

На фиг. 4 темные точки получены в опытах по исследованию массоотдачи и представляют значения диффузионного числа Нуссельта Nu_D , светлые — в опытах по теплоотдаче и соответствуют тепловому числу Нуссельта Nu_T . При этом точки 1 получены при изменении скорости газа, 2 — концентрации CO_2 в газе, 3 — расхода раствора, 4 — числа оборотов камеры, 5 — высоты слоя.

Поступила 26 IX 1980

ЛИТЕРАТУРА

1. Рамм В. М. Абсорбция газов. М.: Химия, 1966.
2. Богатых С. А. Циклонно-пенные аппараты. Л.: Машиностроение, 1978.
3. Сафонов А. И., Рева Э. П. и др. Массопередача на входном участке вращающегося барботажного слоя. — ТОХТ, 1976, т. 10, № 4.
4. Андреев Е. И., Коркин В. Д. Расчет процессов в центробежном теплообменном аппарате. — Изв. высш. учеб. заведений. Строительство и архитектура, 1976, № 11.
5. Овчинников А. А. Исследование гидроаэродинамических закономерностей в вихревом массообменном аппарате с тангенциальными завихрителями. Автореф. дис. на соиск. учен. степени канд. техн. наук. Казань: изд. Казан. хим.-технол. ин-та им. С. М. Кирова, 1973.
6. Гольдштадт М. А., Кутателадзе С. С. и др. Вихревая камера. Авт. свидетельство № 613822, м. кл ВО 4 C5/103. БИ, 1978, № 25.
7. Астарита Дж. Массопередача с химической реакцией. Л.: Химия, 1971.
8. Родионов А. И., Винтер А. А. Исследование химическим методом поверхности контакта фаз на ситчатых решетках. I. — Изв. высш. учеб. заведений. Химия и химическая технология, 1966, № 6.
9. Винтер А. А. Определение межфазной поверхности на барботажных тарелках. Автореф. дис. на соиск. учен. степени канд. техн. наук. МХТИ, 1966.
10. Родионов А. И., Сорокин В. Е. К расчету поверхности контакта фаз в процессе абсорбции CO_2 растворами щелочей на ситчатых тарелках. — Журнал прикл. химии, 1970, № 11.
11. Родионов А. И., Винтер А. А. Массопередача в газовой фазе на переточных ситчатых тарелках. — Труды МХТИ им. Д. И. Менделеева, 1966, вып. 51.
12. Справочник химика. Т. 3. М.—Л.: Химия, 1964
13. Кутателадзе С. С., Стырикович М. А. Гидродинамика газожидкостных систем. М.: Энергия, 1976.
14. Дорохов А. Р., Казаков В. И. Исследование гидродинамики тонких газожидкостных слоев на ситчатых решетках. — Хим. и нефтян. машиностроение, 1979, № 12.
15. Кутателадзе С. С. Основы теории теплообмена. Новосибирск: Наука, 1970.

УДК 532.72

О НЕСТАЦИОНАРНОМ КОНВЕКТИВНОМ ТЕПЛО- И МАССООБМЕНЕ В ЖИДКОСТИ ПРИ БОЛЬШИХ ЧИСЛАХ ПЕКЛЕ

А. Д. Полянин, П. А. Прядкин

(Москва)

В [1] при помощи преобразования Лапласа по времени был определен диффузионный поток на поверхность капли, обтекаемой стационарным стоковым потоком (поле скоростей Рыбчинского — Адамара), в случае нестационарной диффузии при внезапном включении реакции. В работах [2—5] для анализа ряда нестационарных пограничных задач использовалась автомодельная переменная $\xi_0^{-1}(t, \eta)$ (ξ и η — нормальная и тангенциальная координаты, связанные с поверхностью тела, t — время, δ — толщина диффузионного пограничного слоя), позволяющая свести исходное уравнение конвективной диффузии к уравнению в частных производных первого порядка для толщины по-

граничного слоя δ и к обыкновенному дифференциальному уравнению для концентрации. В [5—9] вводились две новые переменные (упрощающие исходную задачу), для определения которых также решалось уравнение в частных производных первого порядка. Введение новых переменных позволило исследовать ряд нестационарных задач, описываемых уравнением конвективной диффузии с коэффициентами, зависящими от времени [2—5, 7—9], для которых не может быть использован метод [1].

