ПМТФ, № 6, 1977

УДК 535.1

О ВЕКТОРНОЙ ТЕОРИИ САМОФОКУСИРОВКИ

А. А. Колоколов, А. И. Суков

(Москва)

Распространение световых пучков в нелинейных средах обычно описывается в рамках скалярного параболического приближения. Для некоторых моделей нелинейной среды ширина пучка в процессе его эволюции может стать сколь угодно малой. В этом случае необходимо отказаться от скалярной теории и решать полную систему уравнений Максвелла. Такая постановка задачи является очень сложной, поэтому векторной теории самофокусировки посвящено чрезвычайно мало работ [1—4]. В данной работе приведены результаты исследования векторной самофокусировки для простейшего случая низшей аксиально-симметричной TM-моды.

Система стационарных нелинейных уравнений Максвелла

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = -ik_0\varepsilon(|\mathbf{E}|^2)\mathbf{E}; \tag{1}$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = ik_0\mathbf{H},\ k_0 = \omega/c \tag{2}$$

для монохроматического пучка, распространяющегося вдоль оси z и ограниченного в поперечном сечении, имеет два интеграла движения, не зависящих от z:

$$I_1 = \int\int dxdy\,\{[\mathbf{E}, \mathbf{H}^*]_z + \text{к. с.}\},$$

$$I_2 = \int\int dxdy\left\{\frac{1}{ik_0}\left(\left[\mathbf{E}, \frac{\partial \mathbf{H}^*}{\partial z}\right]_z + \left[\frac{\partial \mathbf{E}^*}{\partial z}, \mathbf{H}\right]_z\right) + \Phi\right\} =$$

$$= \int\int dxdy\,\{\varepsilon(|E_z|^2 - |E_x|^2 - |E_y|^2) + |H_z|^2 - |H_x|^2 - |H_y|^2 + \Phi\},$$

где $\Phi(|\mathbf{E}|^2) = \int\limits_0^{|\mathbf{E}|^2} \frac{d\varepsilon}{d\eta}\eta d\eta.$

Следовательно, интеграл по всему поперечному сечению пучка от z-компоненты вектора Пойтинга выражается через I_1 в виде $I_z = (c/16\pi)I_1$ и заменяет известный интеграл $I_0 = \iint dxdy|E|^2$ для скалярного параболического уравнения [5, 6].

Как известно, устойчивость стационарных решений скалярного волнового уравнения определяется знаком производной I_0 по константе распространения [7]. Можно ожидать, что устойчивость стационарных решений полной системы уравнений Максвелла (1), (2) будет определяться соответственно производной интеграла I_z по константе распространения.

Для проверки этой гипотезы исследовалась аксиально-симметричная низшая TM-мода для случая кубической среды с диэлектрической постоянной $\varepsilon = \varepsilon_0\{1 + \varepsilon_2|\mathbf{E}|^2\}$. Отметим, что анализ векторной самофокусировки в [1], основанный на зависимости величины $I = \iint dxdy|\mathbf{E}|^2$ от ширины пучка, является некорректным, поскольку I не является интегралом движения системы уравнений (1), (2).

Записывая напряженность электрического поля в виде $\mathbf{E} = (\gamma/\sqrt{\varepsilon_2})\mathbf{A}\exp[i(kz - \omega t)]$ и исключая из исходных уравнений магнитное поле, для безразмерной амплитуды $\mathbf{A}$ основной TM-моды получаем следующую систему уравнений:

$$-\frac{\partial^2 A_r}{\partial\tau^2} - 2i\frac{\partial A_r}{\partial\tau} + \gamma\frac{\partial^2 A_z}{\partial\rho\partial\tau} + i\gamma\frac{\partial A_z}{\partial\rho} = \gamma(|A_r|^2 + |A_z|^2)A_r; \tag{3}$$

$$\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}\left(\rho\frac{\partial A_r}{\partial\rho}\right) + \frac{i}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}(\rho A_r) - \frac{\gamma}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}\left(\rho\frac{\partial A_z}{\partial\rho}\right) = \gamma\left(\frac{1}{\gamma^2} + |A_r|^2 + |A_z|^2\right)A_z, \tag{4}$$

где $\tau = kz$, $\rho = \gamma kr$ — безразмерные переменные, $k = k_0\sqrt{\varepsilon_0}$, γ — свободный параметр, являющийся константой распространения и определяющий эффективную ширину распределения поля.

Стационарные распределения поля удовлетворяют системе уравнений, полученной при подстановке в (3), (4):

$$A_j(\rho, \tau) = \tilde{A}_j(\rho)\exp[i(\delta\tau + \delta_j)], \quad j = r,\ z,$$

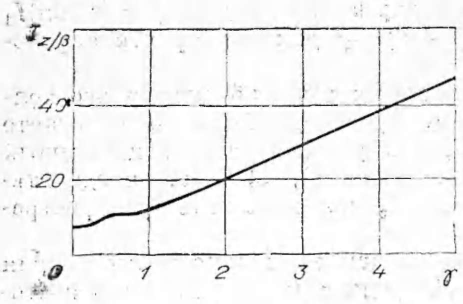
где $\delta = \sqrt{1+\gamma^2} - 1$, $\delta_r - \delta_z = \pi/2$.

Амплитуда $\tilde{A}_j(\rho)$ удовлетворяет граничным условиям

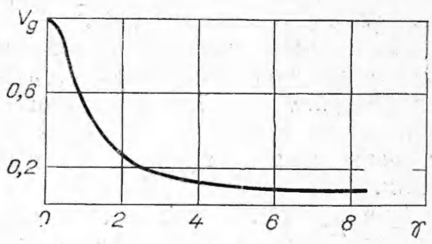
$$\tilde{A}_r(0) = \tilde{A}_r(\infty) = 0, \quad (d\tilde{A}_z/d\rho)(0) = \tilde{A}_z(\infty) = 0.$$

Для стационарного распределения основной TM-моды были вычислены зависимости интеграла I_z и скорости переноса энергии $V = I_z/W$ от параметра γ, где $W = (1/8\pi)\iint dxdy\{|\mathbf{E}|^2 + |\mathbf{H}|^2\}$. Как видно из приведенной на фиг. 1 зависимости величины I_z/β от γ, где $\beta = c^3/(4\omega^2\varepsilon_2\sqrt{\varepsilon_0})$, поток энергии, переносимый модой в направлении оси z, растет с увеличением γ (т. е. с уменьшением ширины моды). Следовательно, можно ожидать, что соответствующая мода в кубической среде является устойчивой. На фиг. 2 приведена зависимость величины $V_g = V/(c/\sqrt{\varepsilon_0})$ от γ. С уменьшением ширины моды скорость переноса энергии уменьшается, что согласуется с результатами, известными в теории волноводов [8].

Устойчивость основной TM-моды относительно малых возмущений исследовалась также путем численного решения системы уравнений (3), (4), в которой для достаточно малых значений γ использовалось квазиоп-



Фиг. 1

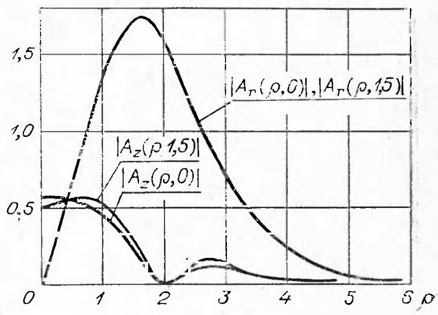


Фиг. 2

тическое приближение $|\partial^2 A_r/\partial\tau^2| \ll |\partial A_r/\partial\tau|$. Полученные уравнения аппроксимировались неявной трехслойной симметричной регулярной конечно-разностной схемой второго порядка по обеим переменным. После корректного переноса граничных условий из бесконечности [9] полученная система алгебраических уравнений решалась методом прогонки. Контроль точности вычислений осуществлялся по сохранению интеграла I_z. При этом относительная точность сохранения составляла 3%. В качестве начального распределения в рассматриваемом квазиоптическом приближении бралось возмущенное распределение поля основной TM-моды.

$$E_r(\rho, 0) = \tilde{A}_r(\rho) \exp(i\delta_r) + ia\rho \exp(-a_1\rho^2),$$
$$E_z(\rho, 0) = \tilde{A}_z(\rho) \exp(i\delta_z) + b \exp(-b_1\rho^2).$$

Величины E_r и E_z удовлетворяли граничным условиям (5). Значения параметров a, a_1, b, b_1 выбирались таким образом, что относительные изменения интеграла I_z составляли 1—20%.



Фиг. 3

Численные расчеты, проведенные на ЭВМ БЭСМ-4, показали, что в процессе эволюции поперечное распределение поля остается близким к стационарному, в то время как на тех же расстояниях и при тех же относительных возмущениях амплитуды основная мода в скалярном квазиоптическом приближении либо схлопывается, либо расплывается [6].

На фиг. 3 приведены радиальные распределения $|A_r(\rho, \tau)|$ и $|A_z(\rho, \tau)|$ для случая $\gamma = 0{,}2$, $a = -0{,}05$, $a_1 = 0{,}2$, $b = 0{,}01$ и $b_1 = 0{,}1$ при различных значениях τ. Относительный вклад возмущений в значение I_z составляет 5%. На практике указанным параметрам соответствует, например, луч рубинового лазера, имеющий в диаметре $\approx 10\lambda$, мощность ≈ 40 кВт и распространяющийся в среде с $\varepsilon_2 = 1{,}8 \cdot 10^{-11}$ абс. ед.

В общем случае векторных самоканализирующихся цилиндрических волноводов [2]

$$I_z/\beta = \int_0^\infty \left\{\sqrt{1+\gamma^2}\,(\tilde{A}_r^2 + \tilde{A}_\varphi^2) - \gamma\left(\tilde{A}_r \frac{d\tilde{A}_z}{d\rho} + \frac{m}{\rho}\tilde{A}_\varphi \tilde{A}_z\right)\right\} \rho d\rho > 0,$$

где m — азимутальный индекс. Исходя из непрерывности стационарных решений от γ, можно показать, что $I_z \sim \gamma^2$ при $\gamma \to 0$ и $I_z \sim \gamma$ при $\gamma \to \infty$. Поэтому в этих наиболее интересных с практической точки зрения случаях $dI_z/d\gamma > 0$ и образование особенности, по-видимому, не происходит.

Таким образом, проведенное исследование указывает на возможность экспериментального наблюдения стационарных векторных волноводных решений в кубических средах.

Поступила 11 XI 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. **Дарзнек С. А., Сучков А. Ф.** Оценка предельного диаметра канала самофокусировки в среде с кубической нелинейностью.—«Квант. электроника», 1971, № 4.
2. **Елеоиский В. М., Оганесьянц Л. Г., Силин В. П.** Цилиндрические нелинейные волноводы.— ЖЭТФ, 1972, т. 62, вып. 1.

3. **Pohl D.** Self-focusing of TE_{01} and TM_{01} light beams: influence of longitudinal field components.—«Phys. Rev.», 1972, vol. 5A, N 4.
4. **Sodha M. S., Nayyar V. P., Tripathi V. K.** Asymmetric focusing of a laser beam in TEM_{01} doughnut mode in a nonlinear dielectric.— «J. Opt. Soc. Amer.», 1974, vol. 64, N 7.
5. **Власов С. Н., Петрищев В. А., Таланов В. И.** Усредненное описание световых пучков в линейных и нелинейных средах (метод моментов.)—«Изв. высш. учеб. заведений. Радиофизика», 1971, т. 14, № 7.
6. **Захаров В. Е., Соболев В. В., Сынах В. С.** Исследование поведения световых пучков в нелинейных средах.— ЖЭТФ, 1971, т. 60, вып. 1.
7. **Колоколов А. А.** Устойчивость стационарных решений нелинейного волнового уравнения.—«Изв. высш. учеб. заведений. Радиофизика», 1974, т. 17, № 9.
8. **Маркузе Д.** Оптические волноводы. М., «Мир», 1974.
9. **Биргер Е. С., Ляликова Н. Б.** О нахождении для некоторых систем обыкновенных дифференциальных уравнений решений с заданным условием на бесконечности.— ЖВММФ, 1965, т. 5, № 6.

УДК 533.9+537.52+539.893

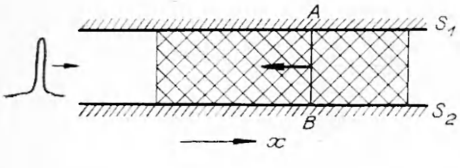
О РЕЖИМЕ НАГРЕВА ПЛАЗМЫ С ПОСТОЯННЫМ ИМПЕДАНСОМ

М. Е. Герценштейн, В. А. Погосян

(Москва)

Известно, что проводимость плазмы σ сильно зависит от температуры T[1], $\sigma \sim T^{3/2}$, что приводит к нарушению согласования плазмы при ее нагреве с источником энергии и к падению КПД нагрева. Постоянство импеданса облегчает задачу широкополосного согласования источника энергии с мишенью [2, 3]. В данной работе показано, что при импульсном нагреве твердотельной плазмы в режиме распространения волны ионизации [4] импеданс меняется мало.

Рассмотрим твердый диэлектрик, помещенный между проводниками S_1 и S_2 линии передачи (фиг. 1). Внутри диэлектрика находится тонкая проволочка или пленка AB. Ограничимся простейшим случаем, когда проводники S_1 и S_2 — плоскопараллельные пластины. На линию подается мощный радио- или видеоимпульс [5, 6], пленка взрывается [7, 8], и от нее распространяется волна ионизации, картина поля и тока показана на фиг. 2. Фронт ионизации распространяется налево, слева перед фронтом $E_1 \neq 0$, в диэлектрике $\sigma_1 = 0$, справа за фронтом ионизации $\sigma = \sigma_2$. Поле СВЧ или короткого импульса не проникает внутрь проводящей плазмы за фронтом ионизации ($E_2 = 0$), поэтому импульсный ток j равен нулю всюду, кроме тонкого скин-слоя, в котором выделяется энергия, и распространение разряда, как отмечалось в [4], полностью аналогично процессу детонации [4, 9]. В показанной на фиг. 1 системе возможно распространение как волны пробоя, так и волны ионизации, причем распространяется только волна, имеющая большую скорость [4].



Фиг. 1