

## **Моделирование возбуждения продольных структур в сверхзвуковом пограничном слое с диффузионным горением\***

**С.А. Гапонов**

*Институт теоретической и прикладной механики  
им. С.А. Христиановича СО РАН, Новосибирск*

E-mail: [gaponov@itam.nsc.ru](mailto:gaponov@itam.nsc.ru)

Впервые проведены модельные исследования возбуждения продольных структур в пограничном слое с горением. Моделирование невозмущенного течения в пограничном слое выполнено на основе локально автомодельных решений пограничного слоя, учитывающих наличие продольного градиента давления и источника тепла в пограничном слое с горением, согласующихся с численным моделированием. На основе полученного невозмущенного течения решена задача о взаимодействии внешней продольной завихренности с пограничным слоем в условиях воздушно-водородного пламени. Установлено, что в результате такого взаимодействия внутри пограничного слоя возникают интенсивные продольные структуры с неоднородностью скорости в боковом направлении, превышающие скорость внешней завихренности в несколько десятков раз. При этом максимальная амплитуда неоднородности по температуре много выше неоднородности по скорости.

**Ключевые слова:** сверхзвуковой пограничный слой, порождение, горение, продольные структуры.

### **Введение**

При низкой степени турбулентности во внешнем потоке ламинарно-турбулентный переход пограничного слоя (ПС) связан с потерей его устойчивости, когда малые возмущения, возникшие в результате внешнего нестационарного воздействия, экспоненциально нарастают вниз по течению. При достижении больших амплитуд происходит нелинейное взаимодействие, которое завершается переходом в турбулентное состояние. При высоких уровнях возмущений свободного потока в дозвуковом ПС возникают стационарные продольные структуры [1–8]. Во всех указанных работах отмечалось, что в результате взаимодействия внешней турбулентности с дозвуковым ПС на пластине в устойчивой относительно малых возмущений области профиль возмущений продольной скорости из низкочастотного диапазона имеет колоколообразный вид и консервативен относительно параметров возмущения [9].

---

\* Работа выполнена при поддержке гранта Российского научного фонда № 22-19-00666, <https://rscf.ru/en/project/22-19-00666/>.

Как низкочастотные волны [10], так и продольные структуры [11] в результате трехволнового взаимодействия приводят к экспоненциальному нарастанию высокочастотных колебаний с показателями степени, пропорциональными их амплитуде.

Теоретическому исследованию возникновения и свойств продольных структур в дозвуковом ПС посвящены работы [5, 12–18]. Подробный обзор работ по продольным структурам в дозвуковом пограничном слое приведен в [19].

Порождение продольных структур в сверхзвуковом ПС однокомпонентного газа рассматривалось как в работах автора настоящей статьи [20–23], так и в исследовании [24].

Исследования [24] основаны на теории [13], в соответствии с которой строятся решения в четырех областях обтекания пластины. Решения в каждой из областей течения описываются своими уравнениями, что обусловлено разными соотношениями между размерами толщины слоя и длины волны возмущения. Вблизи стенки уравнения сводятся к параболической системе. Одна из проблем такого подхода состоит в сшивке решений на границах областей. Преимущество данной теории заключается в определении физических процессов в каждой области. Однако ее реализация достаточно сложна.

В работах [20, 21, 23] во всей области пограничного слоя используются параболизированные уравнения устойчивости [25]. На больших расстояниях от передней кромки пластины решения, полученные двумя методами, мало отличаются между собой, что было проверено на примере дозвукового пограничного слоя в [23]. Отличие данных [21, 23 и 25] при числе Маха  $M = 3$  находится в пределах 10 %. Следует при этом иметь в виду, что параметры невозмущенного пограничного слоя в работе [24] были получены при степенной зависимости вязкости от температуры. Температура на внешней границе пограничного слоя  $T_e$  принималась равной 298 К (условие полета в атмосфере). В [21, 23] использовался закон Сазерленда, а температура на внешней границе составляла  $T_e = 310 \text{ К} / \sqrt{1 + 0,2M^2}$  (условие в аэродинамической трубе). С учетом отмеченного можно считать соответствие результатов работ [24] и [21, 23] удовлетворительным. Кроме того, во всех процитированных исследованиях установлено снижение эффективности порождения продольных структур с ростом числа Маха, по крайней мере, при  $M > 2$ .

В работе [24] обращалось внимание на тот факт, что наряду с наличием поперечной неоднородности скорости под влиянием внешней завихренности возникают температурные полосы. При достаточно высоких числах Маха амплитуда последних может превышать амплитуду скоростных полос. Там же отмечалось, что низкочастотную тепловую неоднородность следует учитывать при формулировке задачи о нелинейном развитии возмущений.

К сожалению, программы расчетов, основанные как на параболизированных уравнениях, так и на теоретических данных [13, 24], могут применяться только для автомодельных течений. Программирование расчетов на их основе в отсутствие автомодельности требует подробной информации о пограничном слое в каждом сечении и приближается к расчету прямым численным моделированием. С другой стороны, результаты исследований [20, 25] показали, что удовлетворительные результаты могут быть получены в локально непараллельном приближении, когда в линеаризованных уравнениях пренебрегается деформацией амплитуды возмущения от продольной координаты, но учитываются продольные градиенты параметров основного течения и нормальная скорость, что справедливо для продольных структур. Амплитуда продольной структуры будет зависеть от продольной координаты параметрически. В этом случае порождение интенсивных продольных структур можно объяснить квазирезонансным возбуждением [22]:

наиболее интенсивное их порождение имеет место при близости параметров продольной завихренности внешних возмущений и собственных стационарных возмущений задачи устойчивости.

