

УДК 536.242

Влияние тепловыделения на нестационарное течение микрополярной жидкости в пористом вертикальном канале*

М. Мустамилселван¹, Д. Пракаш¹, Д.Х. Дох²

¹*Университет Бхаратияра, Коимбатор, Тамилнаду, Индия*

²*Корейский морской университет, Пусан, Южная Корея*

E-mail: muththamil1@yahoo.co.in

В настоящей работе проводится исследование влияния тепловыделения на полностью развитое течение и теплообмен в микрополярной жидкости между двумя параллельными вертикальными пластинами. Предполагается, что твердые пластины участвуют в конвективном теплообмене с внешней средой. Основные уравнения решаются с помощью неявной конечно-разностной схемы Кранка–Николсона. Обсуждается влияние определяющих параметров, таких как время, тепловыделение, параметр микрополярности, число Прандтля, число Био и число Рейнольдса, на профили скорости и температуры. Установлено, что наличие тепловыделения повышает скорость и температуру микрополярной жидкости в середине канала.

Ключевые слова: микрополярная жидкость, тепловыделение, пористая среда, полностью развитый поток.

Введение

В последнее время анализ течения и теплопередачи в микрополярной жидкости в вертикальном канале вызывает большой интерес, поскольку уравнения Навье–Стокса для ньютоновской жидкости недостаточно хорошо описывают характеристики жидкости со взвешенными частицами. В отличие от других, микрополярные жидкости можно характеризовать как неньютоновские жидкости, состоящие из гантелевидных молекул или коротких твердых цилиндрических элементов, полимерные жидкости, жидкие взвеси и т. д. В дополнение к классическому полю скоростей в модель микрополярной жидкости вводятся вектор микровращения и параметр вращения для изучения кинематики микровращения. Теорию микрополярных жидкостей, впервые предложенную в работах [1, 2], можно использовать для изучения поведения экзотических масел, полимерных суспензий, непрозрачных и биологических жидкостей, крови животных, коллоидных растворов, жидких кристаллов с твердыми молекулами и т.д. Присутствие пыли или дыма, в частности, в газе, также можно смоделировать при использовании микрополярной гид-

* Исследование осуществлялось при поддержке Программы фундаментальных научных исследований Национального исследовательского фонда Кореи (НИФ), финансируемой Министерством образования, науки и технологий Правительства Кореи (№ 2014R1A1A4A01005191 и № 2015H1C1A1035890), и МППСО (№ 2015R1A2A2A01006803).

родинамики. Комплексный обзор теории и ее применений можно найти в работах [3, 4] и монографиях [5, 6].

Начало анализу микрополярных жидкостей было положено вследствие осознания их важности в промышленных процессах, в особенности при непрерывном литье стекловолокна, производстве бумаги, экструзии металла, горячей прокатке, волочении проволоки, вытяжении полимерных пленок, металлических и полимерных экструзионных и давящих работах. Авторы [7] проанализировали проблему полностью развитого течения в микрополярной жидкости. Позже, в работе [8], было получено численное решение для полностью развитого свободного конвективного течения между двумя параллельными стенками, погруженными в микрополярную жидкость. Замкнутые решения для характеристик течения и передачи тепла в микрополярной жидкости в вертикальном канале были предложены в работе [9]. В работе [10] изучалась проблема полностью развитого свободно-конвективного течения в вертикальном канале, частично заполненном микрополярной жидкостью. В [11] численно исследовалось несимметричное стационарное ламинарное течение микрополярной несжимаемой жидкости в пористом канале, имеющем стенки с разной проницаемостью. Используя методы дифференциального преобразования и анализа гомотопии, авторы [12, 13] исследовали поток жидкости второго рода через пористую среду на горизонтальной поверхности и вращающемся диске. Влияние термодиффузии в вертикальном канале с микрополярными жидкостями обсуждалось авторами работ [14] и [15]. В работах [16, 17] аналитически исследовались характеристики течения микрополярной жидкости в канале. Было обнаружено, что профили скорости в направлении потока и микровращение носят асимметричный характер, в то время как нормальная скорость симметрична.

Наличие тепловыделения или теплопоглощения может привести к изменению распределения температуры в жидкости, что в свою очередь повлияет на скорость осаждения частиц в таких системах, как ядерные реакторы, электронные чипы и полупроводниковые пластины. В частности, проблемы, связанные с тепловыделением/теплопоглощением в флюидонасыщенных пористых средах, имеют большое практическое значение, например, при добыче нефтяных ресурсов, в геофизических потоках, при охлаждении подземных электрических кабелей, для хранения ядерных отходов, при загрязнении грунтовых вод, для волокнистой и гранулированной изоляции, при затвердевании литья, в химических каталитических реакторах и с точки зрения экологических последствий подземного хранения теплоэнергетических отходов. Как правило, точное моделирование внутреннего тепловыделения/теплопоглощения является непростой задачей, но некоторые простые математические модели могут описать их обычное поведение в большинстве физических ситуаций. Влияние тепловыделения или теплопоглощения на поток жидкости и теплообмен микрополярной жидкости исследовалось рядом авторов. Авторы [18] представили анализ нестационарной естественной конвекции от нагретой вертикальной поверхности, помещенной в микрополярную жидкость при наличии внутреннего тепловыделения/теплопоглощения. Авторы [19] проанализировали свободно-конвективное течение микрополярной жидкости в пограничном слое вблизи вертикально вытянутой поверхности в пористой среде, не подчиняющейся закону Дарси, в присутствии однородного магнитного поля и тепловыделения/теплопоглощения. Также было изучено аналитически [20, 21] суммарное влияние химической реакции и тепловыделения на микрополярную жидкость вблизи вертикальной пластины. Авторы пришли к выводу, что воздействие тепловыделения приводит к росту коэффициентов тепло- и массообмена.

