

некоторой конечной области, примыкающей к поверхности сферы. Об интенсивности вихря можно судить по поведению w_1^* , w_2^* на фиг. 2. Общая картина течения такова, как будто внешним потоком обтекается некоторое эффективное тело (показано жирной кривой).

В заключение отметим, что сила Σ_z , приводящая шар в движение с поступательной скоростью u_0 , примерно в $(a/\delta)^2$ раз больше силы Стокса $\mathcal{F} = 6\pi\eta a u_0$.

Действительно, согласно (4.9), (5.1),

$$\mathcal{F}/\Sigma_z \approx (3/4)\delta^2/a^2.$$

Различие между этими силами вызвано различием в картинах обтекания в рассматриваемом случае и в случае стоковского обтекания.

Поступила 22 XI 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. Яковлев В. И. Вихревые течения в несжимаемой проводящей вязкой жидкости, возникающие под действием переменного электромагнитного поля.— ПМТФ, 1976, № 5.
2. Меркулов В. И. Движение сферы в проводящей жидкости под действием скрещенных электрического и магнитного полей.— «Магнитн. гидродинамика», 1973, № 1.
3. Лаврентьев М. А., Шабат Б. В. Методы теории функций комплексного переменного. М., Физматгиз, 1958.

УДК 532.516

АНАЛИЗ ВЕТВЛЕНИЯ СПИРАЛЬНОГО ТЕЧЕНИЯ МЕЖДУ СООСНЫМИ ЦИЛИНДРАМИ

Т. А. Лисейкина

(Новосибирск)

Исследование в линейном приближении устойчивости спирального течения вязкой несжимаемой жидкости между двумя соосными цилиндрами, вызванное осевым градиентом давления и вращением внутреннего цилиндра, показывает, что в зависимости от соотношения определяющих параметров Re , T наблюдается несколько режимов течения [1]. Качественно общая картина устойчивости подтверждается экспериментально [2].

Характер потери устойчивости предельных случаев спирального течения различен. В одном случае, когда отсутствует осевой градиент давления, при определенной скорости вращения внутреннего цилиндра при малой надкритичности круговое течение Куэтта теряет устойчивость и мягко возбуждается вторичное стационарное течение — устойчивые вихри Тэйлора [3]. В другом предельном случае, когда внутренний цилиндр покоится, а осевой градиент давления отличен от нуля, характер потери устойчивости основного течения существенно зависит от волнового числа α возмущений [4].

Для α , близких к критическому α_* , а также для всех α на верхней ветви нейтральной кривой при малой докритичности существует автоколебательный неустойчивый режим, сливающийся с течением Пуазейля

при критическом значении числа Рейнольдса. При малой сверхкритичности в окрестности течения Пуазейля автоколебаний не существует.

На нижней ветви нейтральной кривой, начиная с некоторого α , когда Re переходит через критическое значение, возникает устойчивый автоколебательный режим.

Представляет интерес исследование характера потери устойчивости спирального течения в широком диапазоне изменения чисел Рейнольдса, Тэйлора, ширины зазора между цилиндрами.

За масштаб длины принимается ширина зазора между цилиндрами, ξ — безразмерный радиус внутреннего цилиндра. В качестве масштаба скорости выбирается величина осевой компоненты, осредненной по поперечному сечению канала.

Безразмерная величина азимутальной скорости на поверхности внутреннего цилиндра v характеризует кинематику основного течения. Число Рейнольдса построено по выбранным масштабам длины и скорости, а число Тэйлора, выраженное через выбранные безразмерные параметры, имеет вид $\sqrt{T} = 4\beta Re$, где $\beta = 0,25\sqrt{2/(1+2\xi)} \cdot v$ — безразмерный параметр, не зависящий от вязкости.