В условиях диффузионного пламени в ПС наряду со скоростью и температурой необходимо учитывать и концентрации газов, участвующих в химических реакциях. В работах [26, 27] было показано, что при числах Льюиса, равных единице, приемлемые результаты по развитию возмущений в ПС с горением могут быть получены с учетом только распределений скорости, температуры и плотности смеси газов. При постоянной молекулярной массе смеси, что практически выполняется при сгорании углеводородных топлив в воздухе [28], задача сводится к исследованию развития возмущений в однокомпонентном газе с внутренним подогревом. Решение задачи об устойчивости ПС с внутренним подогревом представлено в публикации [29]. В результате были обнаружены стационарные собственные колебания, напоминающие продольные структуры, слабо затухающие в направлении основного течения.

В настоящей работе при исследовании задачи о возбуждении продольных структур в пограничном слое с горением параметры невозмущенного течения аппроксимируются решениями уравнений пограничного слоя с внешней силой и источником подвода тепла. Внешняя сила и подвод тепла подбирались такими, чтобы полученные на их основе скорость, температура, а также произведение плотности на завихренность (важный параметр теории невязкой устойчивости) с приемлемой точностью аппроксимировали соответствующие параметры, полученные на основе полных уравнений Навье – Стокса. Задача была решена в локально непараллельном приближении, когда в уравнениях устойчивости учитывались изменения стационарных параметров течения по продольной координате и нормальная к обтекаемой поверхности скорость.

### 1. Постановка задачи о развитии малых возмущений

В работах [26, 27] было показано, что в рамках теории Дана – Линя – Алексеева [30, 31], которая не учитывает члены порядка  $O(1/Re_\delta)$  при длинах волн возмущения одного порядка с толщиной пограничного слоя ( $Re_\delta$  — число Рейнольдса, построенное по толщине пограничного слоя), система уравнений устойчивости с горением сводится к системе 8-го порядка, как и в случае однокомпонентного газа. Единственное отличие этих уравнений состоит в том, что коэффициенты линейных уравнений устойчивости с горением зависят не только от температуры, но и от плотности, в силу того, что их произведение непостоянно по пограничному слою. Устойчивость в условиях непостоянства произведения плотности и температуры в приближении параллельного течения впервые была рассмотрена в работе [32] с учетом силы тяжести. Возможность приведения задачи устойчивости пограничного слоя в условиях диссоциации к аналогичной задаче однокомпонентного газа была продемонстрирована в исследовании [33].

Для расчетов амплитуд  $\tilde{\Psi}(Y)$  возмущений вида  $\Psi = \tilde{\Psi}(Y) \exp(i(\alpha x + \beta z - \omega t))$  (здесь  $x, Y, z$  — соответственно координаты в направлении основного течения, в нормальном к обтекаемой поверхности направлении и в боковом направлении,  $t$  — время), порожденных внешней завихренностью, воспользуемся уравнениями работ [20, 34], учитывающими непостоянство произведения плотности и температуры по пограничному слою:

$$\begin{aligned} \tilde{v}' = & -(g_m u / \rho) \tilde{\rho}' - (\rho' / \rho) \tilde{v} - (f_0 u' / \rho - i\alpha) \tilde{u} - \tilde{u}_w - i_c \tilde{r} / \rho^2 + \\ & + (f_2 \rho' / \rho) \tilde{T}' - (f_1 / \rho) \tilde{u}' + f_2 \tilde{T}', \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \tilde{p}' &= -(i_c + r_h u) \tilde{v} + i_x \tilde{\tau}_{12} + i_z \tilde{\tau}_{23} - 2\mu_r \tilde{u}'_w, \\
 \tilde{\tau}'_{12} &= i_x \tilde{p} + \rho u' \tilde{v} + (i_c + f_1 u') \tilde{u} + (f_2 u' / \rho) \tilde{r} - \tilde{i}'_T + f_2 \tilde{u}', \\
 \tilde{\tau}'_{23} &= i_z \tilde{p} + (i_c - \mu_a + u \partial) \tilde{w} - i_z \mu_r \tilde{u}'_w + f_2 \tilde{w}', \\
 \tilde{u}' &= -i_x \tilde{v} - u' \mu'_T \tilde{T} + \tilde{\tau}_{12} / \mu_r, \quad \tilde{\tau}'_{23} = i_z \tilde{p} + (i_c - \mu_a) \tilde{w} - i_z \mu_r \tilde{u}'_w + f_2 \tilde{w}', \\
 \tilde{w}' &= -i_z \tilde{v} + \tilde{\tau}_{23} / \mu_r, \\
 \tilde{q}' &= (i \omega R / \rho) \tilde{p} + \rho H' \tilde{v} + (i_c u + f_1 H' + f_2 u') \tilde{u} + (i_c - \mu_a / \text{Pr}) \tilde{h} + \\
 &\quad + f_2 H' \tilde{r} - u'_T \tilde{i}' + f_2 u \tilde{u}' + f_2 \tilde{h}', \\
 \tilde{h}' &= -\text{Pr} u' \tilde{u} - h' \mu'_T \tilde{T} + \text{Pr} (\tilde{q} - u \tilde{\tau}_{12}) / \mu_R,
 \end{aligned} \tag{1}$$

