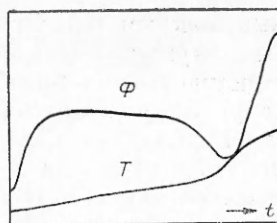


Рис. 4. Типичный вид показаний фотоприемника и термопары.



характеристиками, меняющимися в ходе химической реакции ( $t_i$ ). При больших  $q_s$ ,  $t_{i0}/t_i \approx 1$ , с уменьшением  $q$  это отношение растет (для  $q_s = 46 \text{ Вт/см}^2$ ,  $t_{i0} = 2,1 t_i$ ). Критическая величина теплового потока при переменных  $\sigma$  и  $f$  меньше.

На рис. 3 показана динамика температуры, глубины превращения и потока, пропущенного пленкой в ходе процесса воспламенения. Видно, что наиболее существенное изменение поглощенного потока происходит на стадии, когда скорость химической реакции, а следовательно, выгорание существенны.

Иллюстрацией изменения оптических характеристик в ходе реакции могут служить экспериментальные кривые на рис. 4. В эксперименте на поверхность пленки подавался лучистый поток, который, проходя через пленку, ослаблялся, что фиксировал фотоприемник, расположенный у тыльной поверхности. Момент воспламенения определялся по показаниям термопары, помещенной над поверхностью пленки. Изменения проводились по методике [7]. Видно, что с повышением температуры излучение поглощается все более активно вследствие разложения вещества. Минимум величины пропущенного потока соответствует завершению реакции. Это качественно согласуется с кривыми 1—3 рис. 3. Дальнейший рост  $\Phi$  соответствует разрушению пленки.

В заключение отметим, что обратная связь между тепловыми источниками нехимической и химической природы в данном случае есть следствие концентрационной, но не температурной зависимости физических параметров, в отличие от ситуаций, рассмотренных в [8].

Авторы благодарны В. П. Марусину за помощь в работе, В. Н. Кумоку — за ценное обсуждение.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Виллюнов В. Н. Теория зажигания конденсированных веществ.— Новосибирск: Наука, 1984.
2. Поль Р. В. Оптика и атомная физика.— М.: Наука, 1966.
3. Виноградов Б. А., Копылов В. Б. Лазерная резка неметаллических материалов.— Л.: Энергия, 1987.
4. Франк-Каменецкий Д. А. Диффузия и теплопередача в химической кинетике.— М.: Наука, 1987.
5. Лик И. Г. ФГВ, 1980, 16, 1, 133.
6. Техническая энциклопедия.— М.: Советская энциклопедия, 1927.
7. Похил П. Ф., Мальцев В. М., Зайцев В. М. Методы исследования процессов горения и детонации.— М.: Наука, 1969.
8. Мержанов А. Г., Руманов Э. Н. УФН, 1987, 151, 4, 553.

г. Томск

Поступила в редакцию 17/X 1988,  
после доработки — 19/XII 1988

УДК 536.46

А. М. Гришин, Е. Е. Зеленский, С. В. Шевелев

### ДВУМЕРНАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ФРОНТА ВЕРХОВОГО ЛЕСНОГО ПОЖАРА

Крупный лесной пожар в общем случае представляет собой сложное нестационарное, неоднородное аэротермохимическое явление [1—3]. Однако при достаточно сильном ветре в так называемых продуваемых лесных массивах [2, 3] реализуется стационарный режим горения с ярко

выраженным однонаправленным конвективным переносом тепла и массы — вершинный верховой пожар [3]. При этом свободная конвекция и радиационный теплообмен, согласно расчетам задачи в полной постановке [4, 5], играют второстепенную роль. В [4—9] на основе упрощенной одномерной математической модели теоретически изучены структура фронта верхового пожара, влияние скорости ветра, запаса лесных горючих материалов (ЛГМ) и влагосодержания ЛГМ на стационарную скорость горения.

В работах [10, 11] в приближении бесконечно тонких зон реакции горения и пиролиза ЛГМ исследована линейная устойчивость стационарного фронта верхового пожара для предельных случаев коротко- и длинноволновых возмущений. Получены предельные условия прекращения стационарного горения, найденные ранее в [4—8] численно и приближенно аналитически в [9].

В данной работе на основе линейного анализа устойчивости распространения фронта верхового пожара в горизонтальной плоскости построены границы области двумерной экспоненциальной неустойчивости для возмущений с произвольной длиной волны и выявлено влияние определяющих параметров на положение границ. С помощью численного решения соответствующей нелинейной краевой задачи обнаружены режимы распространения фронта пожара с аномальным искривлением передней кромки выгоревшей зоны ЛГМ и дано физическое истолкование этого явления. Проведено сравнение результатов аналитического и численного исследований двумерной неустойчивости фронта пожара.

### Постановка задачи

Используя малость высоты полога леса  $h$  по сравнению с другими характерными размерами лесного массива, осредним систему уравнений переноса массы, импульса и энергии по высоте полога [4, 6] и рассмотрим устойчивость фронта пожара в горизонтальной плоскости  $x, y$  (на подстилающей поверхности). Ось  $x$  совпадает с направлением скорости ветра.

