4. **Fisher E. R., Kummler R. H.** Relaxation by vibration-vibration exchange. Pt II. Binary mixtures // J. Chem. Phys.— 1968.— V. 49, N 4.
5. **Ликальтер А. А.** Колебательная релаксация в сильно возбужденных молекулярных смесях // ТВТ.— 1979.— Т. 17, № 5.
6. **Жданок С. А., Солоухин Р. И., Хижняк С. М.** Аналитическая теория СО-ГДЛ и ее приложение к анализу газодинамических способов получения инверсии на окиси углерода.— Минск, 1985.— (Препр./АН БССР, ИТМО; № 7).
7. **Гордиец Б. Ф., Мамедов Ш. С., Шелепин Л. А.** Колебательная кинетика ангармонических осцилляторов в существенно неравновесных условиях // ЖТФ.— 1974.— Т. 67, вып. 4.
8. **Гордиец Б. Ф., Мамедов Ш. С.** О разделении изотопов в химических реакциях колебательно-возбужденных молекул // Квант. электроника.— 1975.— Т. 2, № 9.
9. **Джурабеков У. С., Осипов А. И., Панченко В. Я.** Кинетика многоквантового колебательного обмена в молекулярных газах и ее проявление в процессе кинетического охлаждения // Химическая физика процессов горения и взрыва. Кинетика химических реакций: Матер. VIII Всесоюз. симпоз. по горению и взрыву, Ташкент, 1986.— Черноголовка, 1986.
10. **Скребков О. В.** Диффузионное описание колебательной релаксации в бинарной смеси двухатомных молекул — квантовых осцилляторов // ПМТФ.— 1987.— № 6.
11. **Сафарян М. Н., Скребков О. В.** Сравнение результатов классического диффузионного и квантового расчетов колебательно-поступательной релаксации двухатомных молекул // ПМТФ.— 1978.— № 4.
12. **Волохов В. М., Скребков О. В.** О классическом диффузионном и квантовом расчетах колебательной релаксации в бинарной смеси двухатомных молекул — ангармонических осцилляторов // Хим. физика.— 1984.— Т. 3, № 2.
13. **Волохов В. М., Сафарян М. Н., Скребков О. В.** Диффузионное описание колебательной релаксации ангармонических осцилляторов. Двухкомпонентная система // ТЭХ.— 1978.— Т. 14, № 4.
14. **Скребков О. В., Смирнов А. Л.** Влияние вращения на процесс энергообмена двухатомной молекулы — ангармонического осциллятора с атомом.— Черноголовка, 1988.— (Препр./АН СССР, Отд-ние Ин-та химической физики).
15. **Волохов В. М., Скребков О. В.** Учет неколлинеарности столкновения и дальнодействующего притяжения в диффузионной теории колебательной релаксации // Хим. физика.— 1983.— № 11.
16. **Скребков О. В., Вакина З. Г., Васильев В. М.** Колебательная релаксация в бинарной смеси двухатомных молекул. Квантовая (дискретная) диффузионная модель // Химическая физика процессов горения и взрыва. Кинетика химических реакций: Матер. VIII Всесоюз. симпоз. по горению и взрыву, Ташкент, 1986.— Черноголовка, 1986.
17. **Волохов В. М., Скребков О. В.** Колебательная релаксация двухатомных молекул — ангармонических осцилляторов в больцмановском термостате. Двухкомпонентная система // ПМТФ.— 1982.— № 5.
18. **Востряков В. А., Кирмусов И. П., Старик А. М.** Численное моделирование влияния формы сверхзвукового сопла на спектр генерации и энергетические характеристики HCl-ГДЛ // Школа-семинар «Фундаментальные проблемы физики ударных волн», Азау, 1987: Тез. Всесоюз. семинара.— Черноголовка, 1987.— Т. 1, ч. II.

г. Владивосток *Поступила 10/VII 1990 г., в окончательном варианте — 13/IX 1990 г.*

УДК 533.697.5

В. А. Маланичев

СИСТЕМА ГАЗОВЫХ ЭЖЕКТОРОВ И ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЙ ЭЖЕКТОР

1. Введение. Проведено теоретическое исследование эффективности использования системы газовых эжекторов с цилиндрическими камерами смешения и предельного случая такой системы — дифференциального эжектора. Рассмотрено смешение газов с равными температурами торможения и одинаковыми физическими характеристиками. Впервые процесс смешения газов в дифференциальном эжекторе исследовался в [1], где при решении системы уравнений допущена некорректность, которая привела к потере одного условия оптимальности каждой ступени дифференциального эжектора.