здесь  $\tilde{p}$ ,  $\tilde{v}$ ,  $\tilde{u}$ ,  $\tilde{w}$ ,  $\tilde{h}$ ,  $\tilde{\tau}_{12}$ ,  $\tilde{\tau}_{23}$ ,  $\tilde{q}$  — амплитуды возмущений давления, нормальной, продольной и боковой скоростей; энтальпии, двух членов тензора напряжений:  $\tau_{12} = \mu(\partial v / \partial x + \partial u / \partial y)$ ,  $\tau_{23} = \mu(\partial v / \partial z + \partial w / \partial y)$  и теплового потока. Координаты  $x$ ,  $y$ ,  $z$  приведены к безразмерному виду с помощью единичного числа Рейнольдса  $\text{Re}_1 = u_e / \nu_e$ , а время отнесено к  $u_e^2 / \nu_e$ , где  $u_e$  и  $\nu_e$  — скорость и кинематическая вязкость на границе слоя. Штрих означает дифференцирование по координате  $\eta$  ( $d\eta = \rho dy / \text{Re}$ ), где  $\text{Re} = \sqrt{x}$ . Прочие параметры течения отнесены к своим значениям на внешней границе пограничного слоя. Ниже приведены значения других величин, входящих в систему (1):

$$\begin{aligned}
 \tilde{u}'_w &= i_x \tilde{u} + i_z \tilde{w}, \quad \tilde{i}'_T = i_x \mu_r \tilde{u}'_w + \mu_a \tilde{u}, \quad \mu_a = (i_x^2 + i_z^2) \mu_r, \quad \mu_r = \mu \rho / \text{Re}, \quad i_c = \text{Re} u_c = i \text{Re} (u \alpha - \omega), \\
 \tilde{r} &= \tilde{p} / \rho = g_m \tilde{p} - \rho \tilde{T}, \quad i_x = i \alpha \text{Re} / \rho, \quad i_z = i \beta \text{Re} / \rho, \quad \mu_T = d \ln \mu / dT, \\
 r_h &= \text{Re} h_1 = f_0 u' - f_1 \rho' / \rho, \quad f_0 = -f_1 / u, \quad f_2 = f_1 u, \quad g_m = \gamma M^2,
 \end{aligned}$$

где  $\gamma$  — показатель адиабаты.

В присутствии внешних стационарных возмущений типа  $\tilde{a}_0 \exp[(i(\alpha x + ky + \beta z))]$  граничные условия принимают вид:

$$\tilde{v}(0) = \tilde{u}(0) = \tilde{w}(0) = \tilde{h}(0) = 0; \quad \mathbf{Z}(\infty) = \mathbf{Z}_e(\alpha, k, \beta). \tag{2}$$

Параметры невозмущенного пограничного слоя можно взять из работы [27], где они были получены путем прямого численного моделирования. Однако их непосредственное использование нуждается в разработке специальной программы расчета взаимодействия внешних возмущений с пограничным слоем. Для параметров невозмущенных течений однокомпонентного газа около плоской пластины, полученных на основе локально автомодельных решений уравнений пограничного слоя, в исследовании [34] была представлена программа по взаимодействию пограничного слоя с внешней акустикой. В переработанном виде она использовалась в работах [20, 23] в задачах взаимодействия гидродинамических и вихревых возмущений с пограничным слоем. Аппроксимация параметров основного течения, полученных путем прямого численного моделирования, в настоящей работе проводится с использованием локально автомодельных решений пограничного слоя.

## 2. Аппроксимация параметров невозмущенного течения

В силу того, что устойчивость пограничного слоя с горением в приближении параллельного течения зависит в основном от распределения по пограничному слою

продольной скорости, плотности и температуры, для ее исследований достаточно использовать любую аппроксимацию упомянутых параметров прямого численного моделирования. В данном случае для аппроксимации продольной скорости, плотности и температуры будем, как и в работе [23], использовать локально автомодельные уравнения пограничного слоя с внутренним подогревом за счет горения:

$$\frac{d}{d\eta} \left( C \frac{d^2\Phi}{d\eta^2} \right) + \frac{\Phi}{2} \frac{d^2\Phi}{d\eta^2} = F, \quad (3)$$

$$\frac{d}{d\eta} \left( \frac{C}{Pr} \frac{dg}{d\eta} \right) + \frac{\Phi}{2} \frac{dg}{d\eta} = \frac{u_e^2}{I_e} \frac{d}{d\eta} \left[ \left( \frac{1}{Pr} - 1 \right) D \frac{d\Phi}{d\eta} \frac{d^2\Phi}{d\eta^2} \right] + Q,$$

с граничными условиями

$$\Phi = \Phi_0, \quad \frac{d\Phi}{d\eta} = u = 0, \quad T = T_w \quad \text{при } \eta = 0; \quad u \rightarrow 1, \quad g \rightarrow 1 \quad \text{при } \eta \rightarrow \infty, \quad (4)$$

здесь  $C = \rho\mu$ ,  $\mu = T^{3/2}(1+T_s)/(T+T_s)$ ,  $T_s = 110/T_e$ ,  $d\eta = \rho dy/\sqrt{x}$ . Функция  $F$  отражает факт наличия продольного градиента давления в ПС с горением [35], а  $Q$  характеризует выделение тепла. Обе эти функции и плотность  $\rho$  подбираются таким образом, чтобы распределения скорости, температуры и важного параметра невязкой устойчивости  $K = \rho(du/dY)$ , где  $Y = y/\sqrt{x}$ , с удовлетворительной точностью аппроксимировали результаты прямого численного моделирования.

В качестве одного из примеров можно рассмотреть аппроксимацию параметров течения в ПС в условиях водородно-воздушного пламени [27, 36] на расстоянии от передней кромки пористой пластины  $x^* = 0,3$  м. Нормальная инжекция водорода через пористую пластину составляла  $0,01$  кг/(м<sup>2</sup>·с), число Маха  $M = 2$ , температура торможения набегающего потока  $T_0 = 300$  К, температура вдуваемого водорода  $T_{H_2} = 600$  К, единичное число Рейнольдса, рассчитанное по параметрам набегающего потока, составляло  $Re_{1\infty} = 5,8 \cdot 10^6$ . При аппроксимации результатов численного моделирования использовались следующие значения:  $\Phi_0 = 0,46$ ,  $F = -0,02(1/\rho - u^2)(1 - 1,215u)$ ,  $Q = -26,5(1 - u) \exp(-160(u - 0,84)^2)$ ,  $\rho T = 0,1 + 0,9u^{3,5}$ .

На рис. 1 приведены для сопоставления результаты произведения плотности и температуры прямого численного моделирования (сплошная линия) и аппроксимации  $\rho T(u)$ , имеющие вид:  $\rho T = 0,1 + 0,9 u^{3,5}$  (символы). В силу того, что течение в условиях горения не является автомодельным, толщина слоя при прямом численном моделировании немного превышала толщину, соответствующую задаче (3)–(4) при  $Re_1 = Re_{1\infty}$ . Поэтому в настоящих расчетах значение  $Re_1$  выбиралось таким, чтобы положение максимумов функций  $K(Y)$  и  $K_1(Y_1)$ , где  $Y = \sqrt{x^* Re_{1\infty}}$ ,  $Y_1 = \sqrt{x^* Re_1}$ , совпадали. На расстоянии от передней кромки  $0,3$  м удовлетворительное

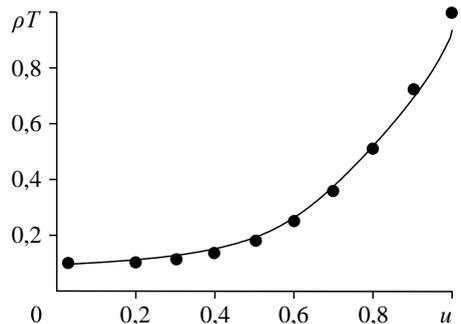


Рис. 1. Зависимость плотности от скорости при  $x^* = 0,3$  м.

Линия — данные численного моделирования, символы — результаты аппроксимации  $\rho T = 0,1 + 0,9u^{3,5}$ .

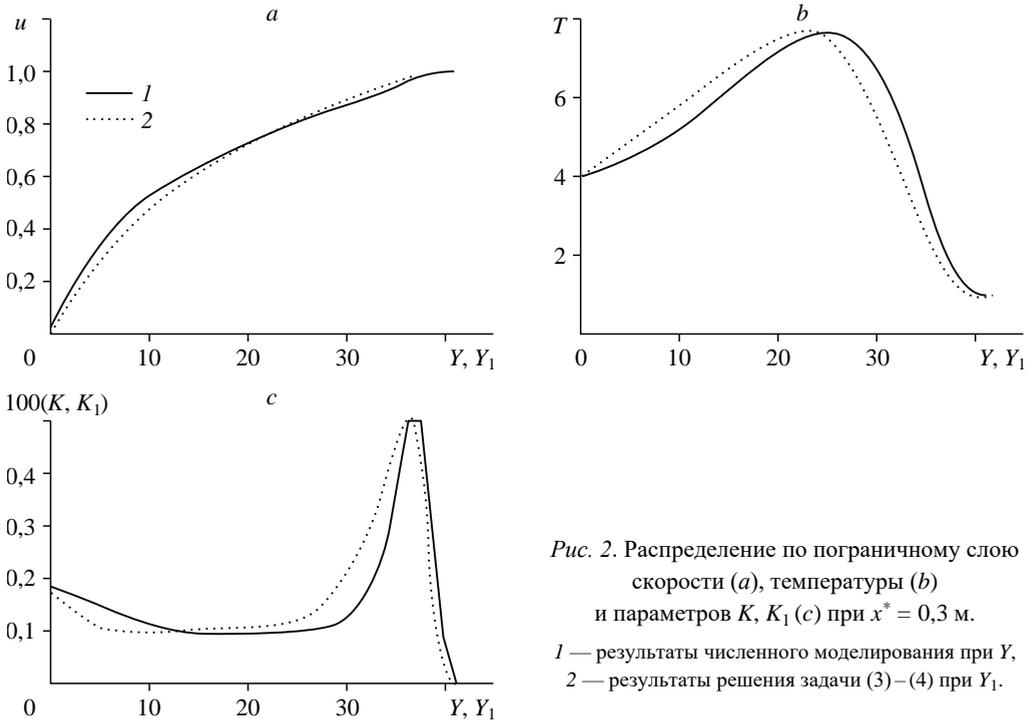


Рис. 2. Распределение по пограничному слою скорости (а), температуры (b) и параметров  $K, K_1$  (с) при  $x^* = 0,3$  м.  
 1 — результаты численного моделирования при  $Y$ ,  
 2 — результаты решения задачи (3)–(4) при  $Y_1$ .

