УДК 662.215

А. А. Борисов, П. А. Куйбин, В. Л. Окулов

К ВОПРОСУ О ГОРЕНИИ ГАЗА В ЗАКРУЧЕННОМ ПОТОКЕ

Во многих промышленных аппаратах для сжигания газа используются устройства с интенсивной закруткой потока — вихревые топки, циклонные камеры и т. п. Закрутка потока приводит к довольно сложной топологии течения, которое в свою очередь формирует необычную структуру пламени. Используемые до настоящего времени простейшие модели вихревых течений не описывали существенные особенности закрученных потоков, в частности возникновение интенсивного противотока вблизи оси закрутки. Устранить данный пробел и построить модель горения в кинематической постановке позволяет недавно полученное авторами решение задачи о спиральном вихре в трубе [1].

Рассмотрим горение закрученного потока газа в цилиндрической трубе. Считаем движение установившимся, а горение происходящим на фронте пламени, который надо определить. Задачу решаем в постановке, аналогичной работе [2], где предполагается, что пламя распространяется, не меняя свойства газа, а его фронт движется относительно газа по нормали к своей поверхности с определенной скоростью u_n.

В отличие от осесимметричного профиля скорости, заданного в [2], рассмотрим поле скоростей, соответствующее закрученному течению в трубе радиуса R с циркуляцией Γ и расходом Q. Как показано в [1], такое течение определяется вихревой структурой винтовой формы с шагом $h = 2\pi l$ по оси Oz, направленной вдоль трубы по потоку, с ядром конечного радиуса ε, центр которого отстоит от оси трубы на расстоянии a. Скорость $\vec{w}$ в цилиндрических координатах (ρ, φ, z) запишется в виде

$$\vec{w}(\rho, \varphi, z) = \frac{1}{\pi\varepsilon^2}\int_0^{\varepsilon}\int_0^{2\pi}\vec{v}(\rho, \varphi, z;\ \rho', \varphi', z')\, r\, dr\, d\theta, \qquad (1)$$

где интегрирование производится по кругу радиуса ε с центром в точке $\rho' = a$, $\varphi' = \varphi_0$, $z = 0$, причем локальные координаты r, θ связаны с переменными θ', φ', z' соотношениями

$$\rho' \cos(\varphi' - \varphi_0) = a + r\cos\theta,$$

$$\rho' \sin(\varphi' - \varphi_0) = r\sin(\theta)\, l/\sqrt{a^2 + l^2},$$

$$z' = -r\sin(\theta)\, a/\sqrt{a^2 + l^2}.$$

Вектор $\vec{v} = (v_\rho, v_\varphi, v_z)$ определяет поле скорости от бесконечно тонкой вихревой нити винтовой формы [1]

$$v_\rho = -\frac{\Gamma a}{\pi l^2}\sum_{m=1}^{\infty} m \begin{Bmatrix} I'_m(m\rho/l)\, Z'_m(ma/l) \\ I'_m(ma/l)\, Z'_m(m\rho/l) \end{Bmatrix} \sin m(\chi - \chi_0),$$

$$v_\varphi = \frac{\Gamma}{2\pi\rho}\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \frac{\Gamma a}{\pi\rho l}\sum_{m=1}^{\infty} \begin{Bmatrix} I_m(m\rho/l)\, Z'_m(ma/l) \\ I'_m(ma/l)\, Z_m(m\rho/l) \end{Bmatrix} \cos m(\chi - \chi_0),$$

$$v_z = -v_\varphi \rho/l + \beta\Gamma/2\pi l,$$

где $Z_m(x) = K_m(x) - K_m(mR/l)/I_m(mR/l)\, I_m(x)$; $I_m(x)$ и $K_m(x)$ — модифицированные цилиндрические функции; β — константа интегрирования, определяемая расходом Q; верхняя строка в фигурных скобках соответствует случаю $\rho \leqslant a$, а нижняя — $\rho > a$.