Автоколебательное решение, следуя [4], ищем в виде

$$\begin{aligned} v_r' &= (1/Re) w_r(r, \varphi, z), v_\varphi' = (1/Re) w_\varphi(r, \varphi, z) + v_0(r), \\ v_z' &= (1/Re) w_z(r, \varphi, z) + u_0(r), p' = (1/Re) p(r, \varphi, z) + p_0(r), \end{aligned}$$

где $z = z' - ct$; $v_0(r)$, $u_0(r)$, $p_0(r)$ — решение невозмущенной стационарной задачи.

В безразмерных переменных задача о вычислении волновых возмущений спирального течения $v(0, v_0, u_0)$ с компонентами скорости

$$u_0 = Ar^2 - B \ln r + C, v_0 = E/r - Dr$$

представляет собой нелинейную задачу на собственные значения фазовой скорости волн c

$$\begin{aligned} (1) \quad & \frac{\partial w_r}{\partial r} + \frac{\partial w_z}{\partial z} + \frac{\partial w_\varphi}{i\varphi} = 0, \\ & a \frac{\partial w_r}{\partial z} + w_r \frac{\partial w_r}{\partial r} + \frac{Re v_0 + w_\varphi}{r} \frac{\partial w_r}{\partial \varphi} - \frac{2Re v_0 + w_\varphi}{r} w_\varphi = -Re \frac{\partial p}{\partial r} + \\ & + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial w_r}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w_r}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 w_r}{\partial z^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial w_\varphi}{\partial \varphi}, \\ & a \frac{\partial w_\varphi}{\partial z} + w_r \frac{\partial w_\varphi}{\partial r} + \frac{Re v_0 + w_\varphi}{r} \frac{\partial w_\varphi}{\partial \varphi} + \left[Re \left(\frac{v_0}{r} + v_0 \right) + \frac{w_\varphi}{r} \right] w_r = -Re \frac{\partial p}{\partial \varphi} + \\ & + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial w_\varphi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w_\varphi}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 w_\varphi}{\partial z^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial w_r}{\partial \varphi}, \\ & a \frac{\partial w_z}{\partial z} + w_r \frac{\partial w_z}{\partial r} + \frac{Re v_0 + w_\varphi}{r} \frac{\partial w_z}{\partial \varphi} + Re w_0 w_r = -Re \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial^2 w_z}{\partial r^2} + \\ & + \frac{1}{r} \frac{\partial w_z}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w_z}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 w_z}{\partial z^2}, \\ & w_r = w_\varphi = w_z = 0 \text{ при } r = \xi, r = 1 + \xi, \\ & a = Re(u_0 - c) + w_z. \end{aligned}$$

Требуется отыскать ненулевое решение, обладающее вдоль оси z заданным

периодом $2\pi/\alpha$, где α — волновое число. Решение ищется в форме рядов

$$(2) \quad \begin{aligned} \text{Re} &= \text{Re}_* + \varepsilon^2, & w_r &= \sum_{k=1}^{\infty} \varepsilon^k w_{rk}, \\ w_\varphi &= \sum_{k=1}^{\infty} \varepsilon^k w_{\varphi k}, & p &= \sum_{k=1}^{\infty} \varepsilon^k p_k, \\ \text{Re } c &= \text{Re}_* \sum_{k=0}^{\infty} \varepsilon^k c_k, & w_z &= \sum_{k=1}^{\infty} \varepsilon^k w_{zk}, \end{aligned}$$

где Re_* — критическое значение числа Рейнольдса по линейной теории. Подставляя (2) в (1) и приравнявая коэффициенты при одинаковых степенях ε , получим для определения w_{rk} , $w_{\varphi k}$, w_{zk} , p_k , c_k бесконечную последовательность систем уравнений.

