left(\frac{\partial U_z}{\partial r} + \frac{\partial U_r}{\partial z} \right) \right] - \left(\xi_1 + \xi_2 \sqrt{U_z^2 + U_r^2} \right) U_z,$$
(10)

242

$$\frac{\partial U_{z}U_{r}}{\partial z} + \frac{1}{r}\frac{\partial rU_{r}^{2}}{\partial r} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial r} + \frac{2}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\nu_{\varepsilon}r\frac{\partial U_{r}}{\partial r}\right) - \frac{2}{3}\frac{\partial}{\partial r}\left(\nu_{\varepsilon}\mathrm{div}\bar{U}\right) + \\ + \frac{\partial}{\partial z}\left[\nu_{\varepsilon}\left(\frac{\partial U_{z}}{\partial r} + \frac{\partial U_{r}}{\partial z}\right)\right] - \frac{2U_{r}}{r^{2}}\nu_{\varepsilon} - \left(\xi_{1} + \xi_{2}\sqrt{U_{z}^{2} + U_{r}^{2}}\right)U_{r}, \tag{11}$$

где ϕ — пористость слоя, $\xi_1 = 150\nu(1-\phi)^2/(\phi^3 d_k^2)$ и $\xi_2 = 1,75(1-\phi)/(\phi^3 d_k)$ — параметры Эргана, d_k — диаметр зерна слоя катализатора, м. Параметры Эргана в уравнениях (10), (11) определяют сопротивления слоя катализатора. Уравнения (10), (11) принимают вид рейнольдсовых уравнений (3) и (4) при $\phi \rightarrow 1$.

Макроскопическую *k*-*є* модель турбулентности [16, 17] в переменных, осредненных по локальному объему слоя катализатора, можно записать в виде

$$\frac{\partial}{\partial z}(U_{z}k) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rU_{r}k) = P_{k} + \frac{\partial}{\partial z}\left[\left(\nu + \frac{\nu_{t}}{\sigma_{k}}\right)\frac{\partial k}{\partial z}\right] + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\left(\nu + \frac{\nu_{t}}{\sigma_{k}}\right)\frac{\partial k}{\partial r}\right] + G_{k} - \varepsilon, \quad (12)$$

$$\frac{\partial}{\partial z}(U_{z}\varepsilon) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rU_{r}\varepsilon) = C_{\varepsilon 1}\frac{\varepsilon}{k}P_{k} + \frac{\partial}{\partial z}\left[\left(\nu + \frac{\nu_{t}}{\sigma_{\varepsilon}}\right)\frac{\partial \varepsilon}{\partial z}\right] + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\left(\nu + \frac{\nu_{t}}{\sigma_{\varepsilon}}\right)\frac{\partial \varepsilon}{\partial r}\right] + C_{\varepsilon 2}\left(G_{\varepsilon} - \frac{\varepsilon^{2}}{k}\right), \quad (13)$$

где G_k , G_{ε} определяют генерацию соответственно k и ε в слое катализатора. Расчеты и эксперименты [19] показали, что для неподвижного зернистого слоя выражения для G_k и G_{ε} можно взять в виде $G_k = 39\phi^2 (1-\phi)^{5/2} (U_j U_j)^{3/2} / d_k$, $G_{\varepsilon} = 411\phi^{5/2} (1-\phi)^4 (U_j U_j)^2 / d_k^2$. Выражения G_k и G_{ε} зависят от пористости (проницаемости) слоя и при $\phi \rightarrow 1$ стремятся к нулю. Тогда уравнения (12), (13) переходят в транспортные уравнения кинетической энергии k и скорости ее диссипации ε потока в кольцевом канале и центральной трубе.

Граничные условия

В конфигурациях CF-*π* и CP-*π* радиального реактора уравнения (2)–(13) описывают течения в кольцевом канале, центральной трубе и слое катализатора. Граничные условия для уравнений (2)–(13) задаются на входе, выходе потока и на непроницаемых стенках кольцевого канала, центральной трубы и слоя катализатора.

