

## ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЭНТРОПИЙНЫХ И АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН ПРИ ТОРЦЕВОМ ГОРЕНИИ В КАМЕРЕ С ИСТЕЧЕНИЕМ

В. Н. Бухаров, Л. К. Гусаченко  
(Новосибирск)

Энтропийные волны, возникающие при нестационарном горении топлива, изучались теоретически и экспериментально [1—4]. Суть явления такова: при переменном давлении  $p$  в камере с истечением горящую поверхность топлива покидают порции газа с различной энтропией  $S$ . В самом деле, на поверхности горения отклонение энтропии идеального газа

$$\delta S/c_v = \delta p/p - \gamma \delta \rho/\rho = (1 - \gamma) \delta p/p + \gamma \delta (RT)/RT$$

( $\rho$ ,  $T$ ,  $p$ ,  $\gamma$  — плотность, температура, газовая постоянная, показатель адиабаты) отлично от нуля при колебаниях давления  $\delta p = \delta p(t) \neq 0$  даже для топлива с неизменной температурой продуктов сгорания. В случае же значительного изменения температуры продуктов в процессе горения, как, например, в опытах [5, 6], возмущение энтропии может быть довольно существенным. Таким образом, при колебаниях давления от поверхности горящего топлива будут отходить со скоростью потока продуктов сгорания энтропийные волны, постепенно затухающие за счет диссипации.

Пусть плоская поверхность твердого топлива горит при малых колебаниях давления в камере типа реактора идеального вытеснения. Если образующиеся при этом энтропийные волны не затухают полностью на длине камеры, то, доходя до выхода, они меняют пропускную способность сопла за счет зависимости расхода от температуры. Эффект влияния на общие характеристики процесса (декремент затухания колебаний, границу устойчивости) зависит от того, в какой фазе приходят к выходу энтропийные волны. Оказывается, эта фаза очень чувствительна к малым возмущениям среднего по камере числа Маха  $M$ .

Действительно, пусть температурная волна (рис. 1) движется со скоростью потока газа  $u$ , а для давления реализуются стоячие волны с пучностями в начале  $x = 0$  и в конце  $x = L$  камеры и с частотой продольных колебаний  $\omega = n\pi c/L$  ( $c$  — скорость звука,  $n$  — номер моды (целое число)). Температурное возмущение, возникнув в момент  $t = 0$  на торцевой поверхности  $x = 0$ , придет к выходу из камеры с той же фазой колебаний  $\varphi_T$  в момент времени  $t = L/u$ . К этому времени фаза  $\varphi_p$  колебаний давления на поверхности горения (как и отличающаяся от нее на  $\pi$  фаза колебаний давления в конце камеры  $x = L$ ) изменится на  $\omega t$ . Следовательно, при  $x = L$

$$\Delta\varphi = \varphi_p - \varphi_T \approx \text{const} + \omega t = \text{const} + (n\pi c/L)L/u, \quad (1)$$

$$\delta(\Delta\varphi) = -(n\pi/M)\delta M/M.$$

В частности, при  $n = 1$ ,  $M = 0,005$  флуктуация  $\delta M/M \approx 0,005$ , которую вполне может породить неоднородность топлива, вызовет изменение сдвига фаз  $\delta(\Delta\varphi)$  у выхода из камеры на величину  $\pi$ . При этом эффект взаимодействия энтропийной и акустической волн заменится на противоположный.

Затухание температурной волны приближенно описывается уравнением теплопроводности

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \kappa \frac{\partial^2 T}{\partial x_1^2}$$

в системе, связанной с движущимся газом ( $x_1 = x - ut$ ). Полагая  $\Delta T/T \approx \sim f(t) \sin(\omega x_1/u + \text{const})$ , получим  $f(t) \sim \exp(-\kappa \omega^2 t/u^2)$ . Таким образом,

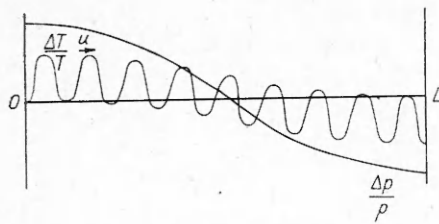


Рис. 1. Температурная волна в акустическом поле в момент времени, соответствующий максимуму давления в начале камеры.