При $k = 1$ система уравнений однородна и ее решение имеет вид

$$w_1 = \gamma (w_0 e^{i(\alpha z + m\varphi)} + \bar{w}_0 e^{-i(\alpha z + m\varphi)}), \quad p_1 = \gamma (q_1 e^{i(\alpha z + m\varphi)} + \bar{q}_1 e^{-i(\alpha z + m\varphi)}),$$

где $w_0 (w_{0r}, w_{0\varphi}, w_{0z})$, q_1 — решение линейной задачи [1]; m — азимутальное волновое число. При $k = 2$ член в разложении (2) для компонент возмущений скорости и давления имеет вид

$$\begin{aligned} w_{2r} &= \gamma^2 [u_r + u_{1r} e^{2i(\alpha z + m\varphi)} + \bar{u}_{1r} e^{-2i(\alpha z + m\varphi)}], \\ w_{2\varphi} &= \gamma^2 [u_\varphi + u_{1\varphi} e^{2i(\alpha z + m\varphi)} + \bar{u}_{1\varphi} e^{-2i(\alpha z + m\varphi)}], \\ w_{2z} &= \gamma^2 [u_z + u_{1z} e^{2i(\alpha z + m\varphi)} + \bar{u}_{1z} e^{-2i(\alpha z + m\varphi)}], \\ p_2 &= \gamma^2 [q + q_2 e^{2i(\alpha z + m\varphi)} + \bar{q}_2 e^{-2i(\alpha z + m\varphi)}]. \end{aligned}$$

Функции $u(u_r, u_\varphi, u_z)$, q удовлетворяют следующей системе уравнений:

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{r} (ru_r)'\right)' + \frac{2 \text{Re } v_0}{r} u_\varphi - \text{Re } q' &= f_1, \\ \left(\frac{1}{r} (ru_\varphi)'\right)' - \text{Re} \left(\frac{v_0}{r} + v_0'\right) u_r &= f_2, \\ u_z'' + \frac{u_z'}{r} - \text{Re } u_0' u_r &= f_3, \quad (ru_r)' = 0 \end{aligned}$$

с граничными условиями $u_r = u_\varphi = u_z = 0$ при $r = \xi$, $r = 1 + \xi$, где

$$\begin{aligned} f_1 &= i\alpha (\bar{w}_{0z} w_{0r} - w_{0z} \bar{w}_{0r}) + w_{0r} \bar{w}'_{0r} + \bar{w}_{0r} w'_{0r} + \frac{im}{r} (\bar{w}_{0\varphi} w_{0r} - w_{0\varphi} \bar{w}_{0r}); \\ f_2 &= i\alpha (\bar{w}_{0z} w_{0\varphi} - w_{0z} \bar{w}_{0\varphi}) + w_{0r} \bar{w}'_{0\varphi} + \bar{w}_{0r} w'_{0\varphi} + \frac{1}{r} (w_{0\varphi} \bar{w}'_{0r} + \bar{w}_{0\varphi} w'_{0r}); \\ f_3 &= \frac{im}{r} (\bar{w}_{0\varphi} w_{0z} - w_{0\varphi} \bar{w}_{0z}) + w_{0r} \bar{w}'_{0z} + \bar{w}_{0r} w'_{0z}. \end{aligned}$$

Для определения функций $u_1(u_{1r}, u_{1\varphi}, u_{1z})$, q_2 имеем систему

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{r} (ru_{1r})'\right)' - nu_{1r} + \mu u_{1\varphi} - \text{Re } q_2' &= f_1, \\ \left(\frac{1}{r} (ru_{1\varphi})'\right)' - nu_{1\varphi} - \sigma u_{1r} - \frac{2im}{r} \text{Re } q_2 &= f_2, \end{aligned}$$

$$u_{1z}'' + \frac{u_{1z}'}{r} - nu_{1z} - \operatorname{Re} u_0' u_{1r} - 2i\alpha \operatorname{Re} q_2 = f_3,$$

$$(ru_{1r})' + 2i\alpha ru_{1z} + 2imu_{1\varphi} = 0$$

с граничными условиями $u_{1r} = u_{1\varphi} = u_{1z} = 0$ при $r = \xi$, $r = \xi + 1$, где