В данной работе предлагается общий метод решения нестационарных задач такого типа, основанный на введении трех новых независимых координат (связанных невырожденным преобразованием с исходными) и позволяющий в едином виде исследовать соответствующие уравнения.

Показано, что в общем случае начальных и граничных условий решение пограничного уравнения имеет сильный разрыв (распространяющийся с конечной скоростью) и соответствующее решение по одну сторону от разрыва определяется только начальным, а по другую — только граничным (на входе в диффузионный пограничный слой) условиями. При этом в окрестности разрыва само приближение диффузионного пограничного слоя становится несправедливым и существует тонкая область (порядка $Re^{-1/2}$, Re — число Пекле), в которой концентрация непрерывно быстро меняется. Сформулирована краевая задача для определения концентрации в окрестности разрыва.

1. Описание метода. Уравнения для новых переменных. Рассмотрим трехмерную задачу о нестационарной конвективной диффузии к поверхности капель (или пленок жидкости), обтекаемых ламинарным потоком несжимаемой жидкости. Предполагается, что поле течения известно из решения соответствующей гидродинамической задачи.

Для анализа аналогично [9, 10] введем локальную ортогональную систему координат ξ, η, λ , связанную с (движущейся) реагирующей поверхностью и полем течения в ее окрестности. Для этого нужно задать направление ортов в любой точке M , лежащей вблизи поверхности, и указать, как ведется отсчет криволинейных координат. Предполагается, что в любой момент времени к любой точке реагирующей поверхности может быть проведена единственная (внешняя) нормаль и существует область, в которой эти нормали не пересекаются. Вектор нормали к поверхности, проходящий через точку M , определяет направление орта e_ξ и величину координаты ξ , т. е. значение $\xi = 0$ соответствует реагирующей поверхности и $g_{\xi\xi} = 1$ ($g_{\xi\xi}, g_{\eta\eta}, g_{\lambda\lambda}$ — компоненты метрического тензора). Направление орта e_η определяется направлением проекции вектора скорости жидкости в точке M на плоскость, перпендикулярную e_ξ , а орт e_λ выбирается так, чтобы система векторов e_ξ, e_η, e_λ составляла ортогональную правую тройку. В такой системе координат вектор скорости жидкости в каждой точке в любой момент времени t имеет вид $u = \{u_\xi, u_\eta, 0\}$. Для удобства выбора начала отсчета и метрику ($g_{\eta\eta}$ и $g_{\lambda\lambda}$) пока не фиксируем и в каждом конкретном случае будем указывать отдельно.

Назовем точкой натекания (вытекания) критическую точку, лежащую на поверхности частицы, в окрестности которой нормальная компонента скорости жидкости направлена к (от) поверхности, а линию тока, выходящую из нее, — траекторией натекания (вытекания).

В общем случае несжимаемой жидкости в системе координат ξ, η, λ ($g_{\xi\xi} = 1$) безразмерное уравнение нестационарной конвективной диффузии в приближении диффузионного (теплового) пограничного слоя имеет вид [9, 10]

$$(1.1) \quad \frac{\partial c}{\partial t} + \frac{1}{\sqrt{g}} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \frac{\partial c}{\partial \eta} - \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} \frac{\partial c}{\partial \xi} \right) = Pe^{-1} \frac{\partial^2 c}{\partial \xi^2},$$

$$g = g(t, \eta, \lambda), \Phi = \xi \Omega(t, \eta, \lambda), 0 < t, \xi < \infty, \eta^- < \eta < \eta^+,$$

$$u_\xi = - \sqrt{\frac{g_{\xi\xi}}{G}} \frac{\partial \Phi}{\partial \eta}, \quad u_\eta = \sqrt{\frac{g_{\eta\eta}}{G}} \frac{\partial \Phi}{\partial \xi}, \quad G = g_{\xi\xi} g_{\eta\eta} g_{\lambda\lambda}$$

$$(\eta^- < \eta < \eta^+, \Omega > 0; \Omega(\eta^-) = \Omega(\eta^+) = 0; g = [G]_{\xi=0}),$$