соответствие результатов численного моделирования и задачи (3)–(4) достигалось при  $Re_1 = 1,2Re_{1\infty} \approx 7 \cdot 10^6/\text{м}$ .

На рис. 2а–2с приведены для сопоставления соответственно распределения скоростей, температур и параметров  $K = \rho(du/dY)$ ,  $K_1 = \rho(du/dY_1)$  по пограничному слою, полученных путем численного моделирования [32] и на основе локально автомодельного решения.

В другом случае проводились такие же расчеты, как в предыдущем примере, для параметров течения на расстоянии  $x^* = 0,2$  м от передней кромки пластины при тех же значениях  $\Phi_0, T_0, T_{H_2}$  и  $Re_{1\infty}$ . При аппроксимации использовались значения:  $Re_1 \approx 7,7 \cdot 10^6/\text{м}$ ,  $\rho T = 0,11 + 0,99u^{1,7}$ ,  $F = -0,0084(1/\rho - u^2)(1 - 2,1u)$ ,  $Q = -12(1-u) \exp(-160(u - 0,74)^2)$ . Сопоставление расчетов при  $x^* = 0,2$  м показано на рис. 3.

Правомерность предложенного метода аппроксимации параметров невозмущенного течения, описанного в данном разделе, проверялась исследованиями устойчивости невозмущенного течения, полученного в рамках локально автомодельного приближения (задача (3)–(4)), и путем численного моделирования [27].

На рис. 4а и 4б представлены размерные степени усиления  $\alpha_i$  в зависимости от частоты соответственно при  $x^* = 0,3$  м и  $x^* = 0,2$  м. Кривые 1 получены в приближении Дана–Линя с учетом возмущений молекулярной массы смеси газов [27] и параметров невозмущенного течения, рассчитанных путем численного моделирования. Кривые 2, 3 соответствуют задаче устойчивости локально автомодельного решения и получены с учетом непараллельности ( $f_1 \neq 0$  в системе (1)) (2) и в приближении параллельного течения ( $f_1 = 0$  в системе (1)) (3). Видно, что, по крайней мере качественно, полученные на основе разных методов результаты согласуются между собой. В количественном отношении их расхождение при  $x^* = 0,3$  м составляет не более 20 % и при  $x^* = 0,2$  м — менее 12 %, что связано с существенным увеличением степеней роста при  $x^* = 0,2$  м.

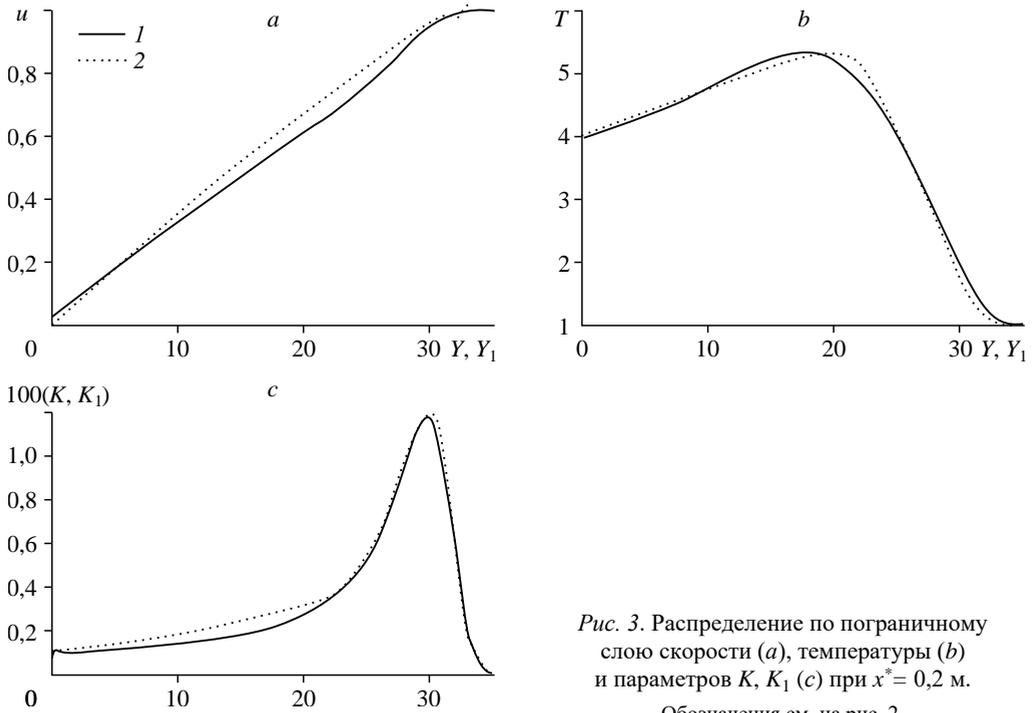


Рис. 3. Распределение по пограничному слою скорости (а), температуры (b) и параметров  $K, K_1$  (с) при  $x^* = 0,2$  м. Обозначения см. на рис. 2.

В области низких частот их значения практически совпадают. Последнее обстоятельство особенно важно для задач о взаимодействии стационарной внешней завихренности с ПС.