В настоящей работе эта некорректность исправлена, приведено решение задачи о дифференциальном эжекторе.

Переход от одноступенчатого эжектора с цилиндрической камерой смешения к системе последовательно расположенных эжекторов с цилиндрическими камерами смешения (рис. 1) может улучшить характеристики одноступенчатого эжектора. Улучшение возможно по двум причинам. Во-первых, дифференциация процесса смешения может затянуть возникновение критического режима [1—3], что приводит к более эффективной работе эжектора. Во-вторых, при дифференциации увеличивается количество варьируемых параметров эжекторной установки, что может обеспечить более эффективный процесс смешения. В настоящей работе исследуется влияние только последнего фактора, т. е. полагается, что критический режим не препятствует реализации оптимального процесса смешения в каждом из эжекторов системы. Такой подход корректен, поскольку влияние возникновения критического режима практически устраняется специальной конструкцией эжектора [1].

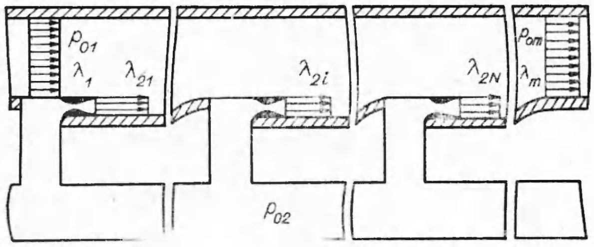

Рис. 1

2. Условия оптимальности одноступенчатого эжектора. Рассмотрим процесс смешения в эжекторе с цилиндрической камерой смешения двух газов с одинаковыми физическими характеристиками c_p, $\varkappa$ и температурами торможения T_0. Полные давления и расходы газов p_{01}, G_1 и p_{02}, G_2, причем $p_{01} < p_{02}$. В камере смешения эжектора происходит полное перемешивание газов, потери отсутствуют. В этом случае из законов сохранения расходов, импульсов, энергий смешиваемых газов и из цилиндричности камеры смешения следует [4]

$$p_{0m} = \frac{1}{q(\lambda_m)\left(\dfrac{\gamma_1}{p_{01}q(\lambda_1)} + \dfrac{\gamma_2}{p_{02}q(\lambda_2)}\right)}; \tag{2.1}$$

$$z(\lambda_m) = \gamma_1 z(\lambda_1) + \gamma_2 z(\lambda_2), \tag{2.2}$$

где $z(\lambda) = \lambda + 1/\lambda$; $q(\lambda) = \lambda\left(1 - \frac{\varkappa - 1}{\varkappa + 1}\lambda^2\right)^{1/(\varkappa-1)}$; $\gamma_1 = G_1/(G_1 + G_2)$; $\gamma_2 = G_2/(G_1 + G_2)$; p_{0m} — полное давление смеси газов. Из уравнения (2.2) вытекает, что при заданных значениях приведенных скоростей λ_1 и λ_2 существуют два значения приведенной скорости смеси газов λ_m. Одно из них соответствует дозвуковой скорости смеси газов ($\lambda_m = \lambda_{ml} < 1$), другое — сверхзвуковой скорости смеси газов ($\lambda_m = \lambda_{mr} > 1$). Известно, что при $\lambda_m = \lambda_{ml}$ в эжекторе при оптимальном режиме работы выполняется условие [1]

$$\lambda_1 = 1,\ p_{02}\pi(\lambda_2) = p_{0m}\pi(\lambda_m) \tag{2.3}$$

$\left(\pi(\lambda) = \left(1 - \frac{\varkappa - 1}{\varkappa + 1}\lambda^2\right)^{\varkappa/(\varkappa-1)}\right)$. Значение p_{0ml}, отвечающее этому условию, и λ_m определяются из системы уравнений (2.1), (2.2). При $\lambda_m = \lambda_{mr}$ оптимальному режиму работы эжектора соответствует условие

$$\lambda_1 = \lambda_*;\ \lambda_2 = \lambda_* \tag{2.4}$$

$\left(\lambda_* = \sqrt{(\varkappa + 1)/(\varkappa - 1)}\right)$. При этом

$$p_{0m} = \frac{1}{\left(\dfrac{\gamma_1}{p_{01}^{(\varkappa-1)/\varkappa}} + \dfrac{\gamma_2}{p_{02}^{(\varkappa-1)/\varkappa}}\right)^{\varkappa/(\varkappa-1)}}. \tag{2.5}$$

Физически дозвуковому значению λ_{ml} отвечает работа эжектора с идеальным дозвуковым диффузором, а сверхзвуковому значению λ_{mr} — работа эжектора с идеальным регулируемым сверхзвуковым диффузором. Под идеальностью имеется в виду способность диффузора восстанавливать полное давление потока без потерь.