Во входном сечении потока граничные условия имеют вид:

$$U_{z} = U_{0}(r), \ U_{r} = 0, \ k = k_{0}(r), \ \varepsilon = \varepsilon_{0}(r).$$
 (14)

Граничные условия на непроницаемых стенках кольцевого канала и центральной трубы определяются стандартной формой функции стенки [23, 24]. Логарифмический профиль скорости вблизи стенки в безразмерных переменных можно записать в форме [23, 24]: $U_p = u_\tau \left((1/\kappa) \ln y_\tau^* + B \right)$, где $y_p^* \equiv y_p u_\tau / v$, B = 5,5, $\kappa = 0,41$ — константа Кармана, u_τ — динамическая скорость на стенке. Также вблизи стенки $u_\tau \equiv C_\mu^{1/4} k_p^{1/2}$, где k_p — величина кинетической энергии турбулентности вблизи стенки [23, 24].

Для скорости диссипации кинетической энергии турбулентности вблизи стенки справедливо выражение $\varepsilon_p = C_{\mu}^{0,75} k_p^{1,5} / \kappa y_p$ [23, 24].

На торцевой стенке кольцевого канала и центральной трубы ставятся условия прилипания для скорости, условия для кинетической энергии турбулентности и скорости ее диссипации.

На оси центральной трубы ставятся условия симметричности:

$$\partial U_z / \partial r = 0, \quad U_r = 0, \quad \partial k / \partial r = \partial \varepsilon / \partial r = 0,$$
 (15)

на выходном сечении потока соблюдаются условия:

$$\partial U_z / \partial z = 0, \quad U_r = 0, \quad \partial k / \partial z = \partial \varepsilon / \partial z = 0.$$
 (16)

Граничные условия для скорости, кинетической энергии турбулентности и скорости ее диссипации на непроницаемых стенках слоя катализатора определяются стандартной формой функции стенки [23, 24]. Постановка этих условий на непроницаемых стенках неподвижного зернистого слоя основана на результатах исследований [19].

На проницаемых границах раздела жидкость-слой катализатора ставятся условия сопряжения в виде классических условий непрерывности параметров потока [11, 25]:

$$U_{z-} = U_{z+}, \quad U_{r-} = U_{r+}, \quad P_{-} = P_{+}, \tag{17}$$

$$\left[\mu_{\varepsilon}\left(\frac{\partial U_{z}}{\partial r} + \frac{\partial U_{r}}{\partial z}\right)\right]_{-} = \left[\mu_{\varepsilon}\left(\frac{\partial U_{z}}{\partial r} + \frac{\partial U_{r}}{\partial z}\right)\right]_{+},$$
(18)

$$k_{-} = k_{+}, \quad \left[\left(\nu + \frac{\nu_{t}}{\sigma_{k}} \right) \frac{\partial k}{\partial r} \right]_{-} = \left[\left(\nu + \frac{\nu_{t}}{\sigma_{k}} \right) \frac{\partial k}{\partial r} \right]_{+}, \quad (19)$$

$$\varepsilon_{-} = \varepsilon_{+}, \quad \left[\left(\nu + \frac{\nu_{t}}{\sigma_{\varepsilon}} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} \right]_{-} = \left[\left(\nu + \frac{\nu_{t}}{\sigma_{\varepsilon}} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} \right]_{+}, \quad (20)$$

где индексы «--» и «+» относятся к параметрам потока в кольцевом канале и в слое катализатора на границе раздела сред соответственно. Условия сопряжения (17), (18) выражают непрерывности компонентов скорости, давления и касательного напряжения; условия (19), (20) отражают непрерывности кинетической энергии турбулентности и скорости ее диссипации, а также потоков этих переменных. В расчетах [11] условия сопряжения (17)-(20) используются для турбулентного потока в канале с пористой средой, расчетные данные находятся в согласии с результатами экспериментов. В рассматриваемом здесь случае эти условия применяются для сопряжения параметров турбулентного потока в кольцевом канале, центральной трубе и слое катализатора радиального реактора.