$$f_1 = i \left(\alpha w_{0z} w_{0r} + \frac{m}{r} w_{0\varphi} w_{0r} \right) + w_{0r} w_{0r}' - \frac{w_{0\varphi}^2}{r^2};$$

$$f_2 = i \left(\alpha w_{0z} w_{0\varphi} + \frac{m}{r} w_{0\varphi}^2 \right) + \frac{w_{0\varphi} w_{0r}}{r} + w_{0r} w_{0\varphi}';$$

$$f_3 = i \left(\alpha w_{0z}^2 + \frac{m}{r} w_{0\varphi} w_{0z} \right) + w_{0r} w_{0z}';$$

$$n = 2 \left[i\alpha \operatorname{Re} (u_0 - c) + \frac{imw_0}{r} \operatorname{Re} + \frac{2m^2}{r^2} + 2\alpha^2 \right];$$

$$\mu = \frac{2 \operatorname{Re} v_0}{r} - \frac{4im}{r^2}; \quad \sigma = \operatorname{Re} \left(\frac{v_0}{r} + v_0' \right) - \frac{4im}{r^2}.$$

Условие разрешимости систем уравнений при $k > 1$ является равенство нулю c_k при нечетных k . В этом можно убедиться, поскольку условие разрешимости имеет вид

$$\int_0^{2\pi/\alpha} \int_0^{2\pi/m} \int_{\xi}^{\xi+1} f_k(r) \theta(r) e^{-i(\alpha z + m\varphi)r} dr dz d\varphi = 0,$$

где $f_k(r)$ — правые части системы уравнений. Значения $\theta(\theta_r, \theta_\varphi, \theta_z)$, p_c — решения сопряженной системы

$$\theta_r'' - \frac{\theta_r'}{r} - (rb + \operatorname{Re} u_0') \theta_r - \left[\operatorname{Re} \left(\frac{v_0}{r} + v_0' \right) - \frac{2im}{r^2} \right] \theta_\varphi + rp_c' = 0,$$

$$\theta_\varphi'' - \frac{\theta_\varphi'}{r} + \left(\frac{2 \operatorname{Re} v_0}{r} - \frac{2im}{r^2} \right) \theta_r - rb\theta_\varphi - imp_c = 0,$$

$$\theta_z'' - \frac{\theta_z'}{r} + \frac{\theta_z}{r^2} - \frac{b}{r} \theta_r - i\alpha rp_c = 0, \quad \theta_r' - \frac{im}{r} \theta_\varphi - i\alpha \theta_z = 0,$$

$$b = \frac{1}{r} \left[i\alpha \operatorname{Re} (u_0 - c) + \frac{m^2}{r^2} + \alpha^2 + \frac{im \operatorname{Re} v_0}{r} \right],$$

$$\theta_r = \theta_\varphi = \theta_z = 0 \quad \text{при } r = \xi, \quad r = \xi + 1.$$

Из системы уравнений при $k = 3$ следует, что $w_3(w_{3r}, w_{3\varphi}, w_{3z})$, p_3 будет суммой двух гармоник с волновыми числами α , m и 3α , $3m$. Условие разрешимости системы уравнений для амплитуды первой гармоники имеет вид

$$(3) \quad -c_2 \operatorname{Re} J_1 + \gamma^2 J_2 + f J_3 = 0,$$

$$J_1 = \int_{\xi}^{\xi+1} i\alpha (w_{0r} \theta_r + w_{0\varphi} \theta_\varphi + w_{0z} \theta_z) r dr,$$