Ограничимся рассмотрением случая $a = 0$. Осуществив предельный переход в (1) получим

$$w_\rho = 0,$$

$$w_\varphi = \frac{\Gamma}{2\pi\rho}\begin{cases}\rho^2/\varepsilon^2, & \rho \leqslant \varepsilon,\\ 1, & \rho > \varepsilon,\end{cases} \tag{2}$$

$$w_z = \frac{\Gamma}{2\pi l}\begin{cases}\beta - \rho^2/\varepsilon^2, & \rho \leqslant \varepsilon,\\ \beta - 1, & \rho > \varepsilon,\end{cases} \tag{3}$$

где $\beta = 1 - (\varepsilon^2/2 - 2Ql/\Gamma)/R^2$. Заметим, что при $l \to \infty$ полученное решение в точности совпадает с вихрем Рэнкина. Формулы (2), (3) при конечных значениях l более точно описывают реальное поле скоростей закрученного течения в трубе. В частности, из (3) видно, что при $\Gamma < 0$ и $Q/\Gamma > (\varepsilon^2/2 - R^2)/2l$ в приосевой зоне трубы возникает противоток.

Для распределения скорости (2), (3) получим форму поверхности пламени $\chi(r, t)$, которую считаем осесимметричной, поскольку компоненты скорости потока зависят только от радиальной координаты. Исходя из кинематического правила сложения скоростей и принципа Гюйгенса для эволюции фронта пламени, уравнение изменения поверхности запишем в виде

$$\frac{d\chi}{dt} = w_z(r) + u_n\sqrt{1 + \left(\frac{\partial\chi}{\partial r}\right)^2}.$$

Здесь не учтена скорость w_φ, так как конвективный перенос пламени в трансверсальном направлении не меняет его форму.

При установившемся горении форма поверхности неизменна, т. е. $\chi = at + f(r)$. Далее, следуя работе [2], запишем уравнение, интегрированием которого определяется форма поверхности пламени:

$$\frac{df}{dr} = \pm\sqrt{\left(\frac{w_{\max} - w_z(r)}{u_n} + 1\right)^2 - 1}, \tag{4}$$

где $w_{\max}$ — максимальная скорость потока в направлении от продуктов к смеси. Для определенности рассмотрим случай $\Gamma < 0$. Из (3) получим $w_{\max} = \Gamma(\beta - 1)/2\pi l$. Знак радикала следует выбрать положительным из условия отсутствия выдающихся вперед угловых точек на фронте пламени. Решая уравнение (4) с учетом сказанного, получаем форму пламени, которая представляет собой осесимметричную воронкообразную структуру. Наиболее выдающаяся вперед часть пламени имеет форму кольца, расположенного у стенок трубы. Глубина воронки H пропорциональна размеру ядра вихря ε и зависит от комплекса $k = |\Gamma|/lu_n$. В частности, при $k \gg 1$ (при большой величине закрутки потока) $H \approx \varepsilon k/3\pi$, а при $k \ll 1$ $H \approx \sqrt{\pi k}\varepsilon/4$. Скорость сгорания смеси $U = Fu_n$, определяемая через площадь поверхности пламени F, может быть вычислена аналитически:

$$U = \pi R^2 u_n - \Gamma\varepsilon^2/4l.$$

С увеличением закрутки увеличивается и скорость сгорания смеси.

Таким образом, решена задача о горении в закрученном потоке газа. Полученные результаты позволяют выбирать параметры для организации оптимального режима горения.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Борисов А. А., Куйбин П. А., Окулов В. Л.** Моделирование течения и конвективного энергоразделения в вихревых трубах // Сибирский физико-технический журнал.— 1993.— Вып. 1.— С. 30—38.
2. **Зельдович Я. Б.** К теории возникновения детонации в газах // ЖТФ.— 1947.— 17.— С. 3.

г. Новосибирск *Поступила в редакцию 9/III 1993*