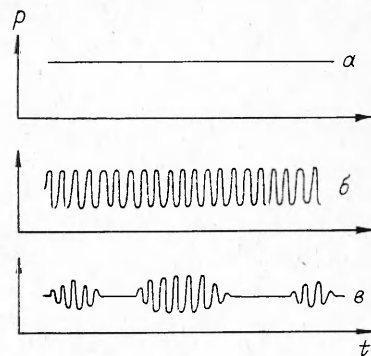


Рис. 2. Режимы работы камеры.

а) устойчивый; б) постоянно неустойчивый; в) с перемежающейся неустойчивостью. Амплитуды колебаний давления ограничены в силу нелинейности реального процесса.

на длине камеры  $L$  затухание температурной волны составит

$$\left(\frac{\Delta T}{T}\right)_L / \left(\frac{\Delta T}{T}\right)_0 = \exp\left(-\kappa \frac{(n\pi)^2}{LcM^3}\right). \quad (2)$$

Математически процесс нестационарного одномерного адиабатического течения газа без учета диссипации описывается уравнениями

$$\rho \frac{du}{dt} + \frac{\partial p}{\partial x} = 0, \quad \frac{dp}{dt} + \rho \frac{\partial u}{\partial x} = 0, \quad \frac{dS}{dt} = 0, \quad \bar{p} = \rho RT, \quad \frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x}. \quad (3)$$

Постановка задачи аналогична [2].

В качестве граничного условия на выходе при сверхзвуковом истечении используем

$$x = L, \quad \rho u \sim p / \sqrt{RT}. \quad (4)$$

У поверхности горения предполагаем выполнение следующих соотношений между малыми возмущениями  $\rho u$ ,  $RT$ ,  $p$ :

$$x = 0, \quad \frac{\delta(\rho u)}{\rho u} / \frac{\delta p}{p} = f_1(\omega), \quad \frac{\delta(RT)}{RT} / \frac{\delta p}{p} = f_2(\omega), \quad (5)$$

$f_1$ ,  $f_2$  — известные для данного топлива функции.

Линеаризуя систему (3) — (5) в окрестности стационарного решения  $p = \text{const}$ ,  $u = \text{const}$ ,  $RT = \text{const}$  и полагая, что все возмущения зависят от времени как  $\exp(i\omega t)$  (где  $\omega = \omega_1 + i\omega_2$ ,  $\omega_2$  — декремент затухания), получим условие разрешимости системы

$$\begin{aligned} & \left(f_1 + f_2 - 1 + \frac{1}{M\gamma}\right) \left[ \left(1 - \gamma + \frac{2}{M}\right) \exp\left(\frac{-i\Omega}{1-M}\right) - (\gamma f_2 + 1 - \gamma) \exp\left(\frac{-i\Omega}{M}\right) \right] = \\ & = \left(f_1 + f_2 - 1 - \frac{1}{M\gamma}\right) \left[ \left(1 - \gamma - \frac{2}{M}\right) \exp\left(\frac{i\Omega}{1-M}\right) - (\gamma f_2 + 1 - \gamma) \exp\left(\frac{-i\Omega}{M}\right) \right], \end{aligned} \quad (6)$$

где  $M = u/c$ ;  $c^2 = \gamma RT$ ;  $\Omega = \Omega_1 + i\Omega_2 = \omega L/c$ .

Выделяя в (6) вещественную и мнимую части и упрощая их при  $M \ll 1$ ,  $n \neq 0$ , получим выражение для частоты собственных колебаний  $\Omega_1 = n\pi$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) и уравнение для декремента затухания

$$\begin{aligned} \frac{\Omega_2}{M\gamma} - \frac{\gamma - 1}{2\gamma} + 1 - \text{Re}(f_1) - \text{Re}(f_2) + \frac{(-i)^n e^{\Omega_2/M}}{2} \left[ \left(\text{Re}(f_2) - \frac{\gamma - 1}{\gamma}\right) \cos \frac{n\pi}{M} + \right. \\ \left. + \text{Im}(f_2) \cdot \sin \frac{n\pi}{M} \right]. \end{aligned} \quad (7)$$

$\text{Re}$ ,  $\text{Im}$  обозначают действительную и мнимую части. В частности, при  $\Omega_2 = 0$  соотношение (7) имеет смысл условия на границе устойчивости  $n$ -й продольной моды колебаний. Обсуждавшаяся выше чувствительность

процесса к малым возмущениям среднего по камере числа Маха математически выражена присутствием в (7) членов, содержащих  $\sin(n\pi/M)$ ,  $\cos(n\pi/M)$ . В эксперименте можно ожидать, что измеренная величина  $\omega_2$  будет иметь разброс от опыта к опыту или в зависимости от времени процесса даже в течение одного опыта. Уравнение для границ разброса получим, придавая в (7) максимальное и минимальное значения квадратной скобке при изменении в широких пределах аргумента входящих в нее тригонометрических функций:

$$\frac{\Omega_2}{M\gamma} = \frac{\gamma-1}{2\gamma} + 1 - \operatorname{Re}(f_1) - \operatorname{Re}(f_2) \pm \frac{e^{\Omega_2/M}}{2} \sqrt{\left(\operatorname{Re}(f_2) - \frac{\gamma-1}{\gamma}\right)^2 + \operatorname{Im}^2(f_2)}. \quad (8)$$

Квадратный корень в (8) имеет смысл амплитуды колебаний энтропии  $\delta S/(\delta p/p) \cdot c_p$  у выхода из камеры. Аналогично получим при  $\Omega_2 = 0$  разброс границ устойчивости колебаний

$$\frac{\gamma-1}{2\gamma} + 1 - \operatorname{Re}(f_1) - \operatorname{Re}(f_2) \pm \frac{1}{2} \sqrt{\left(\operatorname{Re}(f_2) - \frac{\gamma-1}{\gamma}\right)^2 + \operatorname{Im}^2(f_2)} = 0. \quad (9)$$

Минус соответствует границе режимов *a*, *в*, плюс — границе режимов *б*, *в* на рис. 2.

Учитывая затухание энтропийной волны за счет теплопроводности, согласно (2) и (8), имеем

$$\frac{\Omega_2}{M\gamma} - \frac{\gamma-1}{2\gamma} + 1 - \operatorname{Re}(f_1) - \operatorname{Re}(f_2) \pm 0,5 \sqrt{\left(\operatorname{Re}(f_2) - \frac{\gamma-1}{\gamma}\right)^2 + \operatorname{Im}^2(f_2)} \times \\ \times \exp\left(\frac{\Omega_2}{M} - \frac{\kappa n^2 \nu^2}{LcM^3}\right). \quad (10)$$

Для оценки эффекта разброса примем  $\kappa = 0,1$  см<sup>2</sup>/с,  $c = 10^5$  см/с,  $L = 100$  см,  $M = 0,007$ , так что относительное затухание энтропийной волны на длине камеры составит, согласно (2), 0,75. Далее, для функции  $f_2$  отклика температуры примем значение, полученное в [6] на модельном составе:  $\operatorname{Im}(f_2) \approx 0$ ,  $\operatorname{Re}(f_2) \approx 1/3$ . Значение  $f_1$  в [6] не приводится. Полагая  $\gamma = 1,2$ ,  $\Omega_2 = 0$ , оценим по (10), при каком  $f_1 = [\delta(\rho u)/\rho u]/(\delta p/p)$  достигалась бы граница устойчивости торцевого горения такого состава в камере с истечением. Знаку плюс в (10) соответствует  $\operatorname{Re}(f_1) = 0,812$ , знаку минус —  $\operatorname{Re}(f_1) = 0,687$ . Оценим теперь, каким может быть разброс декремента затухания в устойчивой области, если взять  $\operatorname{Re}(f_1) \approx 0,4$ , типичное для гетерогенных составов при низких частотах. При этом (10) принимает вид

$$\Omega_2/M = 0,42 \pm 0,075 \exp(\Omega_2/M).$$

Плюс соответствует  $\Omega_2/M \approx 0,55$  (меньшее из двух возможных, поскольку нас интересуют наиболее «живучие» решения), минус —  $\Omega_2/M \approx 0,32$ .

Таким образом, вызванный взаимодействием акустических и энтропийных волн разброс границ устойчивости и величин декремента затухания может быть существенным, и его следует учитывать.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Раушенбах Б. В. Вибрационное горение. — М.: Физматгиз, 1961.
2. Гликман Б. Ф., Лосенков А. С. ФГВ, 1986, 22, 6, 117.
3. Крир Г., Саммерфилд М., Матес Г и др. РТК, 1969, 7, 11, 40.
4. Новиков С. С., Рязанцев Ю. С. ПМТФ, 1961, 6, 73.
5. Байер А. Д., Райан Н. В., Шульц Е. Б. РТК, 1971, 9, 5, 126.
6. Илюхин В. С., Марголин А. Д., Сверчков Е. Е. — В кн.: Химическая физика процессов горения и взрыва. Горение конденсированных систем. — Черногоровка, 1977.

Поступила в редакцию 26/III 1987,  
после доработки — 24/VI 1987