$$J_2 = \int_{\xi}^{\xi+1} \left\{ i\alpha (2\bar{w}_{0z} u_{1r} + w_{0r} u_z - \bar{w}_{0r} u_{1z}) + \bar{w}_{0r} u_{1r} + \bar{w}_{0r} u_{1r}' + \right.$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{im}{r} (2w_{0\Phi}u_{1r} + w_{0r}u_{\Phi} - \bar{w}_{0r}u_{1\Phi}) - \frac{2}{r} (w_{0\Phi}u_{\Phi} + \bar{w}_{0\Phi}u_{1\Phi}) \Big] \theta_r + \\
& + \left[i\alpha (2\bar{w}_{0z}u_{1\Phi} + w_{0\Phi}u_z - \bar{w}_{0\Phi}u_{1z}) + w_{0r}u'_{\Phi} + \bar{w}_{0r}u'_{1\Phi} + \bar{w}'_{0\Phi}u_{1r} + \right. \\
& + \frac{im}{r} (2\bar{w}_{0\Phi}u_{1\Phi} + w_{0\Phi}u_{\Phi} - \bar{w}_{0\Phi}u_{1\Phi}) + \frac{1}{r} (w_{0\Phi}u_{1r} + w_{0r}u_{\Phi} + \bar{w}_{0r}u_{1\Phi}) \Big] \theta_{\Phi} + \\
& + \left[i\alpha (2\bar{w}_{0z}u_{1z} + w_{0z}u_z - \bar{w}_{0z}u_{1z}) + w_{0r}u'_z + \bar{w}_{0r}u'_{1z} + \bar{w}'_{0z}u_{1r} + \right. \\
& \quad \left. + \frac{im}{r} (2\bar{w}_{0\Phi}u_{1z} + w_{0z}u_{\Phi} - \bar{w}_{0z}u_{1\Phi}) \right] \theta_z \Big\} r dr, \\
J_3 = & \int_{\xi}^{\xi+1} \left\{ \left[i\alpha \left(u_0 + \frac{m}{\alpha r} v_0 \right) w_{0r} - \frac{2v_0}{r} w_{0\Phi} + q_1' \right] \theta_r + \left[i\alpha \left(u_0 + \frac{m}{\alpha r} v_0 \right) w_{0\Phi} + \right. \right. \\
& \left. \left. + \left(\frac{v_0}{r} + v_0' \right) w_{0r} + \frac{im}{r} q_1 \right] \theta_{\Phi} + \left[i\alpha \left(u_0 + \frac{m}{\alpha r} v_0 \right) w_{0z} + u_0' w_{0r} + i\alpha q_1 \right] \theta_z \right\} r dr.
\end{aligned}$$

Знак f выбирается из условия $\gamma^2 > 0$. Если постоянная γ^2 , определенная из (3), оказывается положительной, то из результатов [5] следует существование сверхкритического автоколебательного режима. В противном случае, существуют лишь докритические автоколебания.

Остановимся на методике конкретных расчетов. При фиксированных Re , α , принадлежащих нейтральной кривой, фазовая скорость возмущений c_0 находится как решение линейной задачи на собственные значения методом дифференциальной прогонки со стыковкой в критической точке [6]. При известных Re , c_0 собственная функция $w_0(w_{0r}, w_{0\Phi}, w_{0z})$, q_1 находится обратной прогонкой по уже известным прогоночным соотношениям. Нормировка проводится в критической точке. Аналогичным образом рассчитываются компоненты θ_r , θ_{Φ} , θ_z сопряженной системы уравнений. При решении неоднородной системы уравнений также используется метод дифференциальной прогонки, причем прогоночные соотношения имеют вид

$$\mathbf{Z} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B},$$

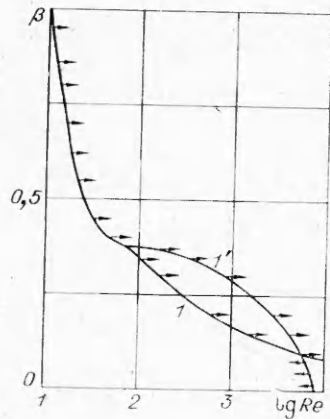
где \mathbf{A} — прогоночная матрица; \mathbf{Z} , \mathbf{X} — векторы, составленные из неизвестных функций и их производных; вектор \mathbf{B} введен из-за неоднородности уравнений.