Уравнения (9)–(13) при $\phi \to 1$ переходят в уравнения движения в свободной части реактора (2)–(7). Такая единая форма записи уравнения движения позволяет построить численное решение с удовлетворением условий сопряжения на границах раздела сред. Пористость слоя катализатора $\phi = 0,35$, а в кольцевом канале и центральной трубе $\phi = 1$.

Численное решение

Численное решение системы уравнений движения (2)–(4) и (9)–(11) можно построить методом переменных вихря скорости и функции тока [26–29].

Уравнения (2)–(7), (9)–(13) приводятся к безразмерным переменным. Координаты *z*, *r* делятся на диаметр центральной трубы d_1 , компоненты скорости U_z и U_r — на U_0 , давление P — на ρU_0^2 , вихревая вязкость — на $U_0 d_1$. Кинетическая энергия турбулентности нормируется на U_0^2 , а скорость диссипации кинетической энергии — на U_0^3/d_1 . В безразмерных переменных уравнения (2)–(7), (9)–(13) имеют такой же вид. Уравнения движения (2), (3) и (10), (11) содержат число Рейнольдса $\operatorname{Re} = U_0 d_1/v$.

Функция тока и вихрь скорости вводятся стандартным образом:

$$U_z r = \partial \psi / \partial r, \quad U_r r = -\partial \psi / \partial z,$$
 (21)

$$\omega = \partial U_r / \partial z - \partial U_z / \partial r.$$
⁽²²⁾

Подставляя выражение (21) в (22), получаем уравнение функции тока

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \omega = 0.$$
(23)

Уравнение вихря скорости можно получить из (10), (11) стандартным способом [26, 27]:

$$r^{2}\left[\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\omega}{r}\frac{\partial\psi}{\partial r}\right) + \frac{\partial}{\partial r}\left(-\frac{\omega}{r}\frac{\partial\psi}{\partial z}\right)\right] = \left\{\frac{\partial}{\partial z}\left[r^{3}\frac{\partial}{\partial z}\left(v_{\varepsilon}\frac{\omega}{r}\right)\right] + \frac{\partial}{\partial r}\left[r^{3}\frac{\partial}{\partial r}\left(v_{\varepsilon}\frac{\omega}{r}\right)\right]\right\} + r^{3}S_{\omega} - \frac{\partial}{\partial z}\left[\left(\xi_{1} + \xi_{2}\sqrt{U_{z}^{2} + U_{r}^{2}}\right)\frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial r}\right] - \frac{\partial}{\partial z}\left[\left(\xi_{1} + \xi_{2}\sqrt{U_{z}^{2} + U_{r}^{2}}\right)\frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial z}\right],$$
(24)

где *S*_{*w*} — член источника вихря скорости [26].

Численное решение уравнений (23) и (24) проводится конечно-разностным способом контрольного объема с переменным шагом пространственных координат [26–29]. Расчетная область состоит из центральной трубы, кольцевого канала и слоя катализатора. Вследствие симметрии потока относительно оси центральной трубы рассматривается только половина расчетной области. Расчеты проведены на разностной сетке размером 525×180. Шаги контрольной ячейки в радиальном направлении изменяются от 0,0125 до 0,0245, а в продольном направлении — от 0,01 до 0,02. Шаги контрольной ячейки сгущаются вблизи границ раздела сред и непроницаемых стенок кольцевого канала и центральной трубы. Разностный аналог уравнения вихря скорости рассчитывается методом стабилизирующей поправки [29, 30], разностный аналог уравнения функции тока — методом верхней релаксации [26, 27]. Вблизи непроницаемой стенки кольцевого канала и центральной трубы значения вихря вычисляются стандартной формой функции стенки [23, 24]. На торцевых стенках кольцевого канала и центральной трубы, где ставятся условия прилипания, используется условие Тома [26, 27].