С учетом основных допущений работ [3—9] получим следующую систему уравнений:

$$d \frac{\partial T}{\partial t} + \rho_5 c_{p5} u \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) - q_2 R_2 + q_3 R_3 + q_5 R_5 - \frac{\alpha}{h} (T - T_\infty), \quad (1)$$

$$\rho_5 \left( \frac{\partial c_\alpha}{\partial t} + u \frac{\partial c_\alpha}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left( \rho_5 D \frac{\partial c_\alpha}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \rho_5 D \frac{\partial c_\alpha}{\partial y} \right) + R_{5\alpha} - c_\alpha Q - \frac{\alpha}{c_{p5} h} (c_\alpha - c_{\alpha\infty}), \quad (2)$$

$$\rho_i \frac{\partial \varphi_i}{\partial t} = F_i, \quad (3)$$

$$\rho_5 = \frac{\rho_\infty T_\infty M_\infty^{-1}}{T \sum_{\alpha=1}^4 c_\alpha / M_\alpha}, \quad (4)$$

$$d = \rho_5 c_{p5} + \sum_{i=1}^4 \rho_i c_{pi} \varphi_i, \quad Q = (1 - \alpha_C) R_1 + R_2 + \frac{M_C}{M_1} R_3,$$

$$F_1 = -R_1, \quad F_2 = -R_2, \quad F_3 = \alpha_C R_1 - \frac{M_C}{M_1} R_3, \quad F_4 = 0,$$

$$R_1 = k_1 \rho_1 \varphi_1 \exp\left(-\frac{E_1}{RT}\right), \quad R_2 = k_2 \rho_2 \varphi_2 T^{-0,5} \exp\left(-\frac{E_2}{RT}\right),$$

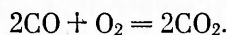
$$R_3 = k_3 \rho_5 \varphi_3 s c_1 \exp\left(-\frac{E_3}{RT}\right), \quad R_{31} = -R_3 - \frac{M_1}{2M_2} R_5,$$

$$R_{52} = (1 - \alpha_c) v_r R_1 - R_5, \quad R_{53} = 0,$$

$$R_5 = k_5 M_2 \left(\frac{c_1 M}{M_1}\right)^{0,25} \frac{c_2 M}{M_2} T^{-2,25} \exp\left(-\frac{E_5}{RT}\right),$$

где  $\rho_i$ ,  $c_{pi}$ ,  $\varphi_i$  — плотность, теплоемкость и объемная доля  $i$ -й фазы;  $u$  — равновесная скорость ветра;  $T$ ,  $c_a$  — температура и массовая концентрация компонентов газовой фазы;  $q_i$ ,  $E_i$ ,  $k_i$ ,  $R_i$  — тепловой эффект, энергия активации, предэкспонент и массовая скорость образования  $i$ -й фазы;  $R_{5\alpha}$  — массовая скорость образования компонентов газовой фазы;  $\lambda$ ,  $D$  — коэффициенты турбулентной теплопроводности и диффузии;  $\alpha$  — коэффициент теплообмена;  $M_\alpha$ ,  $M_c$ ,  $M$  — молекулярные массы компонентов, углерода и смеси в целом;  $\alpha_c$ ,  $v_r$  — коксовое число ЛГМ и массовая доля горючего газа в общей массе летучих продуктов пиролиза ЛГМ. Индексы  $i = 1 \div 5$  относятся к ЛГМ, воде в жидкокапельном состоянии, коксу, золе и газовой фазе соответственно; индексы  $\alpha = 1 \div 4$  обозначают соответственно кислород, летучие горючие продукты пиролиза, продукты реакции горения летучих и инертные компоненты газовой фазы.

При записи (1)–(4) для упрощения кинетической схемы летучие горючие продукты пиролиза считались одним эффективным газом типа CO (как наиболее представительным) и рассматривалась одна эффективная реакция горения [8]



В соответствии с результатами работ [4–9] течение считалось изобарическим. В предположении слабого влияния пожара на гидродинамику процесса использовалось понятие равновесной скорости ветра [6]. Обоснование этого допущения для верховых пожаров дано в [4].

#### Математическая постановка задачи устойчивости

Для упрощения анализа устойчивости сделаем следующие допущения:

- 1) процессы пиролиза ЛГМ и испарения влаги будем моделировать одной эффективной эндотермической реакцией с массовой скоростью  $R_n$ ;
- 2) толщины зон пиролиза и горения летучих продуктов пиролиза малы по сравнению с расстоянием  $l$  между ними;
- 3) относительно слабой (степенной) зависимостью скоростей реакций пиролиза и горения от объемных долей фаз, а также концентраций компонентов можно пренебречь по сравнению с сильной (экспоненциальной) зависимостью этих величин от температуры;
- 4) вклад тепловыделения от догорания кокса в общий баланс энергии мал по сравнению с тепловыделением при сгорании летучих продуктов пиролиза;
- 5) концентрация газообразного горючего продукта пиролиза за фронтом пожара равна нулю;
- 6) скорость распространения возмущенного фронта пожара  $\omega$  квазистационарна;
- 7) плотность газа и объемные доли различных фаз являются кусочно-постоянными функциями координаты  $x$ ;
- 8) эффективные коэффициенты переноса постоянны.

Таким образом, получим упрощенную структуру фронта пожара, показанную на рис. 1. Начало подвижной системы координат связано с бесконечно тонкой зоной горения.

Исследование устойчивости с учетом трехфронтной структуры пожара (испарение — пиролиз — горение) представляет значительные математические трудности. Поэтому процесс испарения, идущий с поглощением тепла, и термонеutralный процесс пиролиза в первом приближении

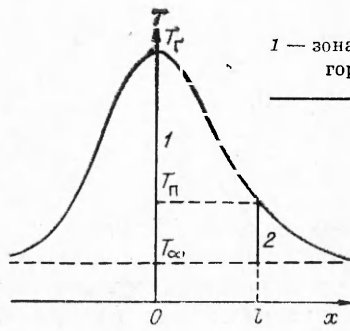


Рис. 1. Структура фронта лесного пожара.  
1 — зона горения; 2 — зона пиролиза;  $T_g$ ,  $T_{\pi}$ ,  $T_{\infty}$  — температура горения, пиролиза и окружающей среды соответственно.

моделировался одной эффективной эндотермической реакцией. Заметим, что при горении сухих ЛГМ двухфронтная постановка становится точной.

Результаты численных расчетов [4—8] подтверждают допущение 2. Допущения 3, 5 и 6 согласуются с соответствующими предположениями работ [12, 14]. Кроме того, как показали исследования устойчивости газовых пламен [13], учет нестационарности скорости горения и конечности толщины зоны реакции приводит к незначительному изменению положения границ ДТН (не более 8%). Допущение 5 подтверждается также численными расчетами распространения пожара [4—8].

Выгорание кокса для верховых пожаров, согласно расчетам [4—8], мало и практически не сказывается на скорости фронта пожара, величина которой в основном определяется окислением газообразных горючих продуктов пиролиза. Известно, что коэффициенты турбулентного переноса массы, импульса и энергии зависят от градиентов соответствующих параметров состояния осредненного течения [2, 3]. Поскольку при верховых пожарах основную роль играет конвективный тепло- и массоперенос и в настоящее время нет достоверных данных о характере влияния пожара на турбулентное течение, принято наиболее простое допущение о постоянстве  $D$ ,  $\mu$ ,  $\lambda$ .

Таким образом, сделанные допущения достаточно реалистичны и позволяют свести задачу об устойчивости фронта пожара к анализу устойчивости решений системы линейных уравнений параболического типа с нелинейными граничными условиями на двух поверхностях слабого разрыва температуры и концентраций компонентов, моделирующих бесконечно тонкие зоны пиролиза и горения

$$d_j \frac{\partial \Theta_j}{\partial t} + W_j \frac{\partial \Theta_j}{\partial x} = \lambda \left( \frac{\partial^2 \Theta_j}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Theta_j}{\partial y^2} \right) - b \Theta_j, \quad (5)$$

$$\frac{\partial C_j}{\partial t} + V \frac{\partial C_j}{\partial x} = D \left( \frac{\partial^2 C_j}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C_j}{\partial y^2} \right) - a_j C_j, \quad (6)$$

где  $\Theta_j = T_j - T_{\infty}$  — разность температур;  $V = u - \omega$  — разность между скоростью ветра и скоростью распространения;  $W_j = \rho_{5j} c_{p5} u - d_j \omega$  — эффективные скорости переноса тепла в разных областях;  $b = \alpha/h$  — коэффициент объемного теплообмена;  $a_j = \alpha / (c_{p5} h \rho_{5j})$  — коэффициент объемного массообмена. Уравнение (6) получено из (2) при  $\alpha = 2$  и замене массовой концентрации  $c_j$  на массово-объемную  $C_j$ ; индексы  $j = 1, 2, 3$  обозначают параметры состояния в областях  $x < 0$ ,  $0 \leq x \leq l$ ,  $x > l$  соответственно.

На поверхностях, моделирующих зоны пиролиза и горения, выполняются законы сохранения массы и энергии

$$x = \xi: \lambda \left( \frac{\partial \Theta_2}{\partial x} - \frac{\partial \Theta_1}{\partial x} \right) + q_5 R_{\Gamma} = 0, \\ D \frac{\partial C_2}{\partial x} - R_{\Gamma} = 0, \quad (7)$$

$$\Theta_1 = \Theta_2, \quad C_2 = 0,$$

$$x = \eta: \lambda \left( \frac{\partial \Theta_3}{\partial x} - \frac{\partial \Theta_2}{\partial x} \right) - q_2 R_{\Pi} = 0, \\ D \left( \frac{\partial C_3}{\partial x} - \frac{\partial C_2}{\partial x} \right) + R_{\Pi} = 0, \quad (8) \\ \Theta_2 = \Theta_3, \quad C_2 = C_3.$$

Здесь  $R_r$  — эффективная скорость реакции горения,  $R_p$  — эффективная скорость реакции пиролиза и процесса испарения.

Соотношения между тепловыми и диффузионными потоками по обе стороны поверхностей горения и пиролиза получены интегрированием уравнений (1), (2) с последующим устремлением толщин зон горения и пиролиза к нулю [11].

Поверхности возмущенных зон горения и пиролиза зададим в виде

$$\begin{aligned} x &= \xi(y, t) = \varepsilon_1 \exp(\Omega t +iky), \\ x &= \eta(y, t) = l + \varepsilon_2 \exp(\Omega t +iky), \end{aligned} \quad (9)$$

где  $\xi(y, t)$ ,  $\eta(y, t)$  — малые отклонения зон горения и пиролиза от своих невозмущенных положений;  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$  — малые величины;  $\Omega$  — комплексная частота возмущений;  $i$  — мнимая единица;  $k$  — вещественное волновое число; для стационарного распространения фронта  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0$ .

К (7), (8) добавим граничные условия на бесконечности

$$x = \pm\infty: \Theta_n = 0, C_n = 0, k = 1, 3. \quad (10)$$

### Стационарное решение

Запишем одномерное стационарное решение уравнений (5), (6). В области  $x < 0$  имеем

$$\Theta_1 = \Theta_r \exp(\alpha_{11}x), \quad C_1 = 0, \quad \alpha_{11} = \frac{W_1 + \sqrt{W_1^2 + 4\lambda b}}{2\lambda}, \quad (11)$$

где знак перед радикалом в формуле для  $\alpha_{11}$  выбран в соответствии с граничным условием (10). Для области  $0 \leq x \leq l$  можем записать

$$\begin{aligned} \Theta_2 &= A \exp(\alpha_{12}x) + B \exp(\alpha_{22}x), \\ C_2 &= C_p \frac{\exp(\alpha_{32}x) - \exp(\alpha_{42}x)}{\exp(\alpha_{32}l) - \exp(\alpha_{42}l)}, \end{aligned} \quad (12)$$

$$A = \frac{\Theta_p - \Theta_r \exp(\alpha_{22}l)}{\exp(\alpha_{12}l) - \exp(\alpha_{22}l)}, \quad B = \frac{\Theta_r \exp(\alpha_{12}l) - \Theta_p}{\exp(\alpha_{12}l) - \exp(\alpha_{22}l)},$$

$$\alpha_{k2} = \frac{W_2 \pm \sqrt{W_2^2 + 4\lambda b}}{2\lambda}, \quad k = 1, 2, \quad \alpha_{n2} = \frac{V \pm \sqrt{V^2 + 4Da_2}}{2D}, \quad n = 3, 4.$$

В области  $x > l$  решение имеет вид

$$\Theta_3 = \Theta_p \exp(\alpha_{23}(x-l)), \quad C_3 = C_p \exp(\alpha_{43}(x-l)), \quad (13)$$

причем

$$\alpha_{23} = \frac{W_3 - \sqrt{W_3^2 + 4\lambda b}}{2\lambda}, \quad \alpha_{43} = \frac{V - \sqrt{V^2 + 4Da_3}}{2D}$$

и знаки перед радикалами выбраны в соответствии с граничными условиями (10).

Подставляя решение (11)–(13) в граничные условия (7), (8), получим

$$\begin{aligned} \lambda(A\alpha_{12} + B\alpha_{22} - \Theta_r\alpha_{11}) + q_3R_r &= 0, \\ \frac{DC_p(\alpha_{32} - \alpha_{42})}{\exp(\alpha_{32}l) - \exp(\alpha_{42}l)} - R_r &= 0, \\ \lambda(\Theta_p\alpha_{23} - A\alpha_{12}\exp(\alpha_{12}l) - B\alpha_{22}\exp(\alpha_{22}l)) - q_2R_p &= 0, \\ DC_p \frac{(\alpha_{43} - \alpha_{32})\exp(\alpha_{32}l) + (\alpha_{42} - \alpha_{43})\exp(\alpha_{42}l)}{\exp(\alpha_{32}l) - \exp(\alpha_{42}l)} - R_p &= 0. \end{aligned} \quad (14)$$

Добавим к (14) уравнение сохранения массы на фронте пиролиза

$$\rho_1 \varphi_{1n} \omega = R_n$$

и получим систему уравнений для определения неизвестных  $\Theta_r$ ,  $\Theta_n$ ,  $C_n$ ,  $l$ ,  $\omega$ .

### Нестационарное решение

В соответствии с методом малых возмущений ищем решение (5), (6) в виде

$$\begin{aligned} \Theta_j(x, y, t) &= \Theta_j(x) + A_j(x) \exp(\Omega t +iky), \\ C_j(x, y, t) &= C_j(x) + B_j(x) \exp(\Omega t +iky), \end{aligned} \quad (15)$$

где  $\Theta_j(x)$  и  $C_j(x)$  определяются формулами (11)–(13);  $A_j(x)$ ,  $B_j(x)$  — малые амплитуды возмущений.

Подставляя (11)–(13), (15) в уравнения (5), (6), получаем для амплитуд возмущений

$$\begin{aligned} \Omega d_j A_j + W_j A_j' &= \lambda (A_j'' - k^2 A_j) - b A_j, \\ \Omega B_j + V B_j' &= D (B_j'' - k^2 B_j) - a_j B_j \end{aligned} \quad (16)$$

с нулевыми граничными условиями при  $x = \pm\infty$ .

Для области  $x < 0$  решение (16) имеет вид

$$\begin{aligned} A_1 &= D_1 \exp(\beta_{11}x), \quad B_1 = 0, \\ \beta_{11} &= \frac{W_1 + \sqrt{W_1^2 + 4\lambda(b + d_1\Omega + \lambda k^2)}}{2\lambda}, \end{aligned} \quad (17)$$

где знак перед радикалом выбран в соответствии с затуханием возмущений при  $x \rightarrow -\infty$ .

Для области  $0 \leq x \leq l$

$$\begin{aligned} A_2 &= D_2 \exp(\beta_{12}x) + D_3 \exp(\beta_{22}x), \\ B_2 &= D_4 \exp(\beta_{32}x) + D_5 \exp(\beta_{42}x), \\ \hat{\rho}_{k2} &= \frac{W_2 \pm \sqrt{W_2^2 + 4\lambda(b + d_2\Omega + \lambda k^2)}}{2k}, \quad k = 1, 2, \\ \beta_{n2} &= \frac{V \pm \sqrt{V^2 + 4D(a_n + \Omega + Dk^2)}}{2D}, \quad n = 3, 4. \end{aligned} \quad (18)$$

Для области  $x > l$

$$\begin{aligned} A_3 &= D_6 \exp(\beta_{23}x), \quad B_3 = D_7 \exp(\beta_{43}x), \\ \hat{\rho}_{23} &= \frac{W_3 - \sqrt{W_3^2 + 4\lambda(b + d_2\Omega + \lambda k^2)}}{2\lambda}, \\ \beta_{43} &= \frac{V - \sqrt{V^2 + 4D(a_3 + \Omega + Dk^2)}}{2D}. \end{aligned} \quad (19)$$

В выражениях (17)–(19) величины  $D_1, \dots, D_7$  — постоянные интегрирования.

### Вывод дисперсионного уравнения

Подставляя решение (15) с учетом (11)–(13) и (17)–(19) в граничные условия (7), (8), получим при  $\varepsilon_2 = 0$  систему уравнений для определения неизвестных констант  $\varepsilon_1, D_1, \dots, D_7$

$$\begin{aligned} g_1 \varepsilon_1 + D_1 - D_2 - D_3 &= 0, \quad g_2 \varepsilon_1 + D_4 + D_5 = 0, \\ g_3 D_2 + D_3 - g_4 D_6 &= 0, \quad g_5 D_4 + D_5 - g_6 D_7 = 0, \\ g_7 \varepsilon_1 + g_8 D_1 + \beta_{12} D_2 + \beta_{22} D_3 &= 0, \quad g_2 g_9 \varepsilon_1 + g_2 g_{10} D_1 + \beta_{32} D_4 + \beta_{42} D_5 = 0, \\ g_3 \beta_{12} D_2 + \beta_{22} D_3 + g_{11} D_6 &= 0, \quad g_5 \beta_{32} D_4 + \beta_{42} D_5 + g_{12} D_6 - g_6 \beta_{43} D_7 = 0, \end{aligned} \quad (20)$$

где

$$\begin{aligned}
 g_1 &= \Theta_r \alpha_{11} - A \alpha_{12} - B \alpha_{22}, & g_2 &= \frac{C_{II} (\alpha_{32} - \alpha_{42})}{\exp(\alpha_{32} l) - \exp(\alpha_{42} l)}, \\
 g_3 &= \exp((\beta_{12} - \beta_{22}) l), & g_4 &= \exp((\beta_{23} - \beta_{22}) l), \\
 g_5 &= \exp((\beta_{32} - \beta_{42}) l), & g_6 &= \exp((\beta_{43} - \beta_{42}) l), \\
 g_7 &= A \alpha_{12}^2 + B \alpha_{22}^2 - \Theta_r \alpha_{11}^2 + \alpha_{11} g_1 z_1, & g_8 &= g_1 \frac{E_5}{RT_{II}^2} - \beta_{11}, \\
 g_9 &= \alpha_{32} + \alpha_{42} - \alpha_{11} z_1, & g_{10} &= -\frac{E_5}{RT_{II}^2}, & g_{11} &= g_4 (z_2 E - \beta_{23}), \\
 \bar{\epsilon}_{12} &= \left( \frac{C_{II} A_1}{RT_{II}^2} \right) \frac{(\alpha_{43} - \alpha_{32}) \exp(\alpha_{32} l) + (\alpha_{42} - \alpha_{43}) \exp(\alpha_{42} l)}{\exp(\alpha_{32} l) - \exp(\alpha_{42} l)} \exp((\beta_{23} - \beta_{42}) l), \\
 E &= \alpha_{23} - \frac{A}{\Theta_{II}} \alpha_{12} \exp(\alpha_{12} l) - \frac{B}{\Theta_{II}} \alpha_{22} \exp(\alpha_{22} l), \\
 z_1 &= \Theta_r \frac{d \ln R_r}{dT_r}, & z_2 &= \Theta_{II} \frac{d \ln R_{II}}{dT_{II}}.
 \end{aligned}$$

Условие нетривиальной разрешимости системы (20) приводит к следующему уравнению для определения неизвестной частоты возмущений:

$$\begin{aligned}
 & \frac{\bar{\epsilon}_3 \bar{\epsilon}_{12}}{\bar{\epsilon}_2} (\beta_{42} - \beta_{32}) (\beta_{22} - \beta_{12}) (g_1 g_8 - g_7) + [(\beta_{32} - g_9) (\beta_{42} - \beta_{43}) + \\
 & + g_5 (\beta_{42} - g_9) (\beta_{43} - \beta_{32})] [g_4 \beta_{22} + g_{11}] (\beta_{12} + g_8) - g_3 (g_4 \beta_{12} + g_{11}) (\beta_{22} + g_8) + \\
 & + g_{10} [(\beta_{42} - \beta_{43}) + g_5 (\beta_{43} - \beta_{32})] [(g_4 \beta_{22} + g_{11}) (g_1 \beta_{12} + g_7) - \\
 & - g_3 (g_4 \beta_{12} + g_{11}) (g_1 \beta_{22} + g_7)] = 0. \quad (21)
 \end{aligned}$$

При  $u = 0$ ,  $\alpha = 0$ ,  $\varphi_i = 0$ ,  $\rho_{5j} = \text{idem}$  и  $l \rightarrow \infty$  (21) совпадает с характеристическим уравнением [12, 14].

### Исследование монотонной неустойчивости фронта пожара

Полагая в (21)  $\Omega = 0$ , получим после приведения к безразмерному виду уравнение нейтральной гиперповерхности

$$f(z_1, z_2, Le, k, \bar{u}, \bar{a}_j, \bar{b}, d_j, q, Re) = 0. \quad (22)$$

Здесь  $Le = \rho_{53} c_{p5} D / \lambda$  — число Льюиса; безразмерные величины:  $\bar{k} = 2k\lambda / (\rho_{53} c_{p5} \omega)$  — волновое число,  $\bar{u} = u / \omega$  — скорость ветра,  $\bar{a}_j = -4bD / (\rho_{5j} c_{p5} \omega^2)$ ,  $\bar{b} = 4b\lambda / (\rho_{53} c_{p5} \omega)^2$  — коэффициенты массо- и теплоотдачи,  $q = q_2 / q_5$  — отношение тепловых эффектов,  $Re = \rho_{53} c_{p5} \omega l / \lambda$  — число Пекле,  $\bar{d}_j = 1 + \left[ \sum_{i=1}^4 \rho_i c_{pi} \Phi_{in} / (\rho_{53} c_{p5}) \right]_j$  — суммарная объемная теплоемкость.

Вид функции  $f$  легко восстановить по (21) с учетом того, что в качестве масштабов для  $\alpha_{ik}$  и  $\beta_{ij}$  взято значение  $\rho_{53} c_{p5} \omega / \lambda$ . Считая в (22) два параметра переменными, а остальные постоянными, можно получить границы области неустойчивости в различных плоскостях определяющих параметров.

Уравнение (22) для коротковолновых возмущений значительно упрощается и переходит в выражение, рассмотренное в работе [11].

Численный расчет границ области неустойчивости по полному уравнению (22) показал, что вид нейтральных кривых в качественном от-

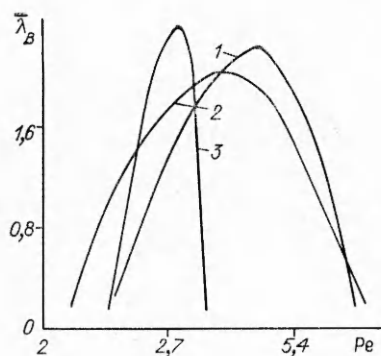


Рис. 2. Диаграмма устойчивости в плоскости переменных  $\bar{\lambda}_B$  —  $Re$  при  $Le = 1$ ,  $d_j = d = 1,4$ ,  $q = 0,3$ ,  $z_1 = 3$ ,  $z_2 = 3$ .  
 1 —  $\bar{u} = 1,2$ ,  $\bar{b} = 0,005$ ; 2 —  $\bar{u} = 1,2$ ,  $\bar{b} = -0,05$ ; 3 —  $\bar{u} = 1,3$ ,  $\bar{b} = 0,005$ .

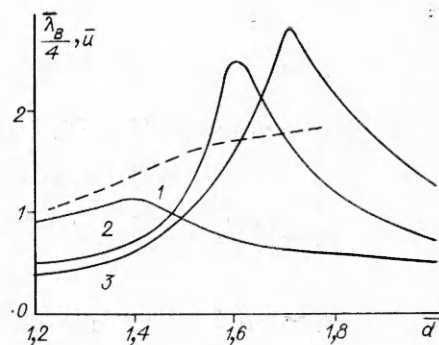


Рис. 3. Зависимость критического поперечного размера выгоревшей области ЛГМ и величины  $\bar{u}$  от безразмерной объемной теплоемкости при  $Le = 1$ ,  $\bar{b} = 0,005$ ,  $q = 0,3$ ,  $z_1 = 3$ ,  $z_2 = 3$ ,  $Re = 3$ .  
 1 —  $\bar{u} = 1,4$ , 2 —  $1,6$ , 3 —  $1,7$ .

ношении сохраняется. В частности, у нейтральной кривой  $z_1 = z_1(\bar{u})$  при  $\rho_{5j} \neq idem$ ,  $W_j \neq idem$  происходит сдвиг максимума в сторону меньших значений  $\bar{u}$  по сравнению со случаем  $\rho_{5j} = idem$ ,  $W_j = idem$ , рассмотренным в [11].

Представляет интерес зависимость положения границ области неустойчивости от безразмерной длины волны возмущений  $\bar{\lambda}_B = \lambda_B/l$ .

На рис. 2 приведены нейтральные кривые  $\bar{\lambda}_{B*} = \bar{\lambda}_{B*}(Re)$  для различных значений  $\bar{b}$  и  $\bar{u}$ . Область устойчивости находится под соответствующей кривой. Критическую длину волны  $\bar{\lambda}_{B*}$  можно также рассматривать как некоторый предельный поперечный размер  $H_*$  выгоревшей зоны ЛГМ, превышение которого приводит к искривлению передней кромки фронта пожара. Как показано в [4—9], параметр  $\bar{u} = u/\omega$  для верховых пожаров при фиксированных запасе и влагосодержании ЛГМ практически постоянен при  $3 < u < 9$  м/с, т. е.  $\omega$  — линейная функция скорости ветра. Поэтому число  $Re$  однозначно связано со скоростью ветра  $u$ . Видно, что зависимость  $\bar{\lambda}_{B*}(Re)$  имеет немонотонный характер и устойчивость наблюдается в некотором диапазоне  $u_1 < u < u_2$ .

Значения  $u_1$  и  $u_2$  можно рассматривать как нижний и верхний пределы распространения пожара по скорости ветра, найденные другими методами в [8, 9]. Из анализа рис. 2 следует, что с увеличением  $\bar{\lambda}_B$  область устойчивости значительно сужается, т. е. при распространении пожара наиболее опасны длинноволновые возмущения. Рост параметра тепло- и массообмена с приземным слоем атмосферы приводит к расширению зоны неустойчивости (см. рис. 2, 1, 2), а с повышением скорости  $\bar{u}$  область устойчивости по скорости ветра сужается (см. рис. 2, 1, 3).

На рис. 3 показано влияние безразмерной объемной теплоемкости  $\bar{d}_j$  на положение границ области неустойчивости при различных значениях параметра  $\bar{u}$ . Результаты получены при  $\bar{d}_j = idem = d$ . Заметим, что величина  $\bar{d}$  — линейная функция объемного запаса ЛГМ  $z_0$ . Немонотонность нейтральной кривой  $\bar{\lambda}_{B*} = \bar{\lambda}_{B*}(\bar{d})$  указывает на наличие пределов распространения пожара по запасу ЛГМ. Физический смысл нижнего предела вполне очевиден. Появление верхнего предела связано с излишней затратой энергии на прогрев фитомассы, приводящей к уменьшению максимальной температуры и скорости горения.

Штриховой линией на рис. 3 показана зависимость  $\bar{u} = \bar{u}(\bar{d})$ , у которой значения  $\bar{d}$  отвечают максимуму  $\bar{\lambda}_{B*}$ . В качественном отношении эта кривая соответствует зависимости  $\bar{u} = \bar{u}(z_0)$ , полученной в [4].



### Результаты численного решения задачи

Для проверки полученных выше выводов проводилось численное интегрирование нелинейных уравнений (1) — (4) при следующих начальных и граничных условиях:

$$\begin{aligned}
 t = 0: T &= \begin{cases} T_*, & 0 \leq |x| \leq l, & 0 \leq y \leq l_1, \\ T_\infty, & |x| > l, & y \geq 0, \end{cases} \\
 c_\alpha &= \begin{cases} c_{\alpha*}, & 0 \leq |x| \leq l, & 0 \leq y \leq l_1, \\ c_{\alpha\infty}, & |x| > l, & y \geq 0; \end{cases} \\
 x = \pm \infty: T &= T_\infty, \quad c_\alpha = c_{\alpha\infty}, \\
 y = 0: \frac{\partial T}{\partial y} &= 0, \quad \frac{\partial c_\alpha}{\partial y} = 0, \\
 y = \infty: T &= T_\infty, \quad c_\alpha = c_{\alpha\infty}.
 \end{aligned} \tag{23}$$

В связи с тем, что характерные времена процессов переноса и химических реакций сильно различаются, для решения краевой задачи использовался метод расщепления по физическим процессам. На каждом шаге по времени решалась система (1) — (4) без учета процессов переноса с помощью известного пакета прикладных программ GEAR3. Шаг расщепления выбирался, исходя из характерного времени конвективного или кондуктивного переноса. После этого найденные параметры состояния уточнялись при решении двумерных уравнений переноса с помощью метода координатного расщепления. Для решения полученных одномерных систем уравнений применялся итерационно-интерполяционный метод [14]. Полученная разностная краевая задача имеет суммарный порядок аппроксимации  $O(\tau + h_x^2 + h_y^2)$ .

В расчетах использовался алгоритм изменения границ определяемой области в зависимости от текущего положения фронта пожара, предложенный в [5, 6]. Тестирование программы проводилось путем сравнения результатов с данными одномерных расчетов [4—6]. Кроме того, использовался прием сгущения пространственно-временной разностной сетки.

При численном решении задачи использовались значения теплофизических и термокинетических параметров, соответствующие работам [4—8]. Горение инициировалось заданием в лесном массиве прямоугольного очага размером  $6 \times 4$  м постоянной температуры  $T_* = 900$  К. Зажигание ЛГМ происходило по типу индукционного механизма, характеризующегося всплеском температуры на некотором расстоянии от очага. В последующие моменты времени температура понижается и образуется самостоятельно распространяющаяся волна горения. После образования самоподдерживающегося распространения фронта пожара действие очага прекращалось. С течением времени размеры выгоревшей зоны в продольном и поперечном направлениях увеличивались ( $\varphi_1 = 0$  в этой области), профиль температуры по оси  $x$  приобретал характерную колоколообразную форму [4—9] и в дальнейшем перемещался слева направо с постоянной скоростью  $\omega$ , не меняя своего вида. Таким образом, происходил выход волны горения на стационарный режим.

Результаты расчетов показали наличие двух режимов распространения фронта пожара, показанные на рис. 4. Первый характеризуется тем, что поперечная скорость передней кромки выгоревшей зоны с ростом времени стремится к нулю и устанавливается конечный размер выгоревшей зоны по оси  $y$ . При этом фронт пожара имеет характерную выпуклую «языковую» форму [3] (рис. 4, а). Для второго режима в направлении оси  $y$   $\omega_y \neq 0$ , и происходит непрерывное увеличение поперечного размера  $H(x, t)$  выгоревшей области. При  $H < H_*$  фронт имеет форму, показанную на рис. 4, а. После достижения некоторого критического значения  $H_*$  фронт аномально искривляется (рис. 4, б) (периферийные по оси  $y$  участки начинают опережать центральные участки фронта при  $y \approx 0$ ). Далее искривление усиливается, фронт принимает выпукло-во-

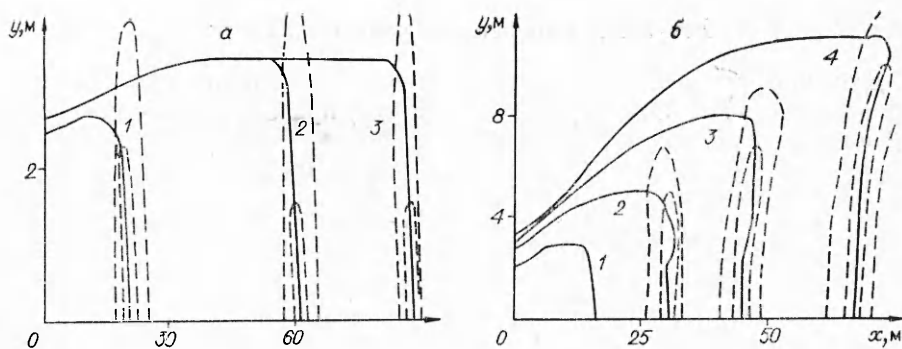


Рис. 4. Режимы распространения фронта пожара при  $W_0 = 40\%$ ,  $u = 5$  м/с,  $\alpha_c = 0,06$ ,  $\nu_T = 0,7$ .  
 а) 1 —  $t = 8$  с, 2 — 25 с, 3 — 38 с;  $z_0 = 0,4$  кг/м<sup>3</sup>; б) 1 —  $t = 4$  с, 2 — 8 с, 3 — 12 с, 4 — 20 с;  $z_0 = 0,2$  кг/м<sup>3</sup>. Штриховые линии — изотермы  $\Theta = 4$  (внутренняя) и  $\Theta = 1,5$ .

гнутую форму и, таким образом, развивается неустойчивость фронта пожара.

Анализ результатов расчетов показал, что возникновение искривлений происходит из-за обеднения кислородом центральной части фронта при сравнительно низких значениях запаса ЛГМ  $z_0$ . В этом случае ширина фронта пожара в направлении оси  $x$  достаточно велика и как с наветренной, так и с подветренной сторон передней кромки выгоревшей зоны ЛГМ при  $H > H_*$  наблюдается пониженная концентрация кислорода. Поскольку ЛГМ горит в диффузионном режиме, то участки фронта начинают ускоряться в направлении областей с повышенной концентрацией  $O_2$ , в которые окислитель доставляется из окружающей атмосферы посредством поперечной турбулентной диффузии. Изолинии  $|\text{grad } c_1|$  при этом повторяют конфигурацию передней кромки выгоревшей зоны ЛГМ, причем изолиния с максимальным значением  $|\text{grad } c_1|$  отстоит на некоторое расстояние от передней кромки фронта. Вблизи фронта в его центральной части градиент концентрации  $c_1 = 0$  и принимает максимальное значение в передней верхней части фронта (см. рис. 4, б). С увеличением  $z_0$  ширина фронта по оси  $x$  уменьшается и концентрация кислорода с наветренной стороны кромки выгоревшей области ЛГМ оказывается достаточной для опережающего распространения центральных участков фронта (см. рис. 4, а). С наветренной стороны производная  $\frac{\partial c_1}{\partial x} < 0$  и принимает максимальное значение в центральной части фронта.

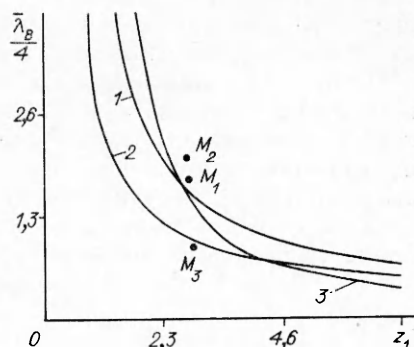
При фиксированном запасе  $z_0$  с увеличением влагосодержания ЛГМ  $W_0$  происходит аналогичная перестройка структуры фронта и соответствующая смена режимов распространения пожара.

Как следует из рис. 2, 3, наиболее опасны с точки зрения возникновения искривлений фронта длинноволновые возмущения. Очевидно, что длина волны возмущений, которые могут возбуждаться в области с характерным размером  $H_*$ , должна удовлетворять условию  $\lambda_R < H_*$ . Приняв  $H_* = n\lambda_B$  ( $n = 1, 2, \dots$ ), можно подсчитать длину волны, характерную для режимов, приведенных на рис. 4. Такое сравнение приведено при  $n = 2$  на рис. 5. Точками изображены результаты численных расчетов краевой задачи (1) — (4), (23), для которых построены соответствующие нейтральные кривые по уравнению (22). Точки  $M_i$  отвечают номеру соответствующего численного расчета. Видно, что точка  $M_3$  (вариант 3, рис. 4, а) находится под кривой 3, т. е. в области устойчивости. Точки  $M_1$  и  $M_2$  (варианты 1 и 2 на рис. 4, б) расположены в области неустойчивости.

Таким образом, результаты линейного и нелинейного анализа устойчивости распространения фронта пожара согласуются друг с другом. На основании этих исследований можно сделать вывод о том, что при опре-

Рис. 5. Диаграмма устойчивости в плоскости переменных  $\bar{\lambda}_R - z_1$  при  $q = 0,3$ ,  $Le = 1$ ,  $W_0 = 40\%$ ,  $d_1 = \bar{d}_2 = 1$ .

1 —  $z_0 = 0,2$  кг/м<sup>3</sup>,  $u = 3$  м/с,  $\bar{b} = 0,0177$ ,  $Pe = 2,34$ ,  $\bar{d}_3 = 1,5$ ; 2 —  $z_0 = 0,2$  кг/м<sup>3</sup>;  $u = 5$  м/с,  $\bar{b} = 0,0082$ ,  $Pe = 3,43$ ,  $\bar{d}_3 = 1,5$ ; 3 —  $z_0 = 0,4$  кг/м<sup>3</sup>,  $u = 5$  м/с,  $\bar{b} = 0,0162$ ,  $Pe = 2,43$ ,  $\bar{d}_3 = 2$ .



деленных выше условиях имеет место диффузионно-тепловая неустойчивость фронта верхового лесного пожара.

Отметим, что анализ устойчивости фронта низового лесного пожара при наличии ветра также сводится к исследованию поведения решения системы уравнений (5) — (6). Поэтому вывод об абсолютной диффузионно-тепловой неустойчивости сохраняет свою силу и для низовых лесных пожаров, характерный размер которых превышает некоторую величину.

В заключение авторы выражают благодарность А. Д. Грузину за участие в разработке численного алгоритма и обсуждение результатов численных расчетов.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Конев Э. В. Физические основы горения растительных материалов.— Новосибирск: Наука, 1977.
2. Дубов А. С., Быков Л. П., Марунич С. В. Турбулентность в растительном покрове.— Л.: Гидрометеиздат, 1978.
3. Гришин А. М. Математические модели лесных пожаров.— Томск: Изд-во Том. ун-та, 1981.
4. Зверев В. Г. Дис. ... канд. физ.-мат. наук.— Томск, 1985.
5. Гришин А. М., Грузин А. Д., Зверев В. Г. Докл. АН СССР, 1983, 269, 4, 822.
6. Гришин А. М., Грузин А. Д., Зверев В. Г. // Теплофизика лесных пожаров.— Новосибирск: ИТФ СО АН СССР, 1984.
7. Гришин А. М., Грузин А. Д., Зверев В. Г. ФГВ, 1985, 21, 1, 11.
8. Гришин А. М., Зверев В. Г., Шевелев С. В. ФГВ, 1986, 22, 6, 101.
9. Гришин А. М. Докл. АН СССР, 1984, 279, 3, 550.
10. Гришин А. М., Зеленский Е. Е., Шевелев С. В. Тепло- и массообмен. Минский междунар. форум. Секция 3. Тепло- и массообмен в химически реагирующих системах.— Минск: ИТМО АН БССР, 1988.
11. Гришин А. М., Зеленский Е. Е., Шевелев С. В. // Механика реагирующих сред и ее приложения.— Новосибирск: Наука, 1989.
12. Баренблатт Г. И., Зельдович Я. Б., Истратов А. Г. ПМТФ, 1962, 4, 21.
13. Алдунин А. П., Каспарян С. Г. Теплодиффузионная неустойчивость стационарной волны горения/АН СССР. ОИХФ.— Препр.— Черноголовка, 1978.
14. Гришин А. М., Фомин В. М. Сопряженные и нестационарные задачи механики реагирующих сред.— Новосибирск: Наука, 1984.

г. Томск

Поступила в редакцию 27/II 1986,  
после доработки — 20/IV 1987

УДК 546

М. Б. Исмаилов, А. Н. Леонов

#### ИССЛЕДОВАНИЕ СТАДИЙНОСТИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ НАТРИЯ С ОКСИДАМИ ЖЕЛЕЗА В ВОЛНЕ ГОРЕНИЯ

В настоящее время процессы восстановления металлов находят все более широкое применение в самых разных отраслях промышленности, таких как выпечная металлургия [1—3], протехника [4—6], получение материалов методом СВС [7—9]. Такие процессы слабо изучены

© 1990 Исмаилов М. Б., Леонов А. Н.

2 Физика горения и взрыва № 3, 1990 г.

17