Вышеупомянутые исследования тепловыделения/теплопоглощения ограничиваются микрополярной жидкостью у поверхности вертикальной пластины. Таким образом, целью настоящей работы является анализ влияния внутреннего тепловыделения/теплопоглощения в нестационарных течениях несжимаемой микрополярной жидкости между двумя пористыми вертикальными пластинами. Предполагается, что пластины обмениваются теплом с внешней жидкостью как при равных, так и различных исходных температурах. Безразмерные определяющие уравнения были решены с помощью неявной конечно-разностной схемы Кранка–Николсона.

1. Математическая постановка задачи

Рассмотрим нестационарное свободно-конвективное течение вязкой несжимаемой микрополярной жидкости между бесконечными вертикальными пористыми пластинами при наличии тепловыделения. Предполагается, что размер частиц микрополярной жидкости достаточно мал по сравнению с размерами отверстий пористой пластины. Ось x совпадает с осевой плоскостью канала и направлена против силы тяжести, в то время как ось y перпендикулярна пластинам. Предполагается, что канал занимает область $0 \leq y \leq L$. За пределами этой области находится неподвижная жидкость при постоянной температуре T_∞ . Режим течения подвергается влиянию тепловыделения, как показано на рис. 1. Физические свойства, характеризующие жидкость, считаются постоянными, за исключением изменения плотности, которое инициирует выталкивающую силу. Если пренебречь эффектом вязкой диссипации, определяющие уравнения можно записать в виде:

$$\frac{\partial v}{\partial y} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + v_0 \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right) = \left(\frac{\nu + K}{\rho} \right) \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \beta g (T - T_0) + \left(\frac{K}{\rho} \right) \frac{\partial n}{\partial y}, \quad (2)$$

$$\rho j \left(\frac{\partial n}{\partial t} \right) + v_0 \rho j \left(\frac{\partial n}{\partial y} \right) = \gamma \frac{\partial^2 n}{\partial y^2} - K \left(2n + \frac{\partial u}{\partial y} \right), \quad (3)$$

$$\rho C_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} \right) + \rho C_p v_0 \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right) = k \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + Q(T - T_0), \quad (4)$$

где β — коэффициент теплового расширения, ρ — плотность, C_p — удельная теплоемкость, k — коэффициент теплопроводности жидкости, ν — кинематическая вязкость, K — гироскопическая вязкость (gyro viscosity), γ — константа материала, j — микроинерция, T_0 — температура в гидростатическом состоянии. Слагаемое $Q(T - T_0)$ в правой части уравнения (4) представляет собой количество теплоты, выделяемой или поглощаемой в единице объема жидкости. Предполагается, что обе стенки канала имеют пренебрежимо малую толщину и реализуется конвективный теплообмен с внешней жидкостью. В частности, при $y = 0$ коэффициент конвективного теплообмена h_1 является однородным, и предполагается, что жидкость в области $y < 0$ имеет равномерную температуру T_1 . При $y = L$ получаем соответствующие значения констант h_2 и T_0 ($T_0 \geq T_1$). В предположении нулевого спина на границе раздела сред начальные и граничные условия записываются в виде

$$\text{для } t \leq 0: u = 0, n = 0, T = T_0, \quad (5)$$

$$\text{для } t > 0: u = 0, v = v_0, n = 0,$$

$$-k_w \frac{\partial T}{\partial Y} = h_1 [T_1 - T] \text{ при } y = 0, \quad (6)$$

$$u = 0, v = v_0, n = 0,$$

$$-k_w \frac{\partial T}{\partial Y} = h_2 [T - T_0], \text{ при } y = L, \quad (7)$$

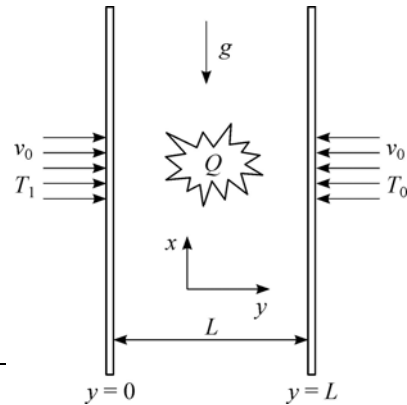


Рис. 1. Физическая модель и система координат задачи.

где v_0 — постоянное всасывание или нагнетание жидкости через пористую ограничивающую поверхность, $v_0 < 0$ подразумевает впрыск при $y = L$ и всасывание при $y = 0$, в то время как $v_0 > 0$ подразумевает противоположное. Чтобы обезразмерить определяющие уравнения, введем следующие безразмерные переменные:

$$Y = \frac{y}{L}, \quad U = \frac{u\rho g\beta L^2}{k}, \quad \tau = \frac{tv}{L^2}, \quad \theta = \frac{(T-T_0)\rho^2 g^2 \beta^2 L^4}{k\mu}, \quad B = \frac{j}{L^2}, \quad (8)$$

$$N = \frac{n\rho g\beta L^3 v n}{k}, \quad \text{Pr} = \frac{\nu}{\alpha}, \quad \text{Re} = \frac{v_0 \rho L}{\mu}, \quad \lambda_1 = \frac{K}{\mu}, \quad \lambda_2 = \frac{\gamma}{\mu L^2},$$

где λ_1 — параметр микрополярности, λ_2 и B — константы микрополярного материала, Re — число Рейнольдса поперечного течения.

С помощью выражений (8) определяющие уравнения можно переписать в следующей форме:

$$\left(\frac{\partial U}{\partial \tau}\right) + \text{Re}\left(\frac{\partial U}{\partial Y}\right) = (1 + \lambda_1)\left(\frac{\partial^2 U}{\partial Y^2}\right) + \theta + \lambda_1\left(\frac{\partial N}{\partial Y}\right), \quad (9)$$

$$B\left(\frac{\partial N}{\partial \tau}\right) + \text{Re}B\left(\frac{\partial N}{\partial Y}\right) = \lambda_2\left(\frac{\partial^2 N}{\partial Y^2}\right) - \lambda_1\left(\frac{\partial U}{\partial Y} + 2N\right), \quad (10)$$

$$\text{Pr}\left(\frac{\partial \theta}{\partial \tau}\right) + \text{RePr}\left(\frac{\partial \theta}{\partial Y}\right) = \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2}\right) + Q_H\theta, \quad (11)$$

и безразмерные начальные и граничные условия будут иметь вид:

$$\tau \leq 0: \quad U = 0, \quad N = 0, \quad \theta = 0, \quad (12)$$

$$\tau > 0: \quad U = 0, \quad N = 0,$$

$$-\frac{\partial \theta}{\partial Y} = \text{Bi}_1[\xi - \theta], \quad \text{при } Y = 0, \quad (13)$$

$$\tau > 0: \quad U = 0, \quad N = 0,$$

$$-\frac{\partial \theta}{\partial Y} = \text{Bi}_2[\theta - \varepsilon\xi] \quad \text{при } Y = 1, \quad (14)$$

где $\xi = \text{PrGr}\beta gL/C_p$ — безразмерный комплекс, $\text{Gr} = \beta gL^3(T-T_0)/\nu^2$ — число Грасгофа, $\varepsilon = (T_2 - T_0)/(T_1 - T_0)$ — безразмерный параметр нагрева, $\text{Bi}_1 = h_1L/k_w$, $\text{Bi}_2 = h_2L/k_w$ — числа Био, k_w — теплопроводность стенок, $Q_H = L^2Q/k$ — безразмерный параметр тепловыделения. Сдвиговое, моментное напряжения и тепловой поток на стенках определяются соответственно как

$$\tau_w = (\mu + K)\left.\frac{\partial u}{\partial y}\right|_{y=0,L}, \quad \tau_m = \gamma\left.\frac{\partial n}{\partial y}\right|_{y=0,L}, \quad q_w = -k\left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=0,L}. \quad (15)$$

2. Численное решение

Система определяющих уравнений с учетом начальных и граничных условий (9)–(14) решалась численно с использованием неявной конечно-разностной схемы Кранка–Николсона. Расчетная область ($0 < \tau < \infty$) и ($0 < Y < 1$) покрывалась разностной сеткой,

представляющей совокупность координатных линий, параллельных осям τ и Y . Конечно-разностные аппроксимации уравнений (9)–(14) получены подстановкой аппроксимаций для производных. Таким образом, основные уравнения и граничные условия после преобразований будут иметь вид:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{U_{i,j+1} - U_{i,j}}{\Delta\tau} \right) + \text{Re} \left(\frac{U_{i+1,j+1} - U_{i,j+1}}{\Delta Y} \right) = \\ & = (1 + \lambda_1) \left(\frac{U_{i-1,j+1} - 2U_{i,j+1} + U_{i+1,j+1}}{(\Delta Y)^2} \right) + \theta_{i,j+1} + \lambda_1 \left(\frac{N_{i+1,j+1} - N_{i,j+1}}{\Delta Y} \right), \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} & B \left(\frac{N_{i,j+1} - N_{i,j}}{\Delta\tau} \right) + \text{Re} B \left(\frac{N_{i+1,j+1} - N_{i,j+1}}{\Delta Y} \right) = \\ & = \lambda_2 \left(\frac{N_{i-1,j+1} - 2N_{i,j+1} + N_{i+1,j+1}}{(\Delta Y)^2} \right) - \lambda_1 \left(\frac{U_{i+1,j+1} - U_{i,j+1}}{\Delta Y} + 2N_{i,j+1} \right), \end{aligned} \quad (17)$$

$$\text{Pr} \left(\frac{\theta_{i,j+1} - \theta_{i,j}}{\Delta\tau} \right) + \text{RePr} \left(\frac{\theta_{i+1,j+1} - \theta_{i,j+1}}{\Delta Y} \right) = \left(\frac{\theta_{i-1,j+1} - 2\theta_{i,j+1} + \theta_{i+1,j+1}}{(\Delta Y)^2} \right) + Q_H \theta_{i,j+1}, \quad (18)$$

и соответствующие начальные и граничные условия могут быть выражены следующим образом:

$$U_{i,1} = 0, \quad N_{i,1} = 0, \quad \theta_{i,1} = 0, \quad (19)$$

$$U_{1,j} = 0, \quad N_{1,j} = 0, \quad -\frac{(\theta_{2,j} - \theta_{1,j})}{\Delta Y} = \text{Bi}_1[\xi - \theta_{1,j}], \quad (20)$$

$$U_{N,j} = 0, \quad N_{N,j} = 0, \quad -\frac{(\theta_{N,j} - \theta_{N-1,j})}{\Delta Y} = \text{Bi}_2[\theta_{N,j} - \varepsilon\xi], \quad (21)$$

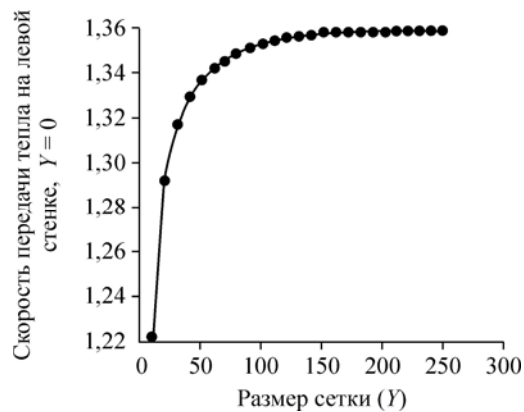
где ΔY и $\Delta\tau$ — шаги сетки вдоль Y и времени соответственно.

Вычислительная область ($0 < \tau < \infty$) разбивается на интервалы с шагом $\Delta\tau = 0,002$ для времени (τ). Чтобы проверить устойчивость конечно-разностной схемы, расчет осуществляется для различных сеток ($0 < Y < 1$), и можно заметить, что он не показал каких-либо значительных изменений после размера сетки, равного 301 (см. рис. 2). Поэтому все численные решения получены с размером сетки 301. Точность и проверка данного численного решения рассматривались в публикации [22].

3. Результаты и обсуждение

Для того, чтобы понять физическую природу задачи и влияние различных параметров, таких как число Рейнольдса поперечного течения, параметр микрополярности λ_1 , параметр тепловыделения Q_H и чисел Био Bi_1, Bi_2 , авторы получили численные решения

Рис. 2. Интенсивность теплопереноса у левой стенки ($Y = 0$) для разных сеток при $\tau = 0,2$, $\text{Re} = 1$, $\lambda_1 = 3$, $Q_H = 0,5$, $\text{Pr} = 0,72$, $\text{Bi}_1 = 10$, $\text{Bi}_2 = 1$.



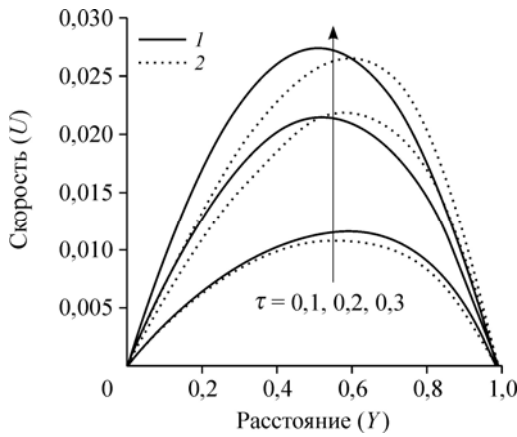


Рис. 3. Профили безразмерной скорости для разных времен (τ) и чисел Рейнольдса (Re) при $Q_H = 0$.
 $Re = 10^{-1}$ (1), 10^1 (2).

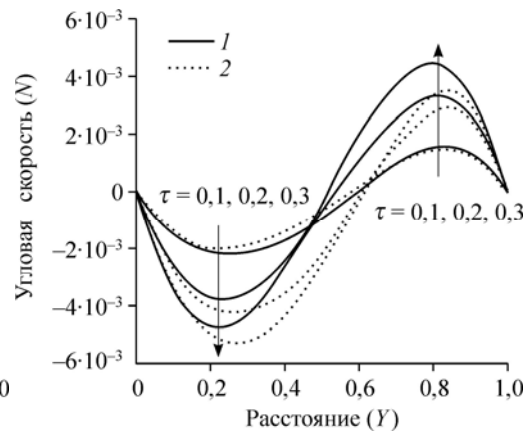


Рис. 4. Профили безразмерной угловой скорости для разных времен (τ) и чисел Рейнольдса (Re) при $Q_H = 0$.
 $Re = 10^{-1}$ (1), 10^1 (2).

для профилей скорости и температуры. Во всех результатах, представленных ниже, по умолчанию полагаются следующие значения параметров: $Bi_1 = 10$, $Bi_2 = 1$, $Pr = 0,72$, $Re = 10$, $Q_H = 0,5$, $\xi = 1,0$, $\varepsilon = 1,2$, $\lambda_2 = 1,0$ и $B = 0,001$, если не указано иное.

Влияние времени и числа Рейнольдса на линейную, угловую скорости и распределение температуры показано на рис. 3–5. Следует отметить, что увеличение времени приводит к возрастанию скорости и температуры в середине канала, в то время как угловая скорость около левой стенки уменьшается, а возле правой — увеличивается. Похожее поведение наблюдается в обоих случаях для более низких и высоких чисел Рейнольдса. При сравнении профилей температуры в отсутствие и в присутствии тепловыделения (см. рис. 6) можно видеть, что температура высока у обеих стенок за счет того, что тепло передается от жидкости к стенке.

Профили скорости для различных значений параметра тепловыделения приведены на рис. 7. Показано, что при возрастании этих значений увеличивается распределение скорости в середине канала. Кроме того видно, что скорость потока выше в случае более

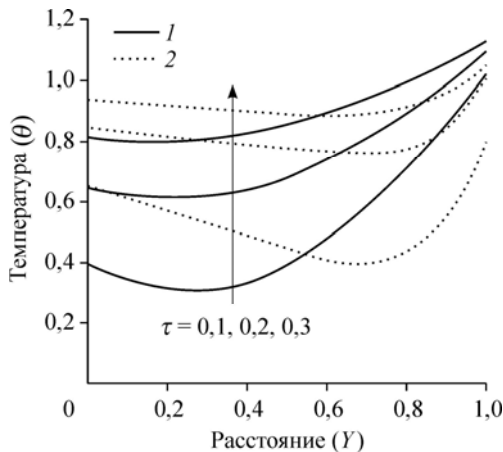


Рис. 5. Профили безразмерной температуры для разных времен (τ) и чисел Рейнольдса (Re) при $Q_H = 0$.
 $Re = 10^{-1}$ (1), 10^1 (2).

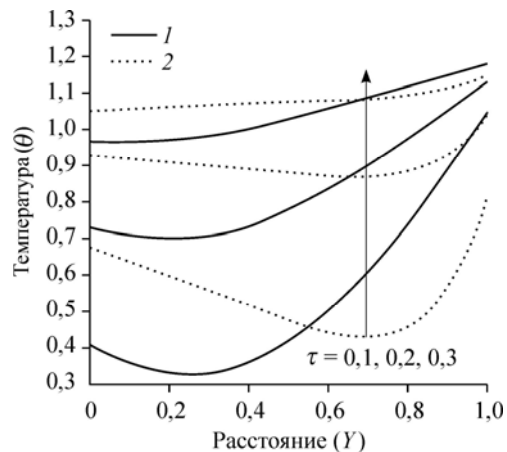


Рис. 6. Профили безразмерной температуры для разных времен (τ) и чисел Рейнольдса (Re) при $Q_H = 0$.
 $Re = 10^{-1}$ (1), 10^1 (2).

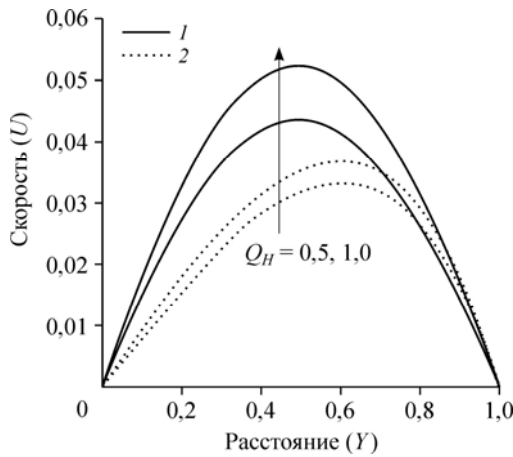


Рис. 7. Профили безразмерной скорости для разных параметров тепловыделения (Q_H) и чисел Рейнольдса (Re).
 $Re = 10^1$ (1), 10^{-1} (2).

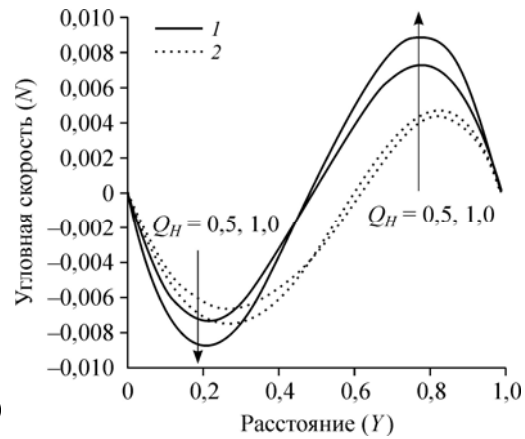


Рис. 8. Профили безразмерной угловой скорости для разных параметров тепловыделения (Q_H) и чисел Рейнольдса (Re).
 $Re = 10^{-1}$ (1), 10^1 (2).

высокого числа Рейнольдса ($Re \gg 1$), это объясняется тем, что над вязкими силами преобладают силы инерции, и, следовательно, скорость потока в невязкой жидкости выше чем в вязкой. Кроме того, увеличение параметра тепловыделения уменьшает профиль угловой скорости около левой и увеличивает его около правой стенок в обоих случаях: при более низких и при более высоких значениях числа Рейнольдса (см. рис. 8).

Профили температуры для различных значений числа Рейнольдса и параметра тепловыделения представлены на рис. 9. Видно, что при нагревании жидкости ее температура в случае более низких чисел Рейнольдса выше, чем в случае более высоких. Предполагается, что поток жидкости при более низких числах Рейнольдса можно рассматривать как поток более вязкой среды по сравнению с потоком жидкости с большими числами Рейнольдса, и вязкая жидкость нагревается быстрее, чем невязкая.

Рисунок 10 показывает профили температуры для различных значений числа Прандтля, когда конвективный тепловой поток приложен к левой и правой стенкам. Видно, что температура внутри канала уменьшается с увеличением числа Прандтля. При

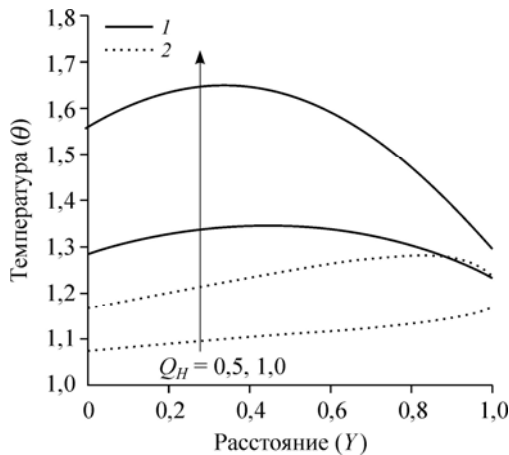


Рис. 9. Распределения безразмерной температуры для разных параметров тепловыделения (Q_H) и чисел Рейнольдса (Re).
 $Re = 10^{-1}$ (1), 10^1 (2).

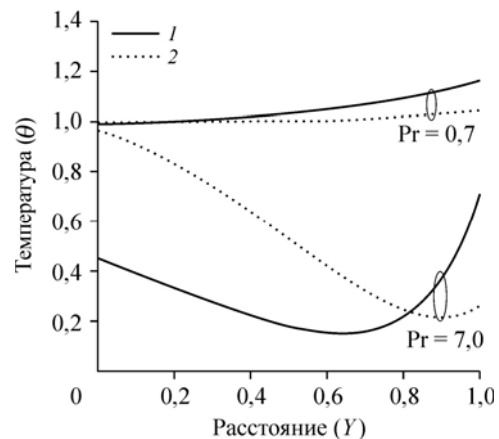


Рис. 10. Распределения безразмерной температуры для разных чисел Прандтля (Pr) с разными типами нагрева.
1 — $Bi_1 = 1, Bi_2 = 10$, 2 — $Bi_1 = 10, Bi_2 = 1$.

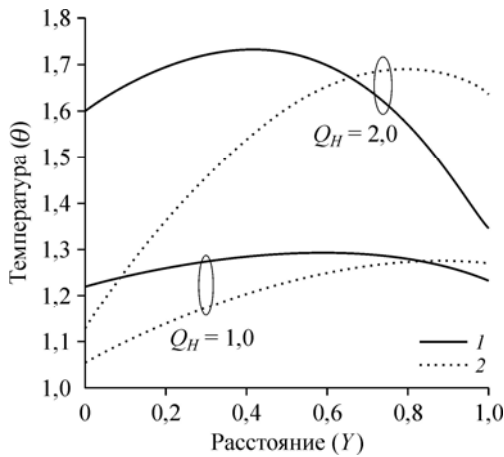


Рис. 11. Распределения безразмерной температуры для разных параметров тепловыделения (Q_H) с различными видами нагрева.

1 — $Bi_1 = 1, Bi_2 = 10$, 2 — $Bi_1 = 10, Bi_2 = 1$.

фиксированном значении числа Прандтля температура жидкости у стенки высока, если конвективный тепловой поток направлен к этой стенке. Однако она количественно больше в воздухе ($Pr = 0,7$) по сравнению с водой ($Pr = 7,0$).

Влияние параметра тепловыделения на распределение температуры в случае теплового потока, направленного к обеим стенкам, изображено на рис. 11. Показа-

но, что тепловыделение приводит к повышению температуры жидкости в канале. Когда тепловой поток направлен к правой стенке, жидкость поглощает тепло от правой стенки и создает тепловой поток к левой стенке. Это происходит потому, что температура жидкости меньше температуры стенки. Подобное поведение фиксируется и при приложении теплового потока к левой стенке.

На рис. 12, 13 наглядно представлены распределения линейной и угловой скоростей во времени и по пространственной координате. Как и ожидалось, скорость жидкости больше в середине канала, в то время как скорость микровращения максимальна возле правой стенки. Распределения температуры в поперечном сечении канала при наличии и отсутствии тепловыделения показаны на рис. 14, 15. Из этих рисунков видно, что температура микрополярной жидкости возрастает с увеличением времени. Кроме того, в отсутствие тепловыделения большая температура жидкости наблюдается на правой стенке, так как конвективный тепловой поток направлен к ней, и затем тепло распространяется к левой стенке из-за наличия тепловыделения в жидкости.

Заключение

Влияние тепловыделения на полностью развитое течение микрополярной жидкости между двумя вертикальными бесконечными пористыми стенками исследовано численно с помощью схемы Кранка–Николсона. Предполагается, что обе стенки обмениваются теплом с внешней жидкостью. Свойства течения, обнаруженные в рамках этого подхода, можно кратко охарактеризовать следующим образом.

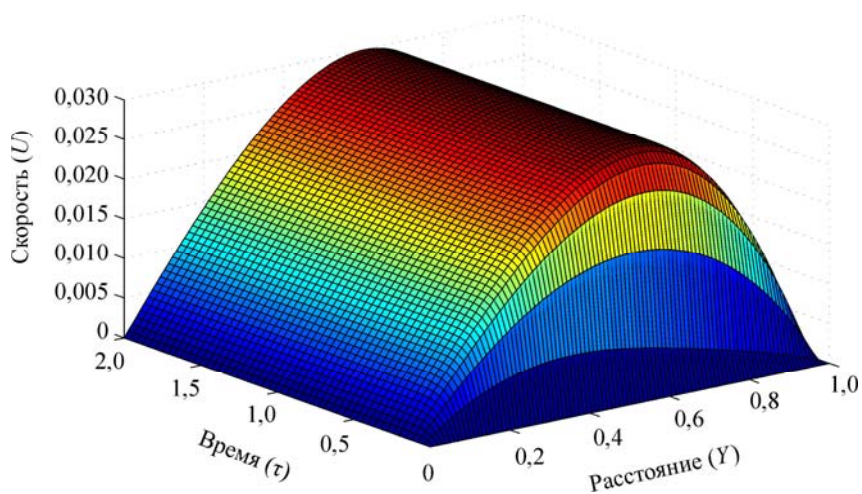


Рис. 12. Контурсы безразмерной линейной скорости.

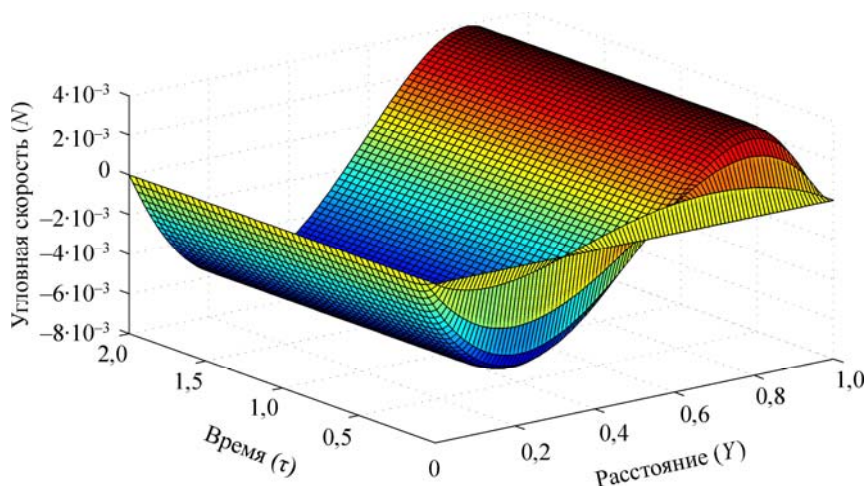


Рис. 13. Контуры безразмерной угловой скорости.

1. В режиме высоких чисел Рейнольдса ($Re \gg 1$) распределение скорости выше в середине канала. Увеличение тепловыделения или времени влечет за собой возрастание скорости жидкости внутри канала.

2. При фиксированных значениях других параметров увеличение времени или интенсивности тепловыделения в микрополярной жидкости уменьшает угловую скорость около левой стенки, а у правой стенки наблюдается обратный эффект.

3. Увеличение тепловыделения повышает температуру жидкости и, следовательно, повышает температуру стенок.

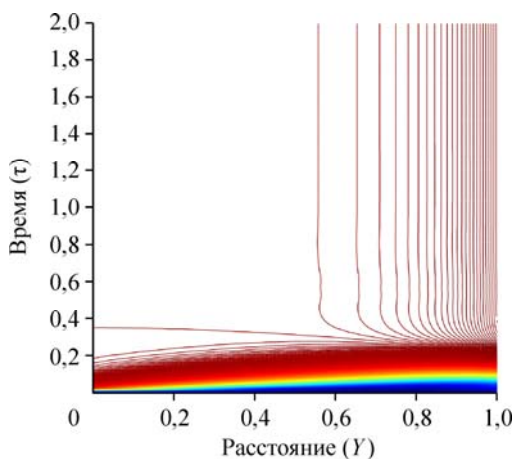
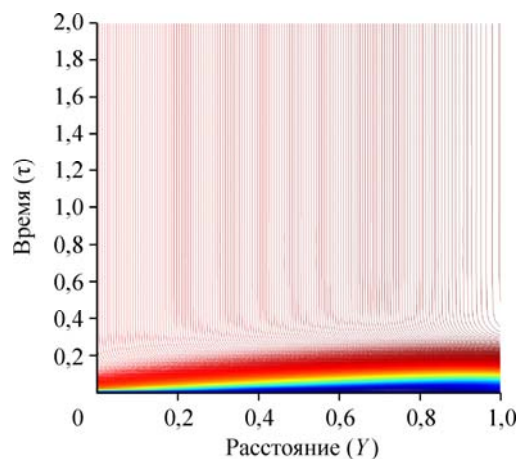
4. При малых числах Рейнольдса ($Re \ll 1$) температура жидкости выше в середине канала.

Авторы выражают свою искреннюю признательность уважаемым рецензентам за их ценные замечания, послужившие совершенствованию настоящей работы.

Список обозначений

B — константы микрополярного материала,
 C_p — удельная теплоемкость, Дж/(кг·град),
 g — ускорение силы тяжести, м/с²,
 j — плотность микроинерции, м²,

Pr — число Прандтля,
 Re — число Рейнольдса поперечного потока,
 T — температура, К,
 T_0 — температура в гидростатическом состоянии, К,

Рис. 14. Контуры безразмерной температуры при $(Q_H) = 0,0$.Рис. 15. Контуры безразмерной температуры при $(Q_H) = 1,0$.

h_1 — коэффициент конвективного теплообмена на левой стенке, Вт/(м ² ·град),	v_0 — скорость отсоса/вдува, м/с,
h_2 — коэффициент конвективного теплообмена на правой стенке, Вт/(м ² ·град),	T_0 — температура в гидростатическом состоянии, К,
k — коэффициент теплопроводности, Вт/(м·град),	v_0 — скорость отсоса/вдува, м/с,
K — коэффициент гироскопической вязкости, кг/(с·м),	u, v — скорости в направлениях x, y , м/с,
L — толщина канала, м,	x, y — осевая и перпендикулярная координаты, м,
n — угловая скорость, рад/с,	Y — безразмерная координата,
	Q_H — безразмерное объемное тепловыделение.

Греческие символы

β — объемный коэффициент теплового расширения, град ⁻¹ ,	τ — безразмерное время,
γ — коэффициент микровращательной связи, Н·с,	θ — безразмерная температура,
ν — кинематическая вязкость, м ² /с,	λ_1 — параметр микрополярности,
ρ — плотность, кг/м ³ ,	λ_2 — константа микрополярного материала.

Индексы

i, j — узлы по направлениям Y , τ , N — конечный узел по направлению Y , w — условие на стенке.

Список литературы

1. Eringen A.C. Theory of micropolar fluids // J. Math. Mech. 1966. Vol. 16. P. 1–18.
2. Eringen A.C. Theory of thermomicrofluids // J. Math. Anal. Appl. 1972. Vol. 38. P. 480–496.
3. Ariman T., Turk M.A., Sylvester N.D. Microcontinuum fluid mechanics, a review // Int. J. Eng. Sci. 1973. Vol. 11. P. 905–930.
4. Ariman T., Turk M.A., Sylvester N.D. Microcontinuum fluid mechanics, a review // Int. J. Eng. Sci. 1974. Vol. 12. P. 273–293.
5. Lukaszewicz G. Micropolar fluids: theory and application. Basel: Birkhauser, 1999. 253 p.
6. Eringen A.C. Microcontinuum field theory. T. II. Fluent media. N. Y.: Springer, 2001. 340 p.
7. Balaram M., Sastry V.U.K. Micropolar free convection flow // Int. J. Heat Mass Transfer. 1973. Vol. 16. P. 437–440.
8. Agarwal R.S., Dhanapal C. Numerical solution of free convection micropolar fluid flow between two parallel porous vertical plates // Int. J. Eng. Sci. 1988. Vol. 26. P. 1247–1255.
9. Cheng C.Y. Fully developed natural convection heat and mass transfer of a micropolar fluid in a vertical channel with asymmetric wall temperatures and concentrations // Int. Commun. Heat Mass Transfer. 2006. Vol. 33. P. 627–635.
10. Prathap Kumar J., Umavathi J.C., Chamkha A.J., Pop I. Fully developed free-convective flow of micropolar and viscous fluids in a vertical channel // Appl. Math. Model. 2010. Vol. 34. P. 1175–1186.
11. Ashraf M., Anwar-Kamal M., Syed K.S. Numerical study of asymmetric laminar flow of micropolar fluids in a porous channel // Indian Academic Sci. 2009. Vol. 38. P. 1895–1902.
12. Rashidi M.M., Keimanesh M. Using differential transform method and Pade approximant for solving MHD flow in a laminar liquid film from a horizontal stretching surface // Math. Probl. Eng. 2010. Vol. 2010. P. 1–14.
13. Rashidi M.M., Mohimani Pour S.A., Hayat T., Obaidat S. Analytic approximate solutions for steady flow over a rotating disk in porous medium with heat transfer by homotopy analysis method // Comput. Fluids. 2012. Vol. 54. P. 1–9.
14. Rawat S., Bhargava R. Finite element study of natural convection heat and mass transfer in a micropolar fluid-saturated porous regime with Soret/Dufour effect // Int. J. Appl. Math. Mech. 2009. Vol. 5. P. 58–71.
15. Alloui Z., Beji H., Vasseur P. Double-diffusive and Soret-induced convection of a micropolar fluid in a vertical channel // Computers and Mathematics with Applications. 2011. Vol. 62. P. 725–736.
16. Mosayebidorcheh S. Analytical investigation of the micropolar flow through a porous channel with changing walls // J. Molecular Liquids. 2014. Vol. 196. P. 113–119.
17. Fakour M., Vahabzadeh A., Ganji D.D., Hatami M. Analytical study of micropolar fluid flow and heat transfer in a channel with permeable walls // J. Molecular Liquids. 2015. Vol. 204. P. 198–204.
18. Gorla R.S.R., Mohammedien A.A., Mansour M.A., Hassanien I.A. Unsteady natural convection from a heated vertical plate in micropolar fluid // Numerical Heat Transfer. 1995. Vol. 28. P. 253–262.
19. Abo-Eldahab E.M., El-Aziz M.A. Blowing/suction on hydromagnetic heat transfer by mixed convection from an inclined continuously stretching surface with internal heat generation/absorption // Int. J. Therm. Sci. 2004. Vol. 43. P. 709–719.
20. Mohamed R.A., Abo-Dahab S.M. Influence of chemical reaction and thermal radiation on the heat and mass transfer in MHD micropolar flow over a vertical moving porous plate in a porous medium with heat generation // Int. J. Thermal Sci. 2009. Vol. 48. P. 1800–1813.
21. Magyari E., Chamkha A.J. Combined effect of heat generation or absorption and first-order chemical reaction on micropolar fluid flows over a uniformly stretched permeable surface: the full analytical solution // Int. J. Thermal Sci. 2010. Vol. 49. P. 1821–1828.
22. Prakash D., Muthamilselvan M. Effect of radiation on transient MHD flow of micropolar fluid between porous vertical channel with boundary conditions of the third kind // Ain Shams Engng J. 2014. Vol. 5. P. 1277–1286.

Статья поступила в редакцию 14 октября 2015 г.,
после доработки — 28 апреля 2016 г.