Разностные уравнения кинетической энергии турбулентности и скорости ее диссипации были получены методом контрольного объема и рассчитаны методом Гаусса– Зейделя [26–28].

Тестовые расчеты

Верификация модели и метода расчета осуществлялась на базе известных расчетных и экспериментальных исследований [5, 19].

В работе [19] были получены результаты экспериментов и расчетов турбулентного потока в трубе с неподвижным зернистым слоем. В настоящей работе, как и в [19], тестовые расчеты проведены с использованием макроскопической *k*-*є* модели турбулентности [16]. Пористость неподвижного зернистого слоя считается постоянной. Граничные условия вблизи стенки трубы определяются стандартной формой функции стенки [19, 23, 24]. В расчетах получены профили скорости, кинетической энергии турбулентности, скорости диссипации кинетической энергии турбулентности и вихревой вязкости.

На рис. 2 показаны рассчитанные данные отношения вихревой вязкости к вязкости жидкости в зависимости от числа Рейнольдса, которое найдено по диаметру зерна неподвижного слоя ($\text{Re}_p = U_0 d_p / v$). Результаты согласуются с представленными на этом же рисунке расчетными данными [19].

Жапбасбаев У.К., Рамазанова Г.И., Кенжалиев О.Б.



Рис. 2. Результаты расчетов вихревой вязкости
в зависимости от числа Рейнольдса Re _p .
Настоящая работа — $d_p = 3$ мм (1), работа [19] —
$d_p = 3$ (2), 30 (3) мм.

В следующей тестовой задаче осуществляются расчеты потоков в конфигурациях радиального реактора для сравнения с данными [5]. Расчеты проводились в соответствии с геометрическими размерами конфигураций СГ-*π* и СР-*π* радиаль-

ного реактора и режимными параметрами потоков, изученными в работе [5].

Распределения радиальной скорости по толщине неподвижного зернистого слоя в CF- π и CP- π конфигурациях показаны на рис. 3. Расчетные данные получены в разных сечениях по длине неподвижного зернистого слоя. Здесь же представлены расчетные данные [5] радиальной скорости по толщине неподвижного зернистого слоя в CF- π и CP- π конфигурациях радиального реактора. Как видно из рис. 3, распределения радиальной скорости хорошо согласуются с расчетными данными [5].



Рис. 3. Результаты расчетов радиальной скорости по радиусу неподвижного зернистого слоя CF- $\pi(a)$ и CP- $\pi(b)$ конфигураций радиального реактора. Настоящая работа — z = 0,5 (1), 1 (2), 1,5 (3) м, работа [5] — z = 0,5 (4), 1 (5), 1,5 (6) м.



Рис. 4. Результаты расчетов перепада давления по толщине в зависимости от длины неподвижного зернистого слоя CF-π и CP-π конфигураций радиального реактора. Настоящая работа — CF-π(1), CP-π(2), работа [5] — CF-π(3), CP-π(4).

В тестовых расчетах получены распределения перепадов давления по толщине в разных сечениях неподвижного зернистого слоя. Расчетные данные перепада давления по толщине в конфигурации CF- π повышаются от 110,5 до 118,5 Па по длине неподвижного зернистого слоя, в конфигурации CP- π снижаются от 132,5 до 110,5 Па по длине неподвижного зернистого слоя (см. рис. 4). Перепады давления по толщине в конфигурации CF- π показывают более равномерное распределение потока в слое катализатора, чем в конфигурации CP- π . Расчетные данные перепада давления по толщине в разных сечениях неподвижного зернистого слоя в CF- π и CP- π конфигурациях радиального реактора согласуются с результатами [5].

Из тестовых расчетов следует, что модель турбулентного потока и численный метод решения можно использовать для исследования гидродинамики радиального реактора.

Анализ результатов

Расчеты распределения потока проведены для конфигураций СF- π и СP- π радиального реактора. На рис. 5 показаны рассчитанные поля вектора скорости в конфигурациях CF- π (рис. 5*a*) и СР- π (рис. 5*b*). Данные получены при следующих значениях среднерасходной скорости в центральной трубе и параметрах слоя катализатора: $U_0 = 1,87, 3,74$ м/с, $\nu = 0,33 \cdot 10^{-5}$ м²/с, $d_k = 0,0017$ м, $\phi = 0,35$. Длина *L* и толщина *H* слоя катализатора равнялись соответственно 5,05 м и 0,89 м. Число Рейнольдса вычисляется по среднерасходной скорости и диаметру центральной трубы $d_1 = 0,5$ м: Re = $U_0 d_1 / \nu$. Расчеты проведены при Re = 283250, 566500.

В конфигурации CF- π радиального реактора поток распределяется в центральной трубе, перетекает через слой катализатора и вытекает через кольцевой канал (рис. 5*a*). Продольная скорость уменьшается по длине центральной трубы из-за перетока жидкости через слой катализатора. Распределение потока в центральной трубе зависит от действия сил инерции, давления и сопротивления неподвижного зернистого слоя. На входной части слоя катализатора скорость перетока возрастает от 0,042 до 0,049 м/с, т.е. имеет место неравномерное распределение потока. По толщине слоя катализатора скорость перетока снижается из-за роста радиальной координаты, и на выходе слоя катализатора она изменяется от 0,0095 до 0,0111 м/с. В кольцевом канале происходит ускорение потока по мере перетока жидкости через слой катализатора.





Рис. 5. Поля вектора скорости при Re = 283250. Конфигурации CF- $\pi(a)$ и CP- $\pi(b)$.

В конфигурации СР- π поток распределяется в кольцевом канале, перетекает через слой катализатора и вытекает через центральную трубу (рис. 5b). Площадь кольцевого канала в 10,12 раз больше площади центральной трубы и среднерасходная скорость в кольцевом канале меньше на такую же величину. Поэтому в кольцевом канале при



Рис. 6. Поля кинетической энергии турбулентности при Re = 283250. Конфигурации CF- $\pi(a)$ и CP- $\pi(b)$.

одном и том же Re = 283250 сила инерции (кинетическая энергия) будет существенно меньше. Это оказывает влияние на распределение потока. Скорость перетока снижается во входном слое катализатора от 0,0119 до 0,0092 м/с. По толщине слоя катализатора скорость перетока возрастает из-за уменьшения радиальной координаты, и на выходе слоя катализатора она изменяется от 0,0575 до 0,0444 м/с.

Пространственные распределения вектора скорости показывают детальную структуру потока в центральной трубе, в слое катализатора и кольцевом канале в обеих конфигурациях радиального реактора в зависимости от режимных параметров (числа Рейнольдса, конструктивных данных каналов и слоя катализатора). При одинаковом Re = 283250 распределение потока в слое катализатора конфигурации CF- π более равномерное, чем в слое катализатора при конфигурации CP- π радиального реактора. Если в CF- π конфигурации скорость перетока больше в конечной части слоя катализатора, то в CP- π конфигурации, наоборот, радиальная скорость перетока больше в начальной части слоя катализатора. Это можно объяснить соотношением сил инерции, давления и гидродинамического сопротивления потока в каналах и слоя катализатора в конфигурациях CF- π и CP- π радиального реактора. Данные расчета согласуются с результатами исследований [5].

На рис. 6 приведены распределения изолиний кинетической энергии турбулентности *k* в конфигурациях CF- π и CP- π радиального реактора. В центральной трубе реактора конфигурации CF- π поле кинетической энергии турбулентности *k* определяется переносом, генерацией ее величины из осредненного движения и скоростью диссипации. Сильное изменение кинетической энергии турбулентности *k* имеет место на входной части слоя катализатора (рис. 6*a*). Это объясняется тем, что на границе раздела сред (центральная труба–слой катализатора) происходит генерация кинетической энергии турбулентности. Выражение генерации кинетической энергии турбулентности в пористой среде определяется по формуле $G_k = 39\phi^2 (1-\phi)^{5/2} (U_jU_j)^{3/2}/d_k$ [16] и зависит от распределения скорости и характеристик слоя катализатора. Скорость потока жидкости

в слое катализатора уменьшается с ростом радиальной координаты. Как видно из рис. 6a, кинетическая энергия турбулентности k также начинает снижаться по толщине слоя катализатора с ростом радиальной координаты; в кольцевом канале происходит дальнейшее уменьшение величины k.

Таким образом, в слое катализатора $CF-\pi$ конфигурации радиального реактора имеют место высокие уровни кинетической энергии турбулентности k, порожденные взаимодействием потока жидкости с пористой средой.

Распределение кинетической энергии турбулентности в конфигурации СР- π радиального реактора приведено на рис. 6b. Как отмечалось, в кольцевом канале скорости осредненного движения значительно ниже. Это оказывает влияние на поле кинетической энергии турбулентности. На границе раздела сред (кольцевой канал-пористая среда) происходит генерация кинетической энергии турбулентности k, которая является определяющей в распределении этой величины в слое катализатора и центральной трубе (рис. 6b).

На рис. 7 приведены результаты расчетов скорости диссипации кинетической энергии турбулентности ε в CF- π и CP- π конфигурациях радиального реактора. Как видно из рисунка, изолинии скорости диссипации кинетической энергии турбулентности ε подобны изолиниям кинетической энергии турбулентности k. Причем в слое катализатора CF- π конфигурации скорости диссипации кинетической энергии турбулентности ε намного превосходят их значения в CP- π конфигурации радиального реактора.

Жапбасбаев У.К., Рамазанова Г.И., Кенжалиев О.Б.



Рис. 7. Поля скорости диссипации кинетической энергии турбулентности при Re = 283250. Конфигурации CF- π , (*a*), CP- π (*b*).

Расчетные данные показывают, что в соответствии с выражением генерации скорости диссипации кинетической энергии турбулентности $G_{\varepsilon} = 411 \phi^{5/2} (1-\phi)^4 (U_j U_j)^2 / d_k$ [16] высокие значения ε наблюдаются в слое катализатора.

Поля вихревой вязкости, найденные по k- ε модели турбулентности, представлены на рис. 8. В CF- π конфигурации вихревая вязкость имеет высокие значения по сравнению со значениями в CP- π конфигурации. Из рисунка видно, что в большей части обеих



Рис. 8. Поля вихревой вязкости в расчетной области при Re = 283250. Конфигурации CF- π , (*a*), CP- π (*b*).





Конфигурации CF- π , (*a*), CP- π (*b*).

конфигураций по высоте слоя катализатора вихревая вязкость имеет одинаковые значения.

На рис. 9–11 приведены рассчитанные распределения изолиний вектора скорости, кинетической энергии турбулентности и скорости ее диссипации в CF- π и CP- π конфигурациях радиального реактора при Re = 566 500.

Увеличение числа Рейнольдса с 283250 до 566500 вызывает повышение гидродинамической неравномерности потока в слое катализатора. В СГ-*π* конфигурации



Рис. 10. Поля кинетической энергии турбулентности при Re = 566500. Конфигурации CF- π , (*a*), CP- π (*b*).

Жапбасбаев У.К., Рамазанова Г.И., Кенжалиев О.Б.



Рис. 11. Поля скорости диссипации кинетической энергии турбулентности при Re = 566500. Конфигурации CF- π , (*a*), CP- π (*b*).

распределение потока приводит к возрастанию радиальной скорости перетока от 0,0818 до 0,0987 м/с, т.е. степень неравномерности потока по высоте слоя катализатора составляет $n = v_{\text{max}} / v_{\text{min}} \sim 1,207$. В СР- π конфигурации степень неравномерности потока по высоте слоя катализатора повышается до n = 1,53. Повышение гидродинамической неравномерности потока в слое катализатора при Re = 566500 объясняется ростом неравномерности перепада давления через слой катализатора и распределением потоков в центральной трубе и кольцевом канале.