### 3. Возбуждение продольных структур внешней завихренностью

Продольные структуры слабо зависят от продольной координаты, поэтому  $\alpha_r \approx 0$ . На границе слоя вектор возмущений, соответствующий продольной завихренности, как и в работе [23], можно принять равным  $\mathbf{Z}_e \approx (0, -i\beta, 0, ik, 0, 0, -k^2 + \beta^2, 0) / \sqrt{(k^2 + \beta^2)}$ , что означает нормировку безразмерных возмущений системы (1) на скорость во внешней

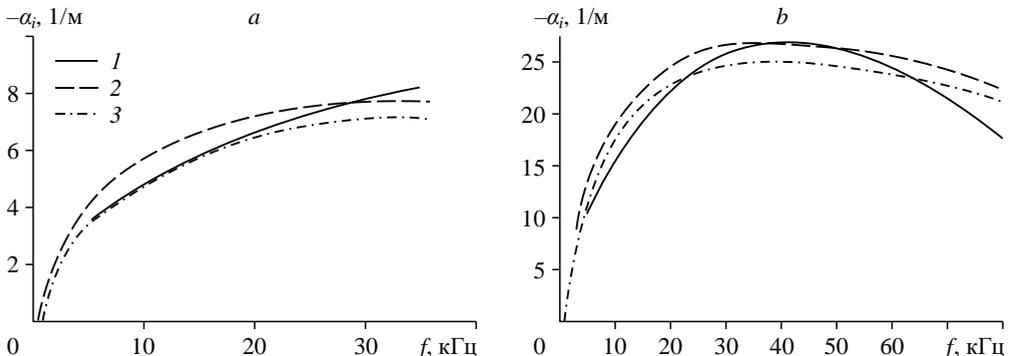


Рис. 4. Зависимость степеней роста возмущений разных моделей от частоты при  $x^* = 0,3$  м (а) и  $x^* = 0,2$  м (b).

1 — приближение Дана–Линя с учетом возмущений молекулярной массы смеси [24]: численное моделирование невозмущенного течения;  
 2 и 3 — данные, соответствующие задаче устойчивости локально автомодельного невозмущенного течения с учетом непараллельности и в приближении параллельного течения.

завихренности. Следуя данным [20], четыре вектора на границе слоя, образовавшихся в результате взаимодействия внешней завихренности с пограничным слоем, при  $k = \beta$  и малости  $\alpha$  можно взять в виде:  $\mathbf{Z}_{1e} = (0, -1, 0, 0, 0, 1, -i\beta, 1)$ ,  $\mathbf{Z}_{2e} = (0, -i\beta, 0, -i\beta, 0, 0, 0, 0)$ ,  $\mathbf{Z}_{3e} = (0, -1, 0, 0, 0, 0, -i\beta, -1/\gamma_{ml})$ ,  $\mathbf{Z}_{4e} = (0, -\beta, 0, i\beta, 0, 0, -2i\beta^2, 0)$ , где  $\gamma_{ml} = (\gamma - 1)M^2$ ,  $\gamma$  — показатель адиабаты.

В силу того, что вниз по течению внешняя завихренность уменьшается пропорционально выражению  $\exp(-\alpha_i x) = \exp[-(k^2 + \beta^2)x]$  [23], ниже приводятся данные с учетом этого затухания при  $k = \beta$ . Безразмерное значение продольной координаты  $x = x^* \cdot \text{Re}_1$  равно  $1,4 \cdot 10^6$  при  $x^* = 0,2$  м и  $2,1 \cdot 10^6$  — при  $x^* = 0,3$  м.

На рис. 5 приведено распределение амплитуд возмущений  $Aq$  разных параметров: продольной ( $Au$ ), нормальной к пластине ( $Av$ ) и боковой ( $Aw$ ) скоростей, а также температуры ( $At$ ) и давления ( $Ap$ ) по пограничному слою. Внутри ПС (в области максимум  $Au$ ) амплитуда продольной скорости почти на два порядка больше амплитуд нормальной и боковой скоростей. Максимум амплитуды температуры примерно в 50 раз больше максимума амплитуды продольной скорости. При  $x^* = 0,2$  м аналогичное превышение достигает примерно 15 единиц. Такое превышение можно объяснить на примере невязких уравнений. Пренебрегая вязкостью и возмущениями давления, амплитуда которых составляет величины порядка  $10^{-4}$ , из третьего и седьмого уравнения системы (1) следует, что

$$i_c \tilde{u} + \rho u' \tilde{v} = 0, \quad i_c \tilde{T} + \rho T' \tilde{v} = 0.$$

Таким образом,  $|\tilde{T}| = |T' / u'| |\tilde{u}|$ . В результате анализа профилей скорости и температуры установлено, что для  $\eta = 2$  (примерное положение максимумов амплитуд продольной скорости и температуры)  $|T' / u'| > 60$  при  $x^* = 0,3$  м и около 30 при  $x^* = 0,2$  м. С учетом дополнительных членов системы (1) отношение максимальной амплитуды температуры к максимальной амплитуде скорости хотя и снижается, но остается большим.

Зависимости максимальных амплитуд продольной скорости от волнового числа показаны на рис. 6. Видно, что наибольшие амплитуды скорости в продольной структуре возбуждаются завихренностью с волновыми числами  $\beta = 0,6 \cdot 10^{-4}$  в сечении  $x^* = 0,3$  м и  $\beta = 0,7 \cdot 10^{-4}$  в сечении  $x^* = 0,2$  м. Это соответствует длинам волн  $\lambda^* = 2\pi / (\beta \text{Re}_1)$ ,

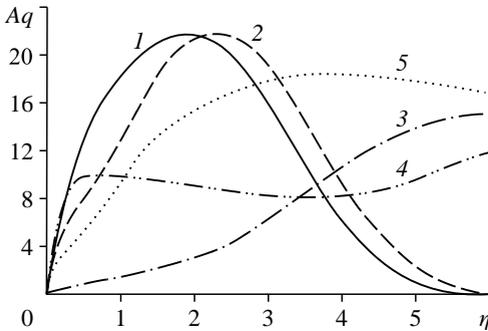


Рис. 5. Распределение амплитуд параметров продольной структуры по пограничному слою при  $x^* = 0,3$  м,  $\beta = 0,6 \cdot 10^{-4}$ .

1 —  $Au$ , 2 —  $At/50$ , 3 —  $5Av$ , 4 —  $40Aw$ , 5 —  $10^5 Ap$ .

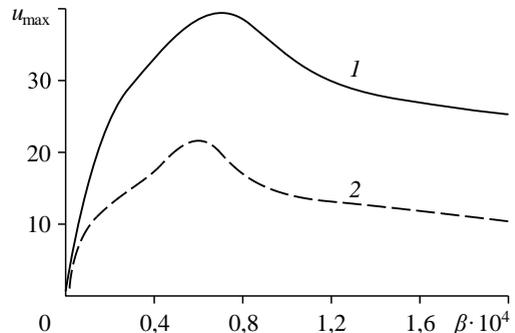


Рис. 6. Зависимость максимума амплитуды скорости в продольной структуре от волнового числа продольной структуры.

1 —  $x^* = 0,2$  м, 2 —  $x^* = 0,3$  м.

примерно равным 0,015 м при  $x^* = 0,3$  м и 0,012 м при  $x^* = 0,2$  м. Максимальная амплитуда скорости внутри слоя больше скорости во внешней завихренности при  $x^* = 0,3$  м примерно в 20 раз, а при  $x^* = 0,2$  м — почти в 40 раз.

### Заключение

В рамках линейной локально непараллельной теории [25], учитывающей зависимость основного течения от продольной координаты и нормальную компоненту скорости, установлено, что под влиянием внешних вихревых возмущений внутри пограничного слоя с горением возникают продольные структуры большой амплитуды. Например, неоднородность скорости в боковом направлении превышает неоднородность скорости во внешней завихренности в несколько десятков раз. Температурная неоднородность в слое может превышать неоднородность по скорости более чем на порядок (в 50 раз при  $x^* = 0,3$  м и примерно в 15 раз при  $x^* = 0,2$  м). Согласно теории трехволнового взаимодействия [11], стационарная структура может выступать в качестве волны накачки в нестационарные волны. Поэтому большие амплитуды параметров стационарной структуры могут привести к интенсивному нарастанию нестационарных волн и более раннему ламинарно-турбулентному переходу.

### Список литературы

1. Dryden H.L. Air flow in the boundary layer near a plate // *NACA Tech. Rep.* 562. 1937. 26 p.
2. Klebanoff P.S., Tidstrom K.D. Evolution of amplified waves leading to transition in a boundary layer with zero pressure gradient // *Nat. Aero. and Space Adm. Tech. Note D-195.* 1959. 67 p.
3. Bradshaw P. The effect of wind-tunnel screens on nominally two-dimensional boundary layers // *J. Fluid Mech.* 1965. Vol. 22, No. 4. P. 679–687.
4. Klebanoff P.S. Effect of free stream turbulence on a laminar boundary layer // *Bull. Am. Phys. Soc.* 1971. Vol. 16. P. 203–216.
5. Гуляев А.Н., Козлов В.Е., Кузнецов В.Р., Минеев Б.И., Секундов А.Н. Взаимодействие ламинарного пограничного слоя с внешней турбулентностью // *Изв. АН СССР. МЖГ.* 1989. № 5. С. 55–65.
6. Kendall J.M. Boundary-layer receptivity to freestream turbulence // *AIAA Paper.* 1990. No. 90-1504.
7. Matsubara M., Alfredsson P.H. Disturbance growth in boundary layers subjected to free-stream turbulence // *J. Fluid Mech.* 2001. Vol. 430. P. 149–168.
8. Westin K.J.A., Boiko A.V., Kozlov V.V., Klingmann G.B., Alfredsson P.H. Experiments in a boundary layer subjected to free stream turbulence. Pt 1. Boundary layer structure and receptivity // *J. Fluid Mech.* 1994. Vol. 281. P. 193–218.
9. Косорыгин В.С., Поляков Н.Ф., Супрун Т.Т., Эпик Э.Я. Развитие возмущений в ламинарном пограничном слое пластины при повышенной турбулентности внешнего потока // *Неустойчивость дозвуковых и сверхзвуковых потоков.* 1982. С. 85–92.
10. Гапонов С.А., Масленикова И.И., Тюшин В.Ю. Нелинейное влияние внешней низкочастотной акустики на собственные колебания сверхзвукового пограничного слоя // *Прикл. механика и техн. физика.* 1999. Т. 40, № 5. С. 99–107.
11. Gaponov S.A., Smorodsky B.V., Terekhova N.M. Influence of streamwise structures on the development of traveling waves // *AIP Conference Proceedings: Actual Problems of Continuum Mechanics: Experiment, Theory, and Applications (Novosibirsk, 20–24 Sept. 2021).* 2023. Vol. 2504, No. 1. P. 030078-1–030078-12.
12. Crow S.C. The spanwise perturbation of two-dimensional boundary layers // *J. Fluid Mech.* 1966. Vol. 24, No. 1. P. 153–104.
13. Leib J.S., Wundrow D.W., Goldstein M.E. Effect of free-stream turbulence and other vertical disturbances on a laminar boundary layer // *J. Fluid Mech.* 1999. Vol. 380. P. 169–203.
14. Устинов М.В. Восприимчивость пограничного слоя на плоской пластине к турбулентности набегающего потока // *Изв. РАН. МЖГ.* 2003. Т. 38, № 3. С. 56–68.
15. Zaki T.A., Durbin P.A. Mode interaction and the bypass route to transition // *J. Fluid Mech.* 2005 Vol. 531. P. 85–111.
16. Ricco P. The pre-transitional Klebanoff modes and other boundary-layer disturbances induced by small-wavelength free-stream vorticity // *J. Fluid Mech.* 2009. Vol. 638. P. 267–303.

17. **Johnson M.W.** Bypass transition receptivity modes // Intern. J. Heat and Fluid Flow. 2011. Vol. 32, No. 2. P. 392–401.
18. **Luchini P.** Reynolds-number-independent instability of the boundary layer over a flat surface: optimal perturbations // J. Fluid Mech. 2000. Vol. 404. P. 289–309.
19. **Бойко А.В., Грек Г.Р., Довгаль А.В., Козлов В.В.** Физические механизмы перехода к турбулентности в открытых течениях. НИЦ «РХД», 2006. 304 с.
20. **Гапонов С.А., Юдин А.В.** Взаимодействие гидродинамических внешних возмущений пограничным слоем // Прикл. механика и техн. физика. 2002. Т. 43, № 1. С. 100–107.
21. **Gaponov S.A.** Interaction of external vortical and thermal disturbances with boundary layer // Intern. J. Mechanics. 2007. Vol. 1, No. 1. P. 15–20.
22. **Gaponov S.A.** Quasi-resonance excitation of stationary disturbances in compressible boundary layers // Intern. J. Mechanics. 2017. Vol. 11. P. 120–127.
23. **Гапонов С.А.** Возбуждение продольных структур внешними вихревыми и тепловыми волнами // Прикл. механика и техн. физика. 2023. Т. 64, № 6. С. 97–108.
24. **Rizzo P., Wu X.** Response of a compressible laminar boundary layer to freestream vortical disturbances // J. Fluid Mech. 2007. Vol. 587. P. 97–138.
25. **Петров Г.В.** Новая параболизированная система уравнений устойчивости сжимаемого пограничного слоя // Прикл. механика и техн. физика. 2000. № 1. С. 63–69.
26. **Гапонов С.А.** Приближенная формулировка проблемы устойчивости пограничного слоя с диффузионным горением // Физика горения и взрыва. 2023. Т. 59, № 2. С. 101–110.
27. **Гапонов С.А., Морозов С.О., Семенов А.Н.** Ламинарный сверхзвуковой пограничный слой в условиях диффузионного водородно-воздушного пламени и его устойчивость // Теплофизика и аэромеханика. 2023. Т. 30, № 6. С. 1159–1175.
28. **Лукашов В.В., Терехов В.В., Терехов В.И.** Пристенные течения химически реагирующих веществ. Обзор современного состояния проблемы // Физика горения и взрыва. 2015. Т. 51, № 2. С. 23–36.
29. **Гапонов С.А.** Устойчивость сверхзвукового пограничного слоя при подводе тепла в его узкую полосу // Теплофизика и аэромеханика. 2021. Т. 28, № 3. С. 351–360.
30. **Dunn D.W., Lin C.C.** On the stability of the laminar boundary layer in a compressible fluid // J. Aeronaut. Sci. 1955. Vol. 22, No 7. P. 455–477.
31. **Алексеев М.А.** Об асимптотических приближениях в задаче устойчивости ламинарного пограничного слоя при сверхзвуковых скоростях // Тр. ЦАГИ. 1972. Вып. 1420. 28 с.
32. **Lees L., Lin C.C.** Investigation of the stability of the laminar boundary layer in a compressible fluid // NASA TN. 1946. No. 1115. 83 p.
33. **Петров Г.В.** Устойчивость пограничного слоя неравновесно диссоциирующего газа: дис. канд. физ.-мат. наук. Новосибирск, ИТПМ СО АН СССР, 1980. 129 с.
34. **Петров Г.В.** Реакция сверхзвукового пограничного слоя на акустическое воздействие // Теплофизика и аэромеханика. 2001. Т. 8, № 1. С. 77–86.
35. **Hirano T., Kanno Y.** Aerodynamic and thermal structures of the laminar boundary layer over a flat plate with a diffusion flame // Proc. Fourteenth Symp. (Intern.) on Combust. 1973. P. 391–398.
36. **Lysenko V.I., Gaponov S.A., Smorodsky B.V., Semenov A.N., Morozov S.O., Starov A.V.** Influence of distributed hydrogen injection and combustion on supersonic boundary layer stability and transition // Physics of Fluids. 2023. Vol. 35, No. 9. P. 094103-1–094103-17.

*Статья поступила в редакцию 12 августа 2024 г.,  
принята к публикации 8 ноября 2024 г.*