где c — концентрация (температура); t — время; g, Ω — известные функции координат и времени, определяемые формой тела и локальным полем скоростей жидкости вблизи его поверхности; Pe — число Пекле; значения η^- и η^+ соответствуют соседним траекториям натекания и вытекания. Отметим, что представление (1.1) в пограничном слое для аналога функции тока Φ (линейность по ξ) в задачах о массообмене капель (пузырей) при вязком ламинарном обтекании справедливо для подавляющего большинства жидкостей (типа воды), а в тепловых задачах (при потенциальном обтекании) — для сред типа жидких металлов [11]. Координата λ входит в уравнение (1.1) лишь параметрически, поэтому в дальнейшем зависимость используемых в работе функций от λ не указывается.

Не рассматривая пока начальные и граничные условия для уравнения (1.1), введем новые переменные

$$(1.2) \quad \omega = \omega(t, \eta), \quad \zeta = \sqrt{\text{Pe}} \xi f(t, \eta), \quad \tau = \tau(t, \eta)$$

таким образом, чтобы уравнение конвективной диффузии в этих переменных имело наиболее простой вид. Для этого потребуем, чтобы функции (1.2) удовлетворяли следующей системе уравнений в частных производных первого порядка

$$(1.3) \quad \mathbf{L}\omega = 0, \quad \mathbf{L}f = g^{-1/2}\Omega' f, \quad \mathbf{L}\tau = f^2, \quad \mathbf{L} = \mathbf{L}(t, \eta) = \partial/\partial t + g^{-1/2}\Omega\partial/\partial\eta,$$

общее решение которой имеет вид

$$(1.4) \quad \begin{aligned} \omega &= \omega(t, \eta), \quad f = B(\omega) \exp \left\{ \int_{\eta^-}^{\eta} \left(\frac{\partial}{\partial\eta} \ln \Omega \right)_{(t)} d\eta \right\}, \\ \tau &= \int_{\eta^-}^{\eta} V \bar{g} \Omega^{-1} f^2 d\eta + A(\omega), \end{aligned}$$

где ω — любой первый интеграл уравнения (или произвольная функция от него)

$$(1.5) \quad \eta'_t = g^{-1/2}\Omega \quad (\mathbf{L}\omega = 0),$$

а функции в подынтегральных выражениях (1.4) выражены в переменных η и ω (при интегрировании ω считается как параметр); во втором интеграле величина, помеченная индексом (t) , — частная производная по η от $\ln \Omega(t, \eta)$, записанная в переменных η, ω [9]; A и B — любые функции, зависящие только от ω ; η^* ($\eta^- < \eta^* < \eta^+$) — любое.

Уравнение (1.1) после замены (1.2) — (1.5) приводится к обычному уравнению теплопроводности с постоянными коэффициентами

$$(1.6) \quad \partial c / \partial \tau = \partial^2 c / \partial \zeta^2, \quad c = c(\omega, \zeta, \tau).$$

Видно, что уравнение (1.6) не зависит от координаты ω , которая здесь полностью аналогична циклическим переменным в аналитической механике. Соответствующие начальные и граничные условия для уравнения (1.6) должны быть записаны в переменных (1.3), (1.4), что приводит исходную краевую задачу к обычной задаче теплопроводности, зависящей от параметра ω .

Общие выражения для новых переменных (1.4) содержат произвольные функции $A(\omega)$, $B(\omega)$, при этом вид переменной ω также определяется с точностью до произвольной функции (от нее самой). Для невырожденности преобразования $(t, \eta, \xi) \rightarrow (\omega, \zeta, \tau)$ якобиан

$$J = \frac{\partial(\omega, \zeta, \tau)}{\partial(f, \eta, \xi)} = \sqrt{\text{Pe}} f^3 \frac{\partial\omega}{\partial\eta}$$

не должен обращаться в нуль в области определения уравнения (1.1), поэтому из свойств функции Ω (1.1) и соотношений (1.4), (1.5) следует, что преобразование (1.2)–(1.5) не вырождено при $|B(\omega)| > 0$.

Конкретный вид произвольных функций, входящих в (1.4), (1.5), выбирается из соображений удобства, последние определяются типом начальных и граничных условий (см. п. 2). Следует подчеркнуть, однако, что для уравнения (1.1) и всех типов начальных и граничных условий можно использовать одно раз и навсегда фиксированное невырожденное преобразование переменных (1.2)–(1.5) (выбранное путем задания явного вида функций A , B и ω), что в конечном итоге путем усложнения (иногда существенного) промежуточных выкладок приведет к тем же самым результатам.