Поля кинетической энергии турбулентности (рис. 10) и скорости диссипации кинетической энергии турбулентности (рис. 11) имеют практически такие же структуры, как в случае Re = 283250. Это соответствует известному факту подобия турбулентных характеристик по числу Рейнольдса.

Заключение

Приводятся результаты численных расчетов турбулентного потока в конфигурациях CF- π и CP- π радиального реактора. На границах раздела свободная часть–слой катализатора использовались условия непрерывности компонентов вектора скорости, давления, кинетической энергии турбулентности и скорости ее диссипации.

Расчетные данные по осредненным и турбулентным характеристикам потока получены при Re = 283250, 566500. Поля вектора скорости, кинетической энергии турбулентности, скорости ее диссипации и вихревой вязкости определяют детальную структуру потока в центральной трубе, слое катализатора и кольцевом канале. Расчетные данные по турбулентным характеристикам показывают генерацию кинетической энергии турбулентности и скорости ее диссипации в слое катализатора. В конфигурации CP- π распределение потока по высоте слоя катализатора происходит неравномерно по сравнению с CF- π конфигурацией радиального реактора. Это объясняется ростом неравномерности перепада давления через слой катализатора и вызвано распределением потоков в центральной трубе и кольцевом канале.

Расчетные данные, полученные при Re = 566500, показывают рост неравномерности распределения потока по высоте слоя катализатора в конфигурациях CF- π и CP- π радиального реактора. Поля кинетической энергии турбулентности и скорости ее диссипации выражают подобие турбулентных характеристик по числу Рейнольдса.

Список литертатуры

- Кирьянов Д.И., Смоликов М.Д., Пашков В.В., Проскура А.Г., Затолокина Е.В., Удрас И.Е., Белый А.С. Современное состояние процесса каталитического риформинга бензиновых фракций. Опыт производства и промышленной эксплуатации катализаторов риформинга серии ПР // Российский химический журнал. 2007. Т. LI, № 4. С. 60–68.
- 2. Genkin V.S., Dil'man V.V., Sergeev S.P. The distribution of a gas stream over the height of a catalyst bed in a radial contact apparatus // Int. Chem. Eng. 1973. Vol. 13. P. 24–28.
- Mu Z., Wang J., Wang T., Jin Y. Optimum design of radial flow moving-bed reactors based on a mathematical hydrodynamic model // Chem. Eng. and Process. 2003. Vol. 42, No. 5. P. 409–417.
- Bolton G.T., Hooper C.W., Mann R., Stitt E.H. Flow distribution and velocity measurement in a radial flow fixed bed reactor using electrical resistance tomography // Chem. Eng. Sci. 2004. Vol. 59, No. 10. P. 1989–1997.
- Kareeri A., Zughbi H.D., Al-Ali H.H. Simulation of flow in a radial flow fixed bed reactor (RFBR) // Ind. Eng. Chem. Res. 2006. Vol. 45, No. 8. P. 2862–2874.
- Zhang X.J., Lu J.L., Qiu L.M., Zhand X.B., Wang X.L. A mathematical model for designing optimal shape for the cone used in z-flow type radial flow adsorbers // Chinese J. of Chem. Eng. 2013. Vol. 21, No. 5. P. 494–499.
- 7. Ochoa-Tapia J.A., Whitaker S. Momentum transfer at the boundary between a porous medium and a homogeneous fluid I: theoretical development // Int. J. Heat and Mass Transfer. 1995. Vol. 38, No. 14. P. 2635–2646.
- Ochoa-Tapia J.A., Whitaker S. Momentum transfer at the boundary between a porous medium and a homogeneous fluid II: comparison with experiment // Int. J. Heat and Mass Transfer. 1995. Vol. 38, No. 14. P. 2647–2655.
- Beckermann C., Viskanta R., Ramadhyani S. Natural convection in vertical enclosures containing simultaneously fluid and porous layers // J. Fluid Mech. 1988. Vol. 186. P. 257–284.
- 10. Гольдштик М.А. Процессы переноса в зернистом слое. Новосибирск: ИТФ, 1984. 163 с.
- Chan H.C., Huang W.C., Leu J.M., Lai C.J. Macroscopic modeling of turbulent flow over a porous medium // Int. J. Heat and Fluid Flow. 2007. Vol. 28, No. 5. P. 1157–1166.
- Masuoka T., Takatsu Y. Turbulence model for flow through porous media // Int. J. Heat and Mass Transfer. 1996. Vol. 39, No. 13. P. 2803–2809.
- **13. Getachew D., Minkowycz W.J., Lage J.L.** A modified form of the k- ϵ model for turbulent flow of an incompressible fluid in porous media // Int. J. Heat and Mass Transfer. 2000. Vol. 43, No. 16. P. 2909–2915.
- Pedras M.H.J., de Lemos M.J.S. Macroscopic turbulence modeling for incompressible flow through undeformable porous media // Int. J. Heat and Mass Transfer. 2001. Vol. 44, No. 6. P. 1081–1093.
- 15. De Lemos M. S. J. Turbulence in porous media: modeling and applications. Amsterdam : Elsevier, 2012. 371 p.
- Nakayama A., Kuwahara F. A macroscopic turbulence model for flow in a porous medium // J. Fluids Eng. 1999. Vol. 121, No. 2. P. 427–433.
- Nakayama A., Kuwahara F. A general macroscopic turbulence model for flows in packed beds, channels, pipes and rod bundles // J. Fluids Eng. 2008. Vol. 130, No. 10. P. 1–7.
- Vafai K., Khanafer K., Minkowycz W.J., Bejan A. Synthesis of models for turbulent transport through porous media // Handbook of Numerical Heat Transfer. N.Y.: Wiley, 2005. P. 389–414.
- Guo B., Yu A., Wright B., Zulli P. Simulation of turbulent flow in a packed bed // Chem. Eng. Technol. 2006. Vol. 29, No. 19. P. 596–603.
- 20. Afandizadeh E.A. Foumeny design of packed bed reactors: guides to catalyst shape, size, and loading selection // Appl. Thermal Engeneering. 2001. Vol. 21, No. 6. P. 669–682.
- Launder B.E., Sharma B.I. Application of the energy dissipation model of turbulence to the calculation of flow near a spinning disk // Lett. Heat and Mass Transfer. 1974. Vol. 3. P. 269–289.
- 22. Slattaery J.C. Advanced transport phenomena. cambridge: Cambridge University Press, 1999. 709 p.
- Launder B.E., Spalding D.B. The numerical computation of turbulent flows // Comput. Methods in Appl. Mechanics Engrg. 1974. Vol. 3, No. 2. P. 269–289.
- 24. Pope S.P. Turbulent flows. Cambridge: Cambridge University Press, 2005. 771 p.
- 25. Бэтчелор Дж. Введение в динамику жидкости: пер. с англ. М.: Мир, 1973. 778 с.
- 26. Госмен А.Д., Пан В.И., Ранчел А.К., Сполдинг Д.В., Вольфштейн М. Численные методы течений вязкой жидкости: пер. с англ. М.: Мир, 1972. 320 с.
- 27. Роуч П. Вычислительная гидродинамика: пер. с англ. М.: Мир, 1980. 616 с.
- 28. Chung T.J. Computational fluid dynamics. Cambridge: Cambridge University Press, 2002. 520 p.
- **29. Kuznetsov G.V., Sheremet M.A.** Numerical simulation of turbulent natural convection in a rectangular enclosure having finite thickness walls // Int. J. Heat and Mass. Transfer. 2010. Vol. 53, No. 1–3. P. 163–177.
- 30. Самарский А.А. Теория разностных схем. Москва: Наука, 1977. 653 с.

Статья поступила в редакцию 11 марта 2014 г., после переработки — 3 июля 2014 г.