3. Оптимальная система эжекторов. В системе эжекторов смесь газов из предыдущей ступени является одним из двух рабочих газов в последующей ступени. Из уравнения (2.1) вытекает

$$dp_{0m}/dp_{01} > 0,\ dp_{0m}/dp_{02} > 0.$$

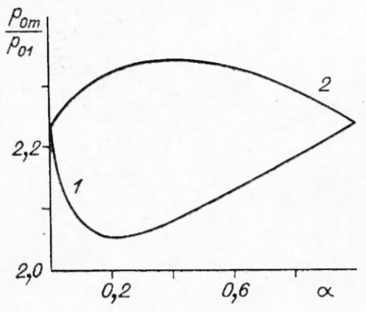

Рис. 2

Поэтому в оптимальной системе эжекторов каждый эжектор должен работать на оптимальном режиме.

Рассмотрим работу системы двух эжекторов с дозвуковым потоком смеси газов в конце камеры смешения каждого эжектора. Пусть низконапорный газ G_1 подается в систему двумя частями: $G_{11} = \alpha G_1$ в первый эжектор и $G_{12} = (1 - \alpha)G_1$ во второй. Типичная зависимость полного давления смеси газов для системы эжекторов в этом случае $p_{0m}(\alpha)/p_{01}$ приведена на рис. 2 (линия *1*). Расчет проводился при $p_{02}/p_{01} = 50$, $\gamma_1/\gamma_2 = 1$, $\varkappa = 1{,}4$. Из результатов расчетов следует, что разделение массы низконапорного газа уменьшает полное давление смеси по сравнению с одноступенчатым эжектором. Пусть в систему двумя частями подается высоконапорный газ G_2: $G_{21} = \alpha G_2$ в первый эжектор и $G_{22} = (1 - \alpha)G_2$ во второй. Типичная зависимость $p_{0m}(\alpha)/p_{01}$ для этого случая приведена на рис. 2 (линия *2*). Из результатов расчетов видно, что разделение массы высоконапорного газа увеличивает полное давление смеси. Можно показать, что при смешении двух газов с одинаковыми физическими характеристиками и равными температурами торможения только разделение подвода высоконапорного газа независимо от отношений p_{02}/p_{01} и γ_1/γ_2 приводит к росту полного давления смеси газов. Ввиду своей громоздкости это доказательство здесь опущено. Заменив один из двух эжекторов также двумя эжекторами, получим дальнейшее увеличение полного давления смеси в системе эжекторов.

Таким образом, возникает задача об оптимизации системы из произвольного числа эжекторов. Она сводится к определению оптимального способа разделения высоконапорного газа по эжекторам системы. В системе из N эжекторов эта задача решается численно методом градиентного спуска в пространстве $(N - 1)$-го коэффициента удельного расхода газа $\alpha_k = G_2k/G_2$, $k = 1, \ldots, N$, где $\sum\limits_1^N \alpha_k = 1$. При сверхзвуковой скорости смеси газов переход от оптимального одноступенчатого эжектора к системе эжекторов не изменяет полное давление смеси, так как в каждом эжекторе смешение газов происходит со скоростями λ_*. Это можно показать, используя выражение (2.5).

4. Дифференциальный эжектор. Предельным случаем системы N эжекторов является дифференциальный эжектор. При этом количество высоконапорного газа, подводимого в каждой ступени, стремится к нулю, а количество ступеней увеличивается до бесконечности, так что суммарное количество высоконапорного газа, поступившего в эжектор,— конечная величина. Тогда в каждом элементарном эжекторе

$$\gamma_1 = 1, \quad \gamma_2 = dG_2\Bigg/\left(G_1 + \int\limits_0^G dG_2\right).$$

При переходе к дифференциальному эжектору условие (2.3) принимает вид

$$\lambda_1 = 1, \quad p_{02}\pi(\lambda_2) = p_{01}\pi(\lambda_1), \tag{4.1}$$

т. е. в каждой ступени статическое давление высоконапорного газа равно статическому давлению низконапорного газа, движущемуся со скоростью звука. Система уравнений (2.1) и (2.2) при работе эжектора на оптимальном режиме (4.1) преобразуется к виду

$$\frac{\pi'(\lambda_2)}{\pi(\lambda_2)}\,d\lambda_2 + \frac{q''(1)}{2q(1)}(d\lambda_m)^2 + \frac{dG_2}{G_1 + \int\limits_0^G dG_2}\,\frac{q(1)\,\pi(\lambda_2)}{q(\lambda_2)} + O(dG^2) = 0; \tag{4.2}$$

$$(4.3)\qquad \frac{z''(1)}{2}(d\lambda_m)^2 = (z(\lambda_2)-2)\frac{dG_2}{G_1+\int\limits_0^G dG_2} + O(dG^2).$$

Введем понятие удельного расхода высоконапорного газа $n = \int\limits_0^G dG_2/G_1$. Тогда из системы (4.2), (4.3) следует основное уравнение дифференциального эжектора

$$(4.4)\qquad \pi'(\lambda_2)d\lambda_2/[\pi(\lambda_2)\varkappa(\lambda_2-1)] = dn/(1+n).$$

В дальнейшем приведенная скорость высоконапорного газа λ_2, полное давление смеси p_{0m}, площадь камеры смешения F_m рассматриваются как функции удельного расхода n: $p_{0m}(n)$, $\lambda_2(n)$, $F_m(n)$. Уравнение (4.4) решается методом разделения переменных. В результате интегрирования получим

$$(4.5)\qquad (\lambda_* + \lambda_2)^{1/[(\varkappa-1)(\lambda_*+1)]}(\lambda_* - \lambda_2)^{1/[(\varkappa-1)(\lambda_*-1)]}(\lambda_2-1) = \frac{C_1}{1+n}.$$

Постоянная C_1 определяется при $n = 0$ значением $\lambda_2(0)$, которое, согласно уравнению (4.1), имеет вид $\lambda_2(0) = \pi^{-1}(\pi(1)p_{01}/p_{02})$. Функция

$$\varphi(\lambda) = (\lambda_* + \lambda)^{1/[(\varkappa-1)(\lambda_*+1)]}(\lambda_* - \lambda)^{-1/[(\varkappa-1)(\lambda_*-1)]}(\lambda-1)$$

является монотонно возрастающей функцией своего аргумента и увеличивается от нуля до бесконечности при росте λ от единицы до максимального значения λ_*. Следовательно, каждому значению функции $\varphi(\lambda)$ соответствует единственное значение аргумента λ. Тогда для определения p_{0m} в дифференциальном эжекторе при заданных p_{02}, p_{01} и $n_0 = G_2/G_1$ из (4.5) вычисляется значение $\lambda_2(n_0)$ и подставляется в (4.1), т. е.

$$(4.6)\qquad p_{0m} = p_{02}\pi(\lambda_2(n_0))/\pi(1).$$

Из вида уравнений (4.5) и (4.6), а также из свойств функции $\varphi(\lambda)$ и $\pi(\lambda)$ следует, что с увеличением удельного расхода высоконапорного газа n_0 полное давление смеси растет.

Определим закон изменения площади камеры смешения в дифференциальном эжекторе. В каждом элементарном эжекторе приращение площади dF_m состоит из двух: $dF_m = dF_m^+ + dF_m^-$. Первое равно площади сопла высоконапорного газа: $dF_m^+ = \pi(\lambda_2)F_m dn/[\pi(1)q(\lambda_2)(1+n)]$. Второе равно сужению камеры смешения после полного перемешивания газов, необходимому для разгона смеси газов перед входом в следующий эжектор до скорости звука:

$$dF_m^- = F_m\frac{q''(1)\,dn}{q(1)\,z''(1)\,(1+n)}(z(\lambda_2)-2).$$

Тогда

$$(4.7)\qquad \frac{dF_m}{F_m} = \frac{dn}{1+n}(1-\varkappa(\lambda_2-1)).$$

Из (4.7) видно, что при $\lambda_2 > (\varkappa+1)/\varkappa$ площадь камеры смешения оптимального дифференциального эжектора уменьшается, а при меньших значениях λ_2 увеличивается. Как следует из (4.1) и (4.5), $\lambda_2(0)$ определяется отношением давлений p_{02}/p_{01} и удельным расходом n. При $p_{02}/p_{01} > \pi(1)\Big/\Big[\pi\Big(\frac{\varkappa+1}{\varkappa}\Big)\Big]$ с ростом n камера смешения сначала сужается, а потом расширяется. В результате решения уравнения (4.7) находим

$$F_m = \frac{C_2(\lambda_* - \lambda_2)^{1/[(\varkappa-1)(\lambda_*-1)]}}{\pi(\lambda_2)(\lambda_* + \lambda_2)^{1/[(\varkappa-1)(\lambda_*+1)]}(\lambda_2-1)}.$$

Здесь постоянная C_2 определяется при $n = 0$ значениями $\lambda_2(0)$ и $F_m(0)$.

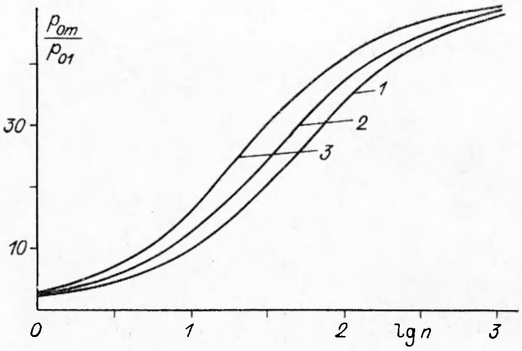

Рис. 3

На рис. 3 приведены результаты расчетов зависимости полного давления смеси газов в оптимальной системе эжекторов $p_{0m}(n)/p_{01}$ при $p_{02}/p_{01} = 50$, $\varkappa = 1{,}4$. Линия *1* соответствует одноступенчатому эжектору, *2* — системе пяти эжекторов, *3* — дифференциальному эжектору.

5. Теория дифференциального эжектора [1]. В п. **2** приведены результаты решения задачи о параметрах оптимального эжектора в общем случае произвольного расхода высоконапорного газа в одной ступени. При переходе к дифференциальной подаче высоконапорного газа условия оптимальности могут приобрести более простой вид, что и было при получении условия (4.1). Но качественное изменение условия оптимальности не может иметь место, как это получено в [1], так как условие $\lambda_1 = 1$ для оптимальной ступени дифференциального эжектора в той работе отсутствует. Следовательно, в [1] при предельном переходе допущена некорректность. Далее показывается, в чем она состояла.

Прежде всего заметим, что вместо уравнения (2.2), которое в обозначениях [1] имеет вид

$$(1 + n + \delta n)z(\lambda_m) = (1 + n)z(\lambda_1) + \delta n z(\lambda_2),$$

где δn — количество высоконапорного газа, поступающего в элементарную ступень, в [1] фактически использовалось уравнение $\delta[(1 + n)z(\lambda_1)] = \delta n z(\lambda_2)$. Тем самым были исключены такие решения, когда сверхзвуковым потокам на входе в камеру смешения может соответствовать дозвуковое течение смеси газов, образующееся при прохождении смесью газов прямого скачка уплотнения, т. е. рассматривался лишь класс непрерывных функций $\lambda_1(n)$.

Собственно же некорректность заключалась в следующем: в системе (2.1), (2.2) сначала функция давления смеси $p_{0m}(\lambda_1, \lambda_2, n + \delta n)$ разлагалась в ряд по δn:

$$p_{0m}(\lambda_1, \lambda_2, n + \delta n) = p_{0m}(n) + A(\lambda_1, \lambda_2)\delta n + O(\delta n^2),$$

а затем утверждалось, что условия экстремума функции $p_{0m}(\lambda_1, \lambda_2, n + \delta n)$ совпадают с условиями экстремума функции $A(\lambda_1, \lambda_2)$ с точностью порядка δn. В общем случае для произвольной функции такой подход неверен. Это легко заметить на примере функции $y(x, \delta n) = (1 + x\delta n)^2$. Поэтому в каждом конкретном случае правомерность такого подхода необходимо доказывать. Покажем, что именно вследствие такого некорректного предельного перехода было потеряно условие оптимальности каждой ступени эжектора.

Пусть на отрезке $[0, a]$ $(a > 1)$ заданы две ограниченные положительные трижды непрерывно дифференцируемые функции $f(x)$ и $g(x)$, причем

$$g'(1) = f'(1) = 0, \quad g''(1) \neq 0 \neq f''(1). \tag{5.1}$$

И пусть дана функция $\varepsilon(x, y, \delta n)$, которая определена следующей системой уравнений:

$$\varepsilon(x, y, \delta n) = \frac{1 + \delta n}{\left(\frac{1}{g(x)} + \frac{\delta n}{g(y)}\right) g(z)}; \tag{5.2}$$

$$(1 + \delta n) f(z) = f(x) + \delta n f(y) \tag{5.3}$$

(δn — малый параметр). Линии условных экстремумов определяются уравнениями: $\partial\varepsilon(x,\ y,\ \delta n)/\partial x = 0$ при

(5.4)
$$\frac{\varepsilon(x, y, \delta n)}{\left(\frac{1}{g(x)} + \frac{\delta n}{g(y)}\right)}\left(\frac{g'(x)}{g^2(x)} - \frac{g'(z)\, f'(x)}{g^2(z)\, f'(z)}\right) = 0$$

и $\partial\varepsilon(x,\ y,\ \delta n)/\partial y = 0$ при

(5.5)
$$\frac{\varepsilon(x, y, \delta n)}{\left(\frac{1}{g(x)} + \frac{\delta n}{g(y)}\right)}\left(\frac{g'(y)}{g^2(y)} - \frac{g'(z)\, f'(y)}{g^2(z)\, f'(z)}\right) = 0,$$

где значения $\varepsilon(x,\ y,\ \delta n)$ и z находятся из (5.2), (5.3). Из уравнений (5.4), (5.5) вытекает, что линии $x = 1$ и $y = 1$ являются линиями условных экстремумов функции $\varepsilon(x,\ y,\ \delta n)$.

При предельном переходе $\delta n \to 0$ непосредственно в системе (5.2), (5.3) получим

$$\delta\varepsilon(x, y) = \delta n\left[1 \quad \frac{g(x)}{g(y)} - \frac{(f(y) - f(x))}{g(x)}\frac{g'(x)}{f'(x)}\right].$$

Таким образом, чтобы на линии $x = 1$ выполнялось условие $\partial\delta\varepsilon(x,\ y)/$ $/\partial x = 0$, необходимо, чтобы

(5.6)
$$(g'(x)/f'(x))'\,|_{x=1} = 0.$$

Из ограничений (5.1) следует, что в окрестности точки $x = 1$ функции $g(x)$ и $f(x)$ разложимы в ряд

$$g(x) = g_0 + g_2(x-1)^2 + g_3(x-1)^3 + o((x-1)^3),$$
$$f(x) = f_0 + f_2(x-1)^2 + f_3(x-1)^3 + o((x-1)^3).$$

Поэтому равенство (5.6) эквивалентно

(5.7)
$$g_2/g_3 = f_2/f_3.$$

Только в этом случае условные экстремумы функции $\varepsilon(x,\ y,\ \delta n)$ могут быть получены по экстремумам главного члена разложения функции $\varepsilon(x,\ y,\ \delta n)$ по параметру δn. Если $g(x) = q(\lambda)$ и $f(x) = z(\lambda)$, то условие (5.7) не выполняется. Поэтому при предельном переходе $\delta n \to 0$ и произошла потеря условия (4.1) оптимальности каждой ступени дифференциального эжектора.

В заключение заметим, что в случае, когда из учета совместной работы диффузора и эжектора оптимальной является дозвуковая скорость смеси газов на выходе из эжектора $\lambda_{1\text{opt}} < 1$, в [1] в качестве условия оптимальности предлагается на входе в каждый элементарный эжектор обеспечивать именно такое значение приведенной скорости низконапорного газа. Это неверно. Так как диффузор располагается только после заключительной ступени, то приведенную скорость $\lambda_{1\text{opt}}$ необходимо обеспечить только на выходе последней ступени. Поэтому достаточно сделать неоптимальным ($\lambda_1 \neq 1$) процесс смешения лишь в одной или нескольких последних ступенях.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Урюков Б. А.** Теория дифференциального эжектора // ПМТФ.— 1963.— № 5.
2. **Аркадов Ю. К.** Газовый эжектор с соплом, перфорированным продольными щелями // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1968.— № 2.
3. **Аркадов Ю. К.** Исследование газового эжектора с винтовым соплом // Пром. аэродинамика.— 1973.— Вып. 30.
4. **Киселев Б. М.** Расчет одноразмерных газовых течений // ПММ.— 1947.— Т. 11, № 1.

г. Жуковский *Поступила 11/XII 1989 г., в окончательном варианте — 8/VI 1990 г.*