2. Выбор переменных. Начальные и граничные условия. В случае, когда функция Ω представима в виде произведения двух сомножителей (что соответствует нестационарному прямолинейному движению капель сферической формы в вязкой несжимаемой жидкости и сфер — в идеальной жидкости)

$$(2.1) \quad \Omega(t, \eta) = U(t)\sigma(\eta), \quad g = g(\eta),$$

переменные f и ω (1.2)–(1.5) удобно выбрать в виде ($B(\omega) = \sigma^{-1}(\eta^*) = \text{const}$)

$$(2.2) \quad f = \sigma(\eta), \quad \omega = \int_{\eta^*}^{\eta} \sqrt{g} \sigma^{-1} d\eta - \int_0^t U dt.$$

При этом переменные (2.2), τ будут определять невырожденное преобразование с якобианом $J = \sqrt{Peg} \sigma^2(\eta) > 0$ ($\eta^- < \eta < \eta^+$), который совпадает с якобианом для преобразования Мизеса соответствующей стационарной задачи при $U(t) = \text{const}$; выражение для τ (1.4) выписано ниже, так как ее конкретный вид будет зависеть от типа начальных и граничных условий. Следует также отметить, что в случае (2.1) в [7] указывалось на возможность введения новой (дополнительной) третьей переменной в области $\omega > 0$ (способом, отличным от предложенного (1.2)–(1.5)), хотя она там и не использовалась, так как рассматривалась автомодельная задача.

Если функция Ω зависит только от линейной комбинации t и η (что соответствует волновым процессам на свободной поверхности пленки жидкости [3, 4] (см. п. 5))

$$(2.3) \quad \Omega(t, \eta) = \Omega(z), \quad z = \eta - \kappa t, \quad g = 1,$$

переменные f и ω удобно выбрать в виде

$$(2.4) \quad f = u(z) = \Omega(z) - \kappa, \quad \omega = \eta - z - \kappa \int_0^z u^{-1}(z') dz'.$$

Преобразование (2.4) будет невырожденным при $J = -\sqrt{Pe}\Omega u^2 \neq 0$.

Для получения выражений (2.2), (2.4) для функции f удобнее всего, не прибегая к общим формулам (1.4), воспользоваться непосредственно вторым уравнением (1.3).

Из этих частных примеров видно, что выбор переменной f обусловлен в основном полем скоростей жидкости вблизи реагирующей поверхности, а переменной ω — полем скоростей и уравнением конвективной диффузии (1.1), при этом в обоих случаях выбор не зависит от начальных и граничных условий.

Отметим, что если бы в правую часть уравнения (1.1) входил еще источник $q = q(t, \eta, \lambda)$, то в окончательном уравнении (1.6) после преобразования (1.2)–(1.5) в правой части стоял бы член qf^{-2} .

Для уравнения (1.1) аналогично [8] выделим два типа задач, для которых временно-подобная переменная τ выбирается по-разному. При этом вид переменной τ будет определяться тем, чтобы при соответствующем начальном или граничном условии τ обращалась в нуль. При таком выборе τ исходная задача (1.1) будет приводиться к уравнению теплопроводности с обычным начальным условием при $\tau = 0$. Ниже показано, что решение уравнения (1.1) в случае произвольных начальных и граничных условий может быть получено простой комбинацией этих частных решений.

Первый тип задач соответствует движению реагирующего тела с переменной скоростью (из стационарного состояния) в жидкости с неоднородной концентрацией; считается, что при $t \leq 0$ распределение концентрации в потоке определяется решением соответствующего стационарного уравнения конвективной диффузии (например, решением [11]). При этом в течение всего процесса выставляется граничное условие на траектории на- текания [8, 9]

$$(2.5) \quad \eta = \eta^- \quad (\text{случай } \alpha).$$

В этом случае уравнение для определения τ (уравнение для определения конкретного вида функции $A(\omega)$) получается в результате подстановки (2.5) в общее выражение для τ (1.4) с последующим приравниванием его нулю, т. е. $\tau(\eta = \eta^-) = 0$. Из этого уравнения следует, что $A(\omega) = 0$ и переменная τ (отвечающая за граничное условие) имеет вид

$$(2.6) \quad \tau_\alpha = \tau_\alpha(t, \eta) = \int_{\eta^-}^{\eta} V^- g f^2 \Omega^{-1}(\omega, \eta') d\eta' = \int_{-\infty}^t f^2(\omega, t') dt'.$$