Системы обыкновенных дифференциальных уравнений для прогоночных коэффициентов с соответствующими начальными условиями на одной из границ интегрируются методом Рунге — Кутты с автоматическим выбором шага. Аналогично проводится интегрирование от второй границы. В точке стыковки из прогоночных соотношений находятся начальные значения для обратной прогонки. Интегралы J_1 , J_2 , J_3 вычисляются методом Симпсона.

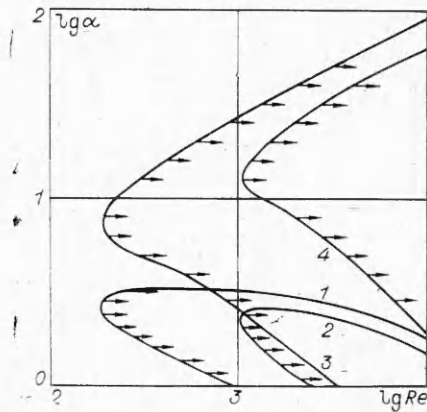
Как следует из [1], если малы осевые числа Рейнольдса, то при определенной скорости вращения внутреннего цилиндра вначале развивается конвективная неустойчивость, а затем с увеличением β возникает вязкая. Такая картина характерна для различных зазоров между цилиндрами.

В пределе при $Re = 0$ от нейтральной кривой конвективного типа при сверхкритических значениях чисел Тэйлора мягко ответвляется устойчивый автоколебательный режим [3].

Численные расчеты показали, что мягкое возбуждение тэйлоровской неустойчивости сохраняется и при $Re \neq 0$. На фиг. 1 изображена диаграмма устойчивости спирального течения в узком зазоре ($\xi = 50$) в



Фиг. 1



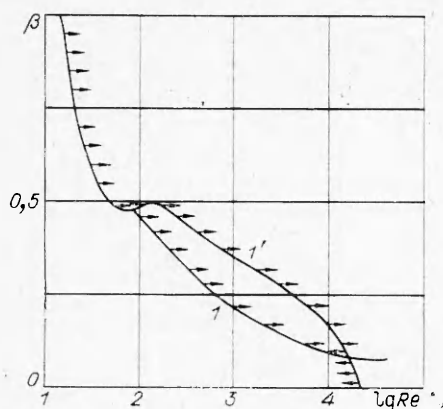
Фиг. 2

плоскости Re, β . Кривая I определяет изменение $Re_*(\beta)$ для конвективной неустойчивости, а вдоль I' изменяется $Re_*(\beta)$ носиков нейтральных кривых вязкого типа. Стрелками указано, где существуют автоколебательные режимы. В диапазоне изменения Re , когда вязкой неустойчивости предшествует конвективная, от нейтральных кривых вязкого типа при малой сверхкритичности ответвляются устойчивые автоколебания. Результаты расчета совпадают с данными [7], где выявлен характер ответвления вторичных автоколебательных решений при $Re \leq 40, \xi = 50$.

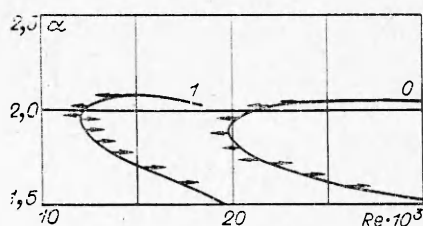
При нескольких значениях β ($\beta = 0,285; 0,36; 0,16$) был проведен анализ характера ветвления вдоль нейтральных кривых вязкого (фиг. 2, кривые 1, 2, $\beta = 0,36; 0,285$) и тэйлоровского типа (кривые 3, 4, $\beta = 0,285; 0,16$). При $\beta > 0,1$ для $\alpha = \alpha_*$, а также для всех α на верхних и нижних ветвях нейтральных кривых вязкого и тэйлоровского типа автоколебательный режим ответвляется внутрь нейтральных кривых, что соответствует мягкому возбуждению вторичной неустойчивости. Если $\beta \sim 0,09$, на верхней ветви нейтральной кривой вязкого типа появляется волновое число α , при котором происходит смена характера ветвления, т. е. автоколебательный режим существует при $Re < Re_*$, но на носике нейтральной кривой автоколебания возникают при сверхкритических значениях числа Рейнольдса. С дальнейшим уменьшением относительной скорости вращения внутреннего цилиндра точка смены характера ветвления перемещается с верхней ветви нейтральной кривой на нижнюю и при $\beta = 0$ эта точка характеризуется параметрами $\alpha = 1,8, Re = 9261$, что совпадает с данными работ [4, 8].

