УДК 532.5

РАСЧЕТ КОНВЕКТИВНОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ В СЛОЕ ЖИДКОСТИ ПРИ НАЛИЧИИ НАКЛОННОГО ГРАДИЕНТА ТЕМПЕРАТУРЫ

Д. Незар, С. Рахал

Университет Хадж Лахдар, 05000 Батна, Алжир
E-mails: dnezar_lab@yahoo.fr, rahal.samir16@gmail.com

Проведено численное трехмерное моделирование конвективной неустойчивости в горизонтальном слое жидкости (силиконовое масло с числом Прандтля $\mathrm{Pr} = 102$) со свободной поверхностью при наличии наклонного градиента температуры. Для слоев жидкости различной толщины изучено влияние гравитационных и термокапиллярных сил на формирование конвективных моделей. Показано, что полученные численные результаты хорошо согласуются с известными экспериментальными данными.

Ключевые слова: конвективная неустойчивость Бенара — Марангони, гравитационная сила, термокапиллярные силы, структуры, вычислительная гидродинамика.

DOI: 10.15372/PMTF20160309

Введение. В настоящее время конвективная неустойчивость Бенара — Марангони широко применяется в таких процессах, как выращивание кристаллов, нанесение пленочного покрытия, в экспериментах с жидкостями в условиях низкой гравитации. Исследования эффекта Бенара — Марангони проводились для изучения возникновения конвекции, образования структур и их динамики, задач хаоса и турбулентности и т. д. [1]. При конвективной неустойчивости Бенара — Марангони на возникающий слой жидкости со свободной поверхностью оказывает влияние изменение температуры в вертикальном направлении. Слой жидкости нагревается снизу и охлаждается сверху, вследствие чего возникают силы плавучести и поверхностного натяжения. При наличии конвекции, когда градиент температуры достигает критического значения, образуются структуры в виде многоугольных ячеек. В работе [2] приведены результаты исследований термокапиллярной конвекции Бенара, выполненные до 2002 г. В [3] термокапиллярная конвекция изучалась экспериментально.

В [4] численно исследовалось влияние чисел Прандтля и Био на волновое число, а также на структуру и размер областей устойчивости при конвекции Бенара — Марангони, возникающей в испаряющейся жидкости. В [5] численно изучалось влияние на течение чисел Прандтля и Био, параметра капиллярности и нелинейного профиля температуры.

В [6] экспериментально исследовались динамические структуры при конвекции Бенара — Марангони, рассматривалось влияние на течение коэффициента сжатия, чисел Рэлея, Био и Прандтля при проведении экспериментов на малых и средних установках. С использованием метода интерферометрии и полей температуры, найденных с помощью инфракрасной термографии, визуализированы поля деформации. Обнаружено, что при увеличении числа Био скорость течения увеличивается, а при увеличении числа Прандтля — уменьшается. В [7] при тех же геометрических параметрах экспериментально изучались динамические режимы конвективного течения Бенара — Марангони при заданном значении числа Прандтля и значениях числа Марангони $\mathrm{Ma} = 148 \div 3636$. Для определения различных динамических режимов использовались спектральный метод Фурье и автокорреляционная функция. При увеличении числа Марангони последовательно возникают монопериодическое, бипериодические и хаотические состояния. Также определялась корреляционная размерность странных аттракторов при хаотическом режиме.

Одновременное влияние на течение горизонтального и вертикального градиентов температуры, результатом которого является наклонный градиент, встречается во многих приложениях, таких как метод выращивания кристаллов и метод зонной плавки [8]. Влияние наклонного градиента температуры на термокапиллярное течение жидкости теоретически исследовалось в [9]. С использованием результатов линейного анализа устойчивости и нелинейного моделирования обнаружены наклонные бегущие волны. В [8, 9] с помощью трехмерного численного моделирования изучались конвективные режимы и были обнаружены структуры в виде шестиугольных и четырехугольных ячеек. Экспериментальное исследование конвективного течения Бенара — Марангони при наличии наклонного градиента температуры проводилось в [10]. В [11] на вертикальном ударном стенде исследовалось влияние гравитации на конвективное течение Марангони в слое жидкости малой толщины при наличии наклонного градиента температуры. В наземных экспериментах при различных значениях “горизонтального” и “вертикального” чисел Марангони обнаружено несколько структур: конвекция Бенара — Марангони, плавающие ячейки Бенара, спиралевидные потоки и горизонтальная циркуляция. В [12] с использованием энергетического метода анализировалось конвективное течение вязкоупругой жидкости в тонком горизонтальном слое при наличии наклонного градиента температуры в предположении, что границы являются жесткими и абсолютно проводимыми, выполнен линейный и нелинейный анализ устойчивости, с помощью итерационного метода Чебышева решалась задача на собственные значения и проведено сравнение результатов, полученных с использованием линейной теории и энергетического метода.

В [13] исследовалось влияние горизонтальной компоненты градиента температуры на нелинейный режим колебаний конвективного течения Марангони в симметричной трехслойной системе. Также изучен переход одного режима в другой. В [14] численно исследовалось влияние чисел Прандтля $\mathrm{Pr} = 0{,}026 \div 1{,}000$, соответствующих жидким металлам, на конвективное течение, а также неустойчивость течения в горизонтальном слое жидкости при наличии наклонного градиента температуры. Слой жидкости располагался между двумя жесткими горизонтальными стенками, на которые воздействовал вертикальный градиент температуры. В [15] экспериментально исследовался переход от нестационарного течения к хаосу при наличии термокапиллярной конвекции в прямоугольном бассейне, заполненном силиконовым маслом, при различных динамических состояниях и температуре стенок бассейна $273 \div 316$ K. Критерии перехода от неустановившегося течения к хаосу получены с использованием теории подобия. При различных экспериментальных условиях обнаружены периодический режим и дорожки Фейгенбаума и установлена зависимость частоты колебаний от числа Марангони. Аналогичное исследование выполнено в [16].

В настоящей работе проводилось численное моделирование структуры конвективного течения Бенара — Марангони в тонком слое силиконового масла при наличии наклонного градиента температуры с использованием пакета Fluent-CFD. Кроме того, результаты численных расчетов сравнивались с известными экспериментальными данными для тех же граничных условий.

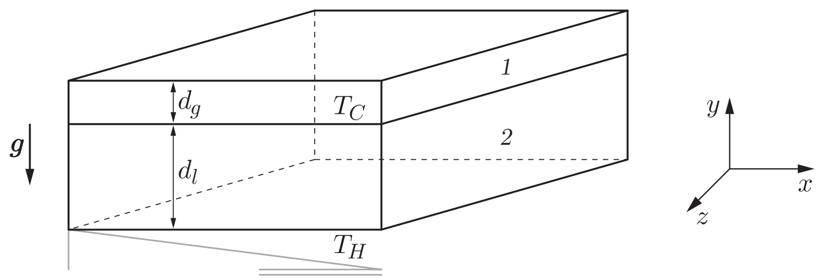

Рис. 1. Схема области течения:
1 — воздух, *2* — силиконовое масло

1. Численное моделирование. Рассмотрим конвектиное течение в замкнутом объеме размером 0,135×0,135×0,100 м жидкого силиконового масла (толщина слоя d_l, $\mathrm{Pr} = 102$) (рис. 1). Снизу слой поддерживается при температуре T_H, сверху охлаждается слоем воздуха толщиной d_g до температуры T_C. Полагается, что поверхность жидкости горизонтальна и слои масла и воздуха не перемешиваются. Общая толщина составляет $d = d_l + d_g$. Жидкий слой подвержен влиянию горизонтального градиента температуры 0,019 К/м. Другие стенки считаются адиабатическими.

Силиконовое масло при температуре 298 K имеет следующие теплофизические свойства: плотность $\rho_0 = 935$ кг/м^3, кинематическая вязкость $\nu = 10^{-5}$ м^2/с, динамическая вязкость $\eta = 9{,}35 \cdot 10^{-3}$ кг/(м $\cdot$ с), теплопроводность $k = 0{,}13$ В/(м $\cdot$ с), теплоемкость $C_p = 1430$ Дж/(кг $\cdot$ К), температуропроводность $\chi = 9{,}77 \cdot 10^{-8}$ м^2/с, число Прандтля $\mathrm{Pr} = 102$, коэффициент теплового расширения $\beta = 1{,}08 \cdot 10^{-3}$ К$^{-1}$.

2. Математическая и численная модели. С использованием однослойной модели численно решается трехмерная задача о течении слоя силиконового масла при наличии наклонного градиента температуры [17]. Поток полагается ламинарным, свободная поверхность — плоской. Задача описывается связанными уравнениями Навье — Стокса для несжимаемой жидкости и уравнением теплопроводности в слое жидкости с соответствующими начальными и граничными условиями на стенках и свободной поверхности. Система дифференциальных уравнений включает следующие уравнения:

— уравнение неразрывности

$$\nabla \cdot \boldsymbol{V} = 0;$$

— уравнение импульса

$$\rho_0 \Big(\frac{\partial \boldsymbol{V}}{\partial t} + (\boldsymbol{V} \cdot \nabla) \boldsymbol{V} \Big) = -\nabla P + \eta \, \Delta \boldsymbol{V} + \rho_0 \beta (T - T_0) \boldsymbol{g};$$

— уравнение теплопроводности

$$\rho_0 C_P \Big(\frac{\partial T}{\partial t} + (\boldsymbol{V} \cdot \nabla) T \Big) = \nabla \cdot (k \nabla T).$$

Слой жидкости считается покоящимся при температуре окружающей среды T_0. На жестких стенках задаются граничное условие непроскальзывания

$$\boldsymbol{V} = \boldsymbol{0} \quad \text{при} \quad y = 0,\ 0 \leqslant x \leqslant L,\ 0 \leqslant z \leqslant L, \quad z = 0, L,\ 0 \leqslant x \leqslant L,\ 0 \leqslant y \leqslant d_l,$$
$$x = 0, L,\ 0 \leqslant z \leqslant L,\ 0 \leqslant y \leqslant d_l,$$

условие непроникания

$$\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{n} = 0 \quad \text{при} \quad Y = d_l,\ 0 \leqslant x \leqslant L,\ 0 \leqslant z \leqslant L$$

и условие Марангони на свободной поверхности

$$\eta \frac{\partial V_x}{\partial y} = \sigma' \frac{\partial T}{\partial x}, \qquad \eta \frac{\partial V_Z}{\partial y} = \sigma' \frac{\partial T}{\partial z}.$$

Для уравнения теплопроводности ставятся следующие граничные условия:

— на боковых стенках

$$T = T_H \quad \text{при} \quad y = 0,\ 0 \leqslant x \leqslant L,\ 0 \leqslant z \leqslant L,$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} = 0{,}019\ \text{К/м} \quad \text{при} \quad 0 \leqslant y \leqslant d_l,\ 0 \leqslant z \leqslant L,$$

$$\frac{\partial T}{\partial n} = 0 \quad \text{при} \quad z = 0, L, \quad 0 \leqslant x \leqslant L, \quad 0 \leqslant y \leqslant d_l,$$

— условие теплопередачи через границу жидкость — воздух

$$k_l \frac{\partial T}{\partial y} = -\frac{k_g}{d_g}(T - T_0) \quad \text{при} \quad y = d_l,\ 0 \leqslant x \leqslant L,\ 0 \leqslant z \leqslant L.$$

В данной задаче рассматриваются два типа сил: сила Архимеда и термокапиллярная сила $\sigma' = \|d\sigma/dT\|$ ($\sigma(T) = \sigma_0 - \sigma'(T - T_0)$ — поверхностное натяжение жидкости), возникающая вследствие зависимости поверхностного натяжения от температуры. Эти силы характеризуются безразмерными числами Рэлея и Марангони соответственно:

$$\text{Ra} = \frac{g\beta\Delta T d^3}{\nu\chi}, \qquad \text{Ma} = \frac{\sigma'\Delta T d}{\eta\chi}.$$

При описании течения внутри объема используется динамическое число Бонда Bd = Ra / Ma, соответствующее соотношению силы Архимеда и термокапиллярной силы. Для учета геометрии и свойств среды (жидкости или газа) используются следующие безразмерные параметры [10, 16]: $\Gamma = \sqrt{A}/d$ — геометрический параметр, $\text{Pr} = \nu/\chi$ — число Прандтля, $\text{Bi} = k_g d_l/(k_l d_g)$ — число Био.

Поток полагается ламинарным, свободная поверхность — плоской. Используется приближение Буссинеска, для дискретизации уравнений движения и теплопроводности — схема второго порядка вверх по потоку. Для решения связанной задачи давление — скорость применялся SIMPLE-алгоритм (полунеявный метод) [18]. С помощью пакета Gambit строится однородная сетка в виде параллелепипеда. Для того чтобы оценить точность решения, использовались сетки с различным размером и количеством (500 000, 1 000 000, 3 000 000) ячеек.

В экспериментах, проведенных в настоящей работе, выбрана оптимальная для вычислений сетка, содержащая приблизительно 1 000 000 ячеек размером $4{,}55 \cdot 10^{-11}$ м^3.

3. Результаты исследования и их обсуждение. Сравнение некоторых полученных результатов с экспериментальными данными [16] показало, что они хорошо согласуются. На рис. 2 показаны структуры течения при различной толщине слоя силиконового масла с учетом эффекта Бенара — Марангони и градиента температуры. Как и предполагалось, с увеличением толщины слоя размер ячеек увеличивается. Также при увеличении толщины слоя силиконового масла ($d = 0{,}0017$; $0{,}0025$; $0{,}0029$ м) увеличиваются число Марангони ($\text{Ma}_v = 733{,}97$; $1079{,}37$; $1252{,}07$) и число Рэлея ($\text{Ra} = 106{,}920$; $982{,}757$; $1533{,}980$). Динамическое число Бонда пропорционально толщине слоя силиконового масла. Чтобы оценить влияние плавучести на зависимость термокапиллярных сил от числа Бонда Bd для указанных выше значений толщины слоя силиконового масла выбраны значения Bd = 0,42; 0,91; 1,22 соответственно. При увеличении толщины слоя ячейки Бенара — Марангони вытягиваются в направлении термокапиллярного движения. На рис. 3

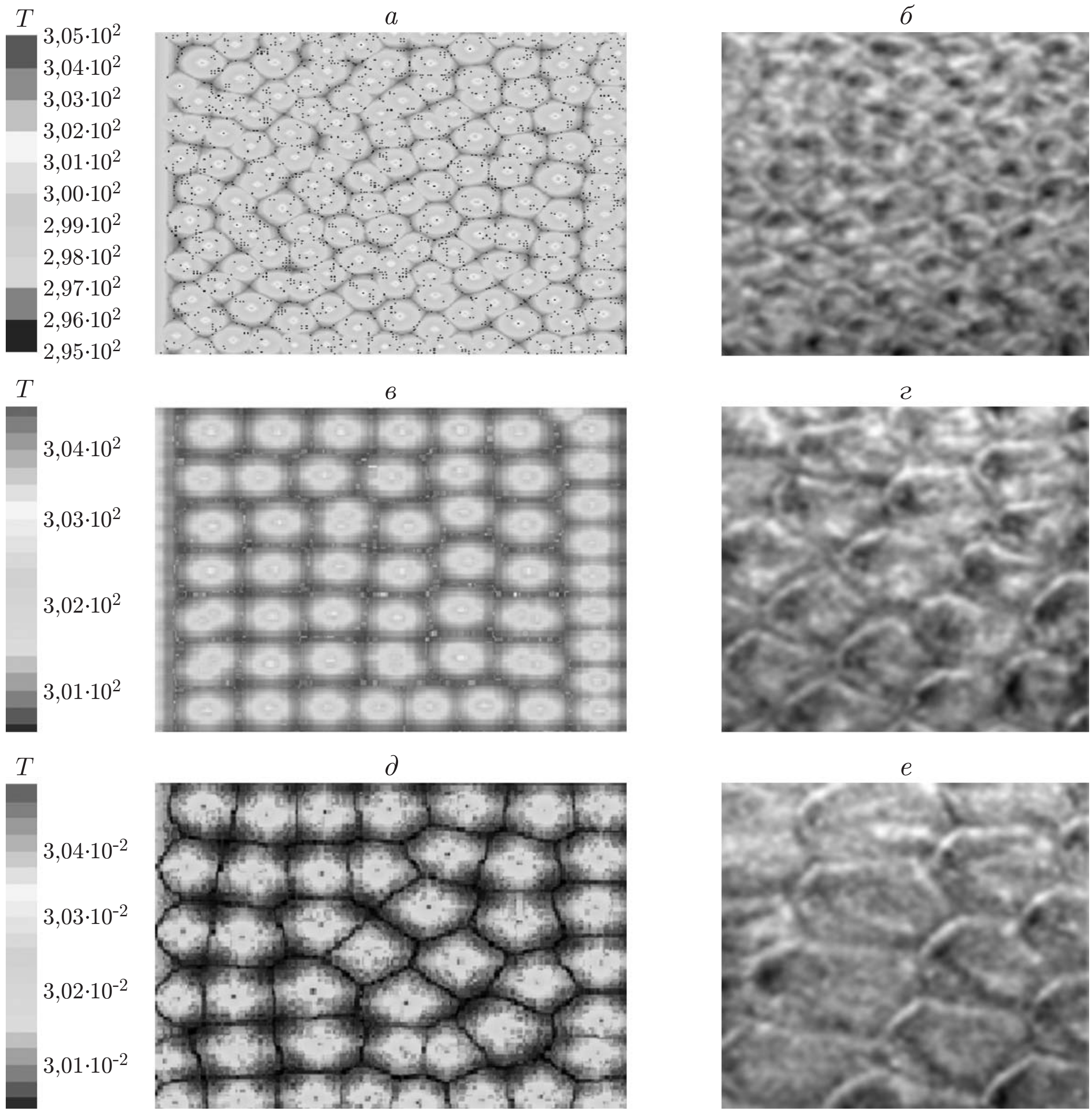

Рис. 2. Структуры конвективного течения Бенара — Марангони при наличии градиента температуры и различной толщине слоя жидкости:
а, в, д — численное моделирование, *б, г, е* — эксперимент [16]; *а, б* — $d_l = 0{,}0017$ м, *в, г* — $d_l = 0{,}0025$ м, *д, е* — $d_l = 0{,}0029$ м

показано, что влияние "горизонтального" числа Ma_h на течение более существенно, чем влияние "вертикального" числа Ma_v, вследствие чего ячейки движутся в направлении горизонтального градиента температуры, образуя параллельные линии, расположенные на одинаковом расстоянии друг от друга [10–16]. На рис. 3 также показано, что когда размер ячейки в продольном направлении становится равным горизонтальному размеру слоя, появляется новая структура течения.

На рис. 4 приведена зависимость скорости дрейфа ячеек Бенара — Марангони от толщины слоя жидкости, полученная при постоянных значениях вертикального и горизонтального градиентов температуры.

Заключение. В работе представлены результаты численного моделирования конвективной неустойчивости в силиконовом масле при различной толщине слоя и наличии

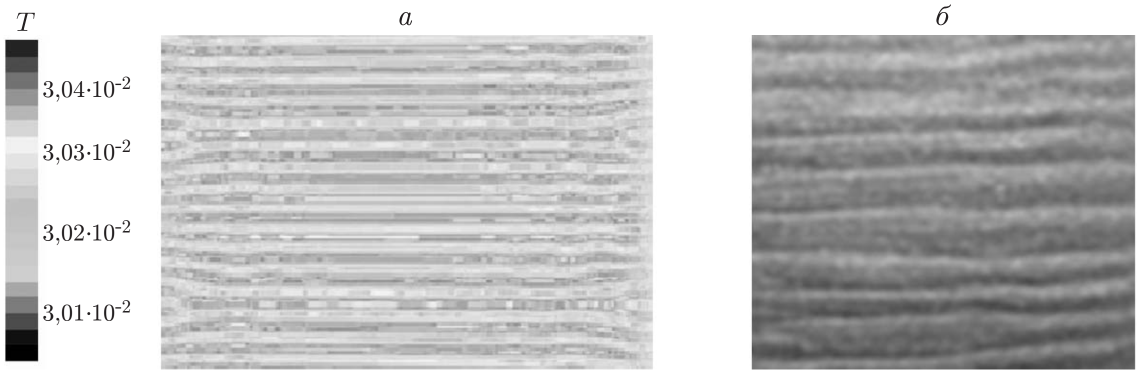

Рис. 3. Структура конвективного течения Бенара — Марангони с образованием горизонтальных полос при $d_l = 0{,}0032$ м, $\mathrm{Ma}_v = 1381{,}59$, $\mathrm{Ra} = 2061$, $\mathrm{Bd} = 1{,}49$ и наличии градиента температуры:
а — численное моделирование, *б* — эксперимент [16]

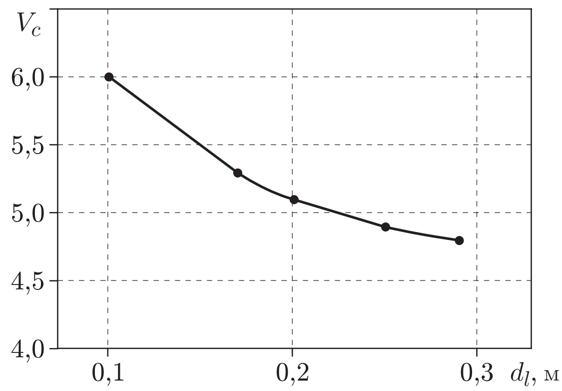

Рис. 4. Зависимость скорости дрейфа ячеек Бенара — Марангони от толщины слоя жидкости при постоянных значениях вертикального и горизонтального градиентов температуры

наклонного градиента. Изучалось влияние на течение сил плавучести и поверхностного натяжения.

При наличии градиента температуры в вертикальном направлении и достижении его критических значений (толщина слоя $d_l = 0{,}0017$; 0,0025; 0,0029 м) возникают структуры в виде ячеек Бенара — Марангони.

При увеличении толщины (0,0032 м $< d_l <$ 0,0035 м) слоя жидкости структура течения меняется и возникают продольные полосы.

Проведенное сравнение полученных результатов с данными эксперимента [16] показало, что они хорошо согласуются.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Lappa M.** Thermal convection: patterns, evolution and stability. Hoboken: John Wiley and Sons, 2010. DOI: 10.1002/9780470749982.
2. **Schatz M. F., Neitzel G. P.** Experiments on thermocapillary instabilities // Annu. Rev. Fluid Mech. 2001. V. 33. P. 93–127.
3. **Nepomnyashchy A. A.** Interfacial phenomena and convection / A. A. Nepomnyashchy, M. G. Velarde, P. Colinet. Boca Raton: Chapman and Hall: CRC, 2002.

4. **Merkt D., Bestehorn M.** Bénard — Marangoni convection in a strongly evaporating fluid // Physica. D. 2003. V. 185. P. 196–208.
5. **Chiang K. T.** Effect of a non-uniform basic temperature gradient on the onset of Bénard — Marangoni convection: stationary and oscillatory analyses // Intern. Comm. Heat Mass Transfer. 2005. V. 32. P. 192–203.
6. **Rahal S., Cerisier P., Azuma H.** Bénard — Marangoni convection in a small circular container: influence of the Biot and Prandtl numbers on pattern dynamics and free surface deformation // Exp. Fluids. 2007. V. 43. P. 547–554.
7. **Rahal S., Cerisier P., Abid C.** Transition to chaos via the quasi-periodicity and characterization of attractors in confined Bénard — Marangoni convection // Europ. Phys. J. B. 2007. V. 59. P. 509–518.
8. **Nepomnyashchy A. A., Simanovskii I. B., Braverman L. M.** Stability of thermocapillary flows with inclined temperature gradient // J. Fluid Mech. 2001. V. 442. P. 141–151.
9. **Shklyaev O. E., Nepomnyashchy A. A.** Thermocapillary flows under an inclined temperature gradient // J. Fluid Mech. 2004. V. 504. P. 99.
10. **Ueno I., Kurosawa T., Kawamura H.** Thermocapillary convection in thin liquid layer with temperature gradient inclined to free surface // Heat Transfer. 2002. N 2. P. 129–133.
11. **Takafumi K., Kawamura Hiroshi U.** The influence of gravity on Marangoni convection in a thin liquid layer with a temperature gradient inclined to the free surface // J. Nihon Kikai Gakkai Kanto Shibu Sokai Koen Ronbunshu. 2002. V. 8. P. 555–556.
12. **Kaloni P. N., Lou J. X.** Nonlinear convection of a viscoelastic fluid with inclined temperature gradient // Phys. Rev. E. 2006. V. 73. 066310.
13. **Simanovskii I., Nepomnyashchy A., Shevtsova V., et al.** Nonlinear Marangoni convection with the inclined temperature gradient in multilayer systems // Phys. Rev. E. 2006. V. 73. 066310.
14. **Ortiz-Pérez A. S., Dávalos-Orozco L. A.** Convection in a horizontal fluid layer under an inclined temperature gradient // J. Phys. Fluids. 2011. V. 23. 084107.
15. **Peng Zhu, Li Duan, Qi Kang.** Transition to chaos in thermo capillary convection // Intern. J. Heat Mass Transfer. 2013. V. 57. P. 457–464.
16. **Mizev A. I., Schwabe D.** Convective instabilities in liquid layers with free upper surface under the action of an inclined temperature gradient // Phys. Fluids. 2009. V. 21. 112102.
17. **Medale M., Cochelin B.** A parallel computer implementation of the asymptotic numerical method to study thermal convection instabilities // J. Comput. Phys. 2009. V. 228. P. 8249–8262.
18. **Patankar S. V.** Numerical heat transfer and fluid flow. Washington: Hemisphere, 1980.

Поступила в редакцию 9/I 2014 г.,
в окончательном варианте — 3/VI 2015 г.