Здесь и в дальнейшем все величины, относящиеся к первому и второму типу задач, помечаются индексами α и β соответственно; второе представление для τ_α получено простым переходом от переменной интегрирования η к переменной t с учетом связи $\omega = \omega(t, \eta)$ и свойств функции Ω ; при интегрировании ω считается как параметр.

Второй тип задач соответствует внезапно начавшейся химической реакции на поверхности частицы, и при этом считается, что при

$$(2.7) \quad t = 0 \quad (\text{случай } \beta)$$

в потоке задано начальное распределение концентрации.

В этом случае уравнение для определения τ (переменная, отвечающая за начальное условие) имеет вид $\tau(t = 0) = 0$ и приводит к следующему выражению:

$$(2.8) \quad \tau_\beta = \tau_\beta(t, \eta) = \tau_\alpha - \tau_\alpha(0, S(\omega)) = \int_0^t f^2(\omega, t') dt', \\ S(\omega(0, \eta)) = \eta.$$

Если функция Ω представима в виде (2.1), то

$$(2.9) \quad \tau_\alpha = \int_{\eta^-}^{\eta} V^- g \sigma(\eta') U^{-1}(t(\omega, \eta')) d\eta', \quad \tau_\beta = \int_0^t \sigma^2(\eta(\omega, t')) dt',$$

а в случае (2.3), (2.4)

$$(2.10) \quad \tau_\alpha = \int_{\eta^-}^{\eta} \frac{u(z(\omega, \eta'))}{u(z(\omega, \eta')) + \kappa} d\eta', \quad \tau_\beta = \int_0^t u^2(z(\omega, t')) dt'.$$

Используя результаты п. 1, 2, получим теперь решения нескольких нестационарных задач (в случаях α и β), не рассмотренных ранее [1—9].

3. Неоднородное начальное распределение концентрации. Рассмотрим нестационарную конвективную диффузию к капле (пузырю), обтекаемой стационарным стоковым потоком (функция тока Рыбчинского—Адамара)

$$(3.1) \quad \xi = r - 1, \quad \eta = \pi - \theta, \quad g = 2\Omega = 1 - \mu^2, \quad \mu = \cos \theta = -\cos \eta$$

при неоднородном распределении концентрации вне ее и внезапном включении реакции на поверхности при $t = 0$

$$(3.2) \quad t = 0, \quad c = q(\mu), \quad \xi = 0, \quad c = 0 \quad (q(-1) = 1),$$

где r, θ — сферическая система координат, связанная с центром капли; θ — отсчитывается от направления натекающего потока (т. е. от траектории вытекания); q — произвольная функция, зависящая только от угла θ ; характерными масштабами являются: радиус капли a , характерная скорость $U = U_\infty(\beta + 1)^{-1}$ (U_∞ — скорость набегающего потока, β — отношение вязкостей капли и окружающей ее жидкости), концентрация на оси симметрии вдали от капли c_∞ . Считаем также, что на траектории натекания $\mu = -1$ распределение концентрации задается стационарным решением Левича [11]. Решение этой задачи будет определять характерные времена t_0 выхода концентрации на стационарный режим [11] в зависимости от неоднородности начального распределения $t_0 = t_0(q)$.