При $\beta \sim 0,08$ наиболее опасной становится вязкая неустойчивость. Оказывается, что при таком режиме течения, когда конвективная неустойчивость развивается на фоне развитой вязкой, меняется характер ответвления вторичных автоколебаний на носике нейтральных кривых вязкого типа, что имеет принципиальное значение. Если автоколебательный режим при $\alpha = \alpha_*$ ответвляется в сторону меньших чисел Рейнольдса, то возбуждение в целом носит жесткий характер.

На фиг. 3 изображена диаграмма устойчивости спирального течения между соосными цилиндрами, когда радиус внутреннего цилиндра равен половине внешнего ($\xi = 1, m = 0$) в плоскости Re, β . Стрелками указано, где существуют автоколебательные режимы. Рассмотрены наиболее опасные возмущения. Кривая I соответствует изменению $Re_*(\beta)$ для носиков нейтральных кривых конвективного типа. Вдоль кривой I' изменяется



Ф и г. 3



Ф и г. 4

критическое значение числа Рейнольдса с изменением крутки внутреннего цилиндра для нейтральных кривых вязкого типа.

При малых осевых числах Рейнольдса и в том диапазоне изменения Re , где конвективная неустойчивость предшествует вязкой, ответвление вторичных автоколебательных режимов происходит внутри нейтральных кривых вязкого и тэйлоровского типа, т. е. мягкое возбуждение, как и в плоском случае ($\xi = 50$), характерно как для тэйлоровской, так и для вязкой неустойчивости. Если $\beta \leq 0,09$, $Re \geq 12000$, режим течения изменяется в том смысле, что вначале развивается вязкая неустойчивость, а затем на ее фоне появляются тэйлоровские вихри. При этом аналогично плоскому случаю изменяется характер возбуждения вторичных режимов для нейтральных кривых вязкого типа. Смена характера ветвления характеризуется параметрами $\beta \sim 0,09$, $Re = 12100$, $\alpha = 1,96$.

При $\alpha = \alpha_*$ и для всех α на верхней ветви нейтральной кривой вязкого типа автоколебательное решение ответвляется в область устойчивости исходного ламинарного течения. Для $\alpha < \alpha_*$ и для всех α на нижней ветви устойчивое автоколебательное решение существует внутри петли нейтральной кривой. Уменьшение β приводит к переходу точки смены характера ветвления на нижнюю ветвь нейтральной кривой и при $\beta = 0$ эта точка характеризуется следующими параметрами: $\alpha \sim 1,72$, $Re = 21600$. На фиг. 4 изображены нейтральные кривые вязкого типа при $\beta = 0$ и $0,09$ (кривые 0 и 1).

Автор выражает благодарность В. Н. Штерну за внимание к работе и обсуждение результатов.

Поступила 25 XI 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. Вильгельми Т. А., Штерн В. И. Устойчивость спирального течения между соосными цилиндрами. — *Изв. АН СССР. МЖГ*, 1974, № 3, с. 35—44.
2. Kaye J., Elgar E. C. Modes of adiabatic and diabatic fluid flow in an annulus with an inner rotating cylinder. — *Transactions of the ASME*, 1958, vol. 80, N 3, p. 753—765.
3. Юдович В. И. Вторичные течения и неустойчивость жидкости между вращающимися цилиндрами. — *ПММ*, 1966, т. 30, вып. 4, с. 688—698.
4. Андрейчиков И. П., Юдович В. И. Об автоколебательных режимах, ответвляющихся от течения Пуазейля в плоском канале. — *Докл. АН СССР*, 1972, т. 202, № 4, с. 791—793.
5. Юдович В. И. Возникновение автоколебаний в жидкости. — *ПММ*, 1971, т. 35, № 4, с. 638—655.
6. Гольдштик М. А., Сапожников В. А. Устойчивость течения в кольцевом канале. — *Изв. АН СССР. МЖГ*, 1971, № 4, с. 102—109.

7. Уринцев А. Л. Нелинейная задача о возникновении автоколебаний в результате потери устойчивости спирального течения вязкой несжимаемой жидкости между соосными цилиндрами. — В кн.: Труды V всесоюзного семинара по численным методам механики вязкой жидкости. Ч. 1. Новосибирск, изд. ВЦ СО АН СССР, 1975.
8. Лихачев О. А., Штерн В. Н. Автоколебательное МГД-течение в канале при продольном магнитном поле. — «Магнитн. гидродинамика», 1975, № 3, с. 15—20.

УДК 535.411 : 551.463

ОБ ИССЛЕДОВАНИИ МИКРОСТРУКТУРЫ ТУРБУЛЕНТНОГО ТЕЧЕНИЯ ОПТИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

Э. Г. Гончаров, Л. Г. Коваленко, Э. И. Красовский

(Ленинград)

При изучении структуры мелкомасштабной турбулентности с высокой интенсивностью в ряде случаев отмечается отклонение от гипотезы Тэйлора, что выражается в несоответствии значений временной и пространственной корреляции [1]. В связи с этим пространственная структура течения не может быть оценена путем измерения автокорреляции процессов, регистрируемых точечными датчиками, например, анемометрами различных видов, которые широко применяются для исследования турбулентности. В этом случае большее значение приобретает использование приборов с анализируемым объемом, превышающим микромасштаб изучаемого явления, и методов, позволяющих фиксировать состояние выделенного объема в некоторый момент времени с одновременной визуализацией течения. В частности, в работе [2] этот метод используется для количественных измерений некоторых характеристик турбулентности путем введения в среду меток с регистрацией их распределения в объеме путем фотографирования. В ряде случаев для визуализации оптических неоднородностей в прозрачных средах используют теневые оптические приборы [3, 4]. Их применение дает ряд преимуществ при изучении турбулентных течений перед методами визуализации с помощью мелкодисперсных или красящих веществ ввиду отсутствия инерционных явлений, неизбежных при введении меток.

Рассмотрим некоторые вопросы статистического анализа областей течения, размеры которых определяются диаметром светового пучка теневого прибора. При исследовании микроструктуры этих областей надо учитывать, что измеряемый параметр поля является многомерной величиной, в то время как для регистрации применяются в лучшем случае двухмерные регистраторы. В связи с этим необходимо установить, как влияет сокращение объема реализации в процессе измерений на характер измеряемых статистических данных поля. Одной из основных характеристик поля является энергетический спектр поля $g(k)$ по волновым числам, в некоторых случаях называемый спектром Винера и по аналогии с одномерными процессами имеющий смысл средней дисперсии спектральных составляющих с пространственными частотами, попадающими в небольшую область пространственных частот вокруг частоты \bar{k} , отнесенной к величине этой области. Сокращение объема реализации многомерного поля эквивалентно действию спектральных окон, изменяющих свойства оценки спектра. Размерность спектрального окна соответствует размерности реализации поля [5]. Иначе говоря, ширина спектрального окна по одной из частотных координат обратно пропорциональна протя-