

МОДЕЛИРОВАНИЕ АЭРОДИНАМИЧЕСКОГО ВЫТЯГИВАНИЯ ТОНКОЙ НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОЙ СТРУИ ВЯЗКОУПРУГОЙ ЖИДКОСТИ

Практическое применение задачи аэродинамического вытягивания заключается в использовании ее результатов при разработке технологии аэродинамического формования химических волокон (АФВ). Сущность АФВ заключается в том, что тянущей силой является аэродинамическая сила трения между волокном и воздухом $F_{ar}(x)$, возникающая вследствие использования эжектора, который образует воздушный поток вдоль формируемого волокна. Этот способ формования при производстве нетканых материалов из расплава полимеров позволяет на одной технологической стадии получать волокно и конечный продукт. Впервые задача формования волокна была сформулирована в [1]. Анализ теории процесса формования волокон дан в [2, 3]. Некоторые технологические и физические проблемы АФВ рассмотрены в [4—6]. Воспользоваться известными математическими моделями АФВ [7, 8] не представляется возможным по следующим причинам. Во-первых, используемая расчетная зависимость аэродинамической силы $F_{ar}(x)$ по пути формования при АФВ [7] не соответствует качественному анализу на основе экспериментальных данных по скоростям волокна и воздуха из [4—6]. Во-вторых, применение соотношения для вычисления $F_{ar}(x)$ из [7] приводит к тому, что в точках на пути формования, где равны скорости нити и воздуха, появляются разрывы первого рода функции $F_{ar}(x)$, что приводит к скачкообразному изменению знака и величины аэродинамической силы в этой точке. Это противоречит представлению о непрерывности действующей аэродинамической силы. В [8] не приведено расчетное соотношение для аэродинамической силы при вытягивании с помощью эжектора. Также ранее не рассматривался вопрос о выборе граничных условий для уравнения движения. При АФВ тянущей силой, определяющей в основном движение, является сила взаимодействия струи с сопутствующим потоком воздуха $F_{ar}(x)$. Величина ее зависит от скорости движущейся струи $v(x)$, которая является неизвестной в уравнении движения. Поэтому возникает задача, когда граничное условие зависит от решения уравнения движения. Вследствие этого необходим алгоритм выбора граничных условий для описания движения струи вязкоупругой жидкости. В данной работе предлагается математическая модель аэродинамического вытягивания тонкой струи вязкоупругой жидкости.

Основные уравнения и краевые условия. Баланс сил, действующих на струю при движении, согласно [1, 2], имеет вид

$$(1) \quad F_{rh}(x) = F_{rh}(0) + F_{in}(x) + F_{ar}(x) + F_{gr}(x) - F_{gr}(x),$$

где

$$(2) \quad F_{rh}(x) = p_{xx} S$$

— реологическая сила; $p_{xx} = \mu(T) dv/dx$ — растягивающее напряжение; S — площадь сечения струи; v — скорость движения струи; $\mu(T, dv/dx)$ — вязкость полимера;

$$(3) \quad F_{gr}(x) = \frac{\pi}{4} g \rho \int_0^x D^2 dx$$

— гравитационная сила; g — ускорение свободного падения; ρ — плотность полимера; D — диаметр струи;

$$(4) \quad F_{ar}(x) = \pi \int_0^x \text{sign}(\Delta v) p_{xs} D dx$$

— аэродинамическая сила; $p_{xs} = 0,5 c_f \rho_0 \Delta v^2$ — напряжение сдвига; $c_f = a_c \text{Re}^{-\xi}$ — коэффициент аэродинамического трения; ρ_0 — плотность воздуха; $\Delta v = v - u$ — разность скоростей струи v и воздуха u ; Re — критерий Рейнольдса; a_c и ξ — константы;

$$(5) \quad F_{sf} = \frac{\pi}{2} \sigma (\bar{D}_0 - D);$$

σ — коэффициент поверхностного натяжения; D_0 — диаметр струи при $x = 0$;

$$(6) \quad F_{in} = G(v - v_0)$$

— сила инерции; v_0 — начальная скорость струи;

$$(7) \quad G = \rho v S$$

— уравнение неразрывности; G — расход полимера.

Расчетное соотношение для аэродинамической силы (4) отлично от используемых в [1—3] из-за наличия функции $\text{sign}(\Delta v)$, так как в рассматриваемом случае эта сила является знакопеременной. Для качественного совпадения расчетного значения $F_{ar}(x)$ и экспериментальных данных о скоростях струи и воздуха и обеспечения совпадения направления изменения этих величин в соотношении (4) функция $\text{sign}(\Delta v)$ входит в подынтегральное выражение в отличие от [7].

Зависимость вязкости полимера от температуры, согласно [9], принята в виде

$$(8) \quad \mu = \mu_0 \theta^{-\beta},$$

где μ_0 — вязкость при начальной температуре T_0 ; $\beta \gg 1$; $\theta = (T - T_*) / (T_0 - T_*)$; T_* — температура затвердевания.

Продифференцировав соотношение (1), после подстановки в него (2) — (8) получим уравнение движения струи:

$$(9) \quad \frac{d^2 v}{dx^2} - \left(\frac{1}{v} \frac{dv}{dx} + \frac{\beta \theta^{-1}}{T_0 - T_*} \frac{dT}{dx} + \theta^\beta [A_{in} + A_{sf} v^{-1.5}] \right) \frac{dv}{dx} - \theta^\beta [A_{ar} \text{sign}(v) \Delta v^{0.5(\xi-1)} v^{3-\xi} - A_{gr}] = 0.$$

$$\text{Здесь} \quad A_{ar} = \frac{a_c \rho_0}{\mu_0} \left(\frac{2}{v_0} \right)^{-\xi} \left(\frac{\pi \rho}{G} \right)^{0.5(1+\xi)};$$

$$A_{in} = \rho / \mu_0; \quad A_{gr} = A_{in} g; \quad A_{sf} = \frac{\sigma}{2\mu_0} \sqrt{\frac{\pi \rho}{G}}.$$

Уравнение теплообмена струи и воздуха, согласно [1—3], имеет вид

$$(10) \quad \frac{dT}{dx} = - \frac{\pi \alpha D}{GC} (T - T_s),$$

где $\alpha = \lambda_0 a_n \text{Re}^\gamma / D$ — коэффициент теплоотдачи, вычисляемый из соотношения $\text{Nu} = a_n \text{Re}^\gamma$ [2]; λ_0 — теплопроводность воздуха; C — теплоемкость полимера; T_s — температура воздуха.

Система уравнений (9), (10) является математической моделью движения струи. Нелинейная система обыкновенных дифференциальных уравнений (9), (10) решалась методом Рунге—Кутты четвертого порядка при постоянном шаге.

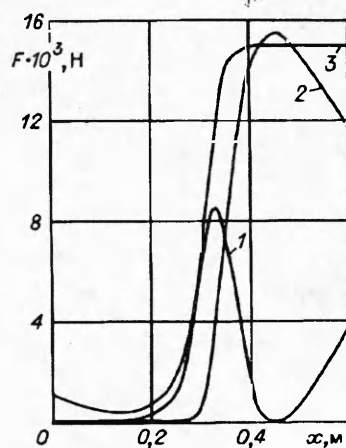


Рис. 1

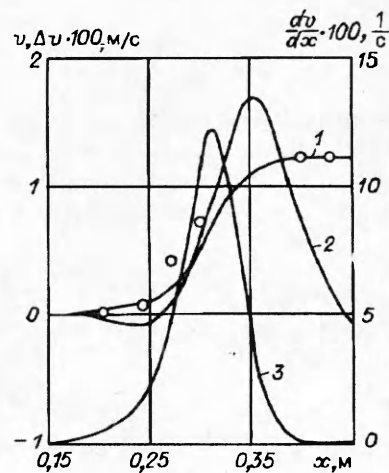


Рис. 2

Для численного моделирования приняты следующие значения параметров процесса по работам [4—6]: радиус фильеры $R_0 = 0,25$ мм, расход $G = 1$ г/мин, эжектор установлен на расстоянии от фильеры $x_0 = 30$ см. Свойства расплава полипропилена взяты в основном из [9]: $\mu_0 = 291$ кг/(м · с), $T_0 = 573$ К, $T_* = 323$ К, $\rho = 800$ кг/м³, $C = 2400$ Дж/(кг · К), $\beta = 8,4$. Для воздуха использовались данные из [10]: плотность $\rho_0 = 1,29$ кг/м³, кинематическая вязкость $\nu_0 = 1,4 \cdot 10^{-7}$ м²/с, теплопроводность $\lambda_0 = 0,04$ Вт/(м · К). Для соотношения (10) приняты константы $a_c = 0,9$ и $\xi = 0,4$ согласно [2], а $a_n = 0,4$ и $\gamma = 0,3$ согласно [6]. Для температуры $T_s(x)$ и скорости воздуха $u(x)$ выбраны экспериментальные функции из [4,5].

Анализ динамики движения. Для численного моделирования на первом этапе начальное значение скорости определялось из уравнения неразрывности (7) по формуле

$$(11) \quad u(0) = 4G/(\pi D_0^2 \rho),$$

а второе граничное условие (градиент скорости $v'(0)$ при $x = 0$) варьировалось так, чтобы «финальная» скорость $u(L)$ изменялась от 25 до 200 м/с.

Для анализа динамики движения струи приведен расчет величин действующих на нее сил по соотношениям (2)—(6). На рис. 1 представлено типичное распределение этих сил по длине формования x ($1 - F_{rh}$, $2 - (-F_{av})$, $3 - F_{in}$). Расчет показал, что величина силы поверхностного натяжения не превышает 6 %, а гравитационной 12 % от максимального значения реологической силы, что свидетельствует о их малости. Наибольший интерес представляет поведение аэродинамической силы, как определяющей движение струи. Функция этой силы от координаты x имеет два локальных экстремума, положение которых соответствует координатам изменения знака разности скоростей воздуха и волокна Δv при $x = 0,26$ и $0,45$ м согласно рис. 2, где $1 - v$, $2 - (-\Delta v)$, $3 - dv/dx$. Это обусловлено тем, что изменение знака подынтегральной функции в соотношении (4) отвечает экстремуму первообразной этой функции, которой в нашем случае является аэродинамическая сила. Изменение силы инерции по координате x монотонно и совпадает качественно с графиком скорости волокна (рис. 2). Поведение сил как функций координаты качественно совпадает с экспериментальными данными, приведенными в [1, 2].

Из результатов моделирования следует, что при «финальной» скорости $u(L) > 50$ м/с для анализа движения струи можно пренебречь вкладом

гравитационной силы и силы поверхностного натяжения, вследствие чего выражение (1) будет иметь вид

$$(12) \quad F_{rh}(x) = F_{rh}(0) + F_{in}(x) + F_{ar}(x);$$

продифференцировав его, получим приближенное уравнение движения струи:

$$(13) \quad F'_{rh}(x) = F'_{in}(x) + F'_{ar}(x)$$

(штрих означает дифференцирование по x). Это соотношение представляет собой баланс сил, действующих на бесконечно малый элемент длины струи dx .

Выбор граничных условий. Численное моделирование позволило определить качественную зависимость реологической силы $F_{rh}(x)$ как функции координаты x , которая приведена на рис. 3 (кривые 1—4 — реологическая сила $F_{rh}(x)$ при $v'_1(0) > v'_2(0) > v'_3(0)$ — индексы 1, 2, 3 соответствуют обозначению кривой, 5 — аэродинамическая сила $F_{ar}(x)$).

Численное моделирование показало, что функция $F_{rh}(x)$ всегда имеет локальный максимум $F_{rh}(x_m)$ и локальный минимум $F_{rh}(x_0)$. В начале струи $F_{rh}(x)$ определяется своим начальным значением $F_{rh}(0)$, затем существует локальный максимум $F_{rh}(x_m)$, после которого обязателен локальный минимум $F_{rh}(x_0)$. Точка минимума $F_{rh}(x_0)$ $x = x_0$ совпадает с точкой максимума $F_{ar}(x_0)$, в которой выполняются условия экстремума для аэродинамической и реологической сил $F'_{ar}(x_0) = 0$ и $F'_{rh}(x_0) = 0$. Вследствие этих условий и уравнения (13) получим, что $F'_{in}(x_0) = 0$. Однако из соотношений для вычисления сил из [2] известно, что $F'_{in}(x) = \rho v F_{rh}(x) / \mu$, откуда вытекает, что реологическая сила в точке x_0 равна нулю: $F_{rh}(x_0) = 0$. Подставляя последнее соотношение в выражение (12), для точки $x = x_0$ получим баланс сил

$$F_{rh}(0) = -[F_{in}(x_0) + F_{ar}(x_0)],$$

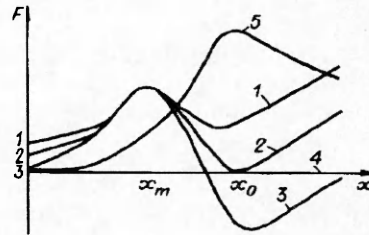
из которого с учетом формулы для расчета реологической силы $F_{rh}(x) = \pi R^2 \mu v'(x)$ имеем выражение для определения градиента скорости в начальной координате $x = 0$:

$$(14) \quad v'(0) = -[F_{in}(x_0) + F_{ar}(x_0)] / (\pi R_0^2 \mu).$$

Значение координаты x_0 определяется из уравнения $\Delta v = v(x) - u(x) = 0$, так как из соотношения (4) следует, что $F'_{ar}(x)$ пропорциональна Δv и вместе с тем в этой точке $F'_{ar}(x_0) = 0$.

Соотношение (14) позволяет из множества функций $F_{rh}(x)$ (кривые 1—3 на рис. 3), получаемых при различных значениях начального градиента $v'(0)$, выбрать такую реологическую силу (кривая 2 на рис. 3), которая соответствует движению струи под действием исключительно аэродинамической силы. Иные функции $F_{rh}(x)$ (кривые 1, 3 на рис. 3) отвечают случаям, когда на струю действует дополнительная внешняя сила натяжения.

Исходя из проведенного анализа предлагается путь струи $[0, L]$ разбить на два интервала по координате. При расчете движения на первом интервале $[0, x_0]$ второе граничное условие выбирается согласно соотношениям (11) и (14) численно (итерационной процедурой). Граничными условиями на втором интервале $[x_0, L]$ являются конечная скорость первого интервала $v(x_0)$ и градиент скорости, равный нулю в этой же точке x_0 . Реологическая сила, рассчитанная таким способом, приведена на рис. 3 (кривая 4).



Р и с. 3

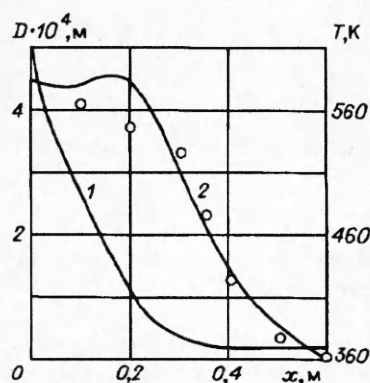


Рис. 4

риментальные данные из [4—6]. Получено удовлетворительное совпадение результатов расчета, проведенного по предлагаемой математической модели, и эксперимента, что свидетельствует об адекватности предложенной математической модели.

При предложенном выборе граничных условий возможен расчет параметров струи при различных условиях ее движения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Kase S., Matsuo T. Studies on melt spinning. 1. Fundamental equations on the dynamics of melt spinning // J. Polymer Sci. — 1965. — V. A3, N 7.
2. Зябицкий А. Теоретические основы формования волокон. — М.: Химия, 1979.
3. Чанг Дей Хан. Реология в процессах переработки полимеров. — М.: Химия, 1979.
4. Генис А.В., Фильберт Д.В., Синдеев А.А. Аэродинамическое формование волокон из расплава // Хим. волокно. — 1978. — № 1. — С. 7—10.
5. Генис А.В., Фильберт Д.В., Синдеев А.А. Баланс сил при аэродинамическом формировании нитей из расплава полипропилена // Хим. волокно. — 1978. — № 3. — С. 27—29.
6. Генис А.В., Фильберт Д.В., Синдеев А.А., Коровицын О.Г. Охлаждение нити при аэродинамическом формировании нитей из расплава полимера // Хим. волокно. — 1978. — № 5. — С. 30—32.
7. Жиганов Н.К., Янков В.И., Алексеев Е.И., Генис А.В. Математическая модель аэродинамического способа формования волокон из расплавов полимеров // Хим. волокно. — 1988. — № 4. — С. 18—20.
8. Елисеев В.И., Флеер Л.А. Сопряженная задача аэродинамического вытягивания струй нагретой вязкой жидкости // ПМТФ. — 1988. — № 6. — С. 148—153.
9. Иванюков Д.В., Фридман М.Л. Полипропилен. — М.: Химия, 1974.
10. Таблицы физических величин. Справочник. — М.: Атомиздат, 1976.

г. Тверь

Поступила 15/VI 1993 г.

УДК 624.539.4

А.Г. Иванов

ДИНАМИЧЕСКОЕ РАЗРУШЕНИЕ И МАСШТАБНЫЕ ЭФФЕКТЫ (обзор)

1. Введение. Фундаментальным достижением линейной механики разрушения (ЛМР), основанной на идее Гриффитса об условии перехода трещины в неустойчивое состояние, явилось признание факта: разрушение (разделение

© А.Г. Иванов, 1994