Использование выражений (2.1), (2.2), (2.8) с учетом (3.1) дает следующие формулы для переменных (1.2), (1.3):

$$(3.3) \quad f = \frac{1}{2} (1 - \mu^2), \quad \omega = -t + \ln \left(\frac{1 + \mu}{1 - \mu} \right),$$

$$\tau_\beta = \tau_\alpha - \tau_\alpha(S(\omega)), \quad \tau_\alpha = \frac{1}{6} (2 - \mu)(1 + \mu)^2, \quad S(\omega) = \operatorname{th} \left(\frac{\omega}{2} \right).$$

При этом исходная задача (1.1), (3.1), (3.2) приводится к уравнению (1.6) с граничными условиями

$$(3.4) \quad \tau_\beta = 0, \quad c = q(S(\omega)), \quad \zeta = 0, \quad c = 0 \quad (\zeta \rightarrow \infty, \quad c \rightarrow q(S)),$$

решение которого имеет вид (D — коэффициент диффузии)

$$(3.5) \quad c = q \left(\operatorname{th} \frac{\omega}{2} \right) \operatorname{erf} \left(\frac{\sqrt{V \operatorname{Pe}} (r - 1) f(\mu)}{2 \sqrt{\tau_\alpha(\mu) - \tau_\alpha \left(\operatorname{th} \frac{\omega}{2} \right)}} \right), \quad \operatorname{Pe} = \frac{aU}{D}.$$

Отметим, что при $q(\mu) \equiv 1$ формула (3.5) переходит в результаты [1, 2, 6] для внешней задачи. Видно, что при $t \rightarrow +\infty$ решение (3.5) выходит на стационарный режим [11].

4. Нестационарная диффузия при смешанной кинетике. Рассмотрим теперь задачу о нестационарной конвективной диффузии к частице при протекании на ее поверхности химической реакции с конечной скоростью kc , k — безразмерная константа скорости. В этом случае на поверхности частицы и вдали от нее имеют место следующие граничные условия для концентрации (предполагается однородная концентрация вдали от частицы):

$$(4.1) \quad \xi = 0, \quad \partial c / \partial \xi - kc = 0, \quad \xi \rightarrow \infty, \quad c \rightarrow 1.$$

Для обоих типов начальных и граничных условий (2.5), (2.7), переходя к переменным (1.2)–(1.5), приходим к уравнению (1.6) с соответствующими начальными и граничными условиями

$$(4.2) \quad \tau = 0, \quad c = 1, \quad \zeta \rightarrow \infty, \quad c \rightarrow 1, \quad \zeta = 0, \quad f(\tau, \omega) \partial c / \partial \zeta - k \operatorname{Pe}^{-1/2} c = 0.$$

Здесь индексы α и β у переменной τ опущены, при этом случай α соответствует подстановке значения $\tau = \tau_\alpha$ из формулы (2.6) в (1.6), (4.2), а случай β — подстановке значения $\tau = \tau_\beta$ из формулы (2.8).

Решение задачи (1.6), (4.2) ищем в виде

$$(4.3) \quad c(\tau, \zeta, \omega) = 1 - \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\tau} \Psi(\lambda, \omega) (\tau - \lambda)^{-1/2} \exp \left\{ -\frac{\zeta^2}{4(\tau - \lambda)} \right\} d\lambda.$$

Здесь c является решением уравнения (1.6) и удовлетворяет начальному и первому граничному условию (4.2) при любом ограниченном ядре Ψ , при этом выполняются предельные соотношения [12]

$$(4.4) \quad \lim_{\zeta \rightarrow 0} c = 1 - \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\tau} \Psi(\lambda, \omega) (\tau - \lambda)^{-1/2} d\lambda, \quad \lim_{\zeta \rightarrow 0} \frac{\partial c}{\partial \zeta} = \Psi(\tau, \omega).$$

Подставляя выражение (4.3) в последнее граничное условие (4.2), учитывая свойства (4.4) и соотношение $\sqrt{\text{Pe}} \Psi f = kC$, $C = c(\tau, 0, \omega)$, приходим к следующему интегральному уравнению для поверхностной концентрации

$$(4.5) \quad C = 1 - \frac{k}{\sqrt{\pi \text{Pe}}} \int_0^{\tau} \frac{Cd\lambda}{f(\lambda, \omega) \sqrt{\tau - \lambda}},$$

которое обобщает результаты [13] на нестационарный случай.

Например, в случае стационарного стоксова обтекания капли (3.1) уравнение для поверхностной концентрации (4.5) при внезапном включении реакции (случай β) принимает вид

$$(4.6) \quad C = 1 - \frac{k}{\sqrt{\pi \text{Pe}}} \int_{\tau_{\alpha}(S(\omega))}^{\tau_{\alpha}} \frac{Cd\lambda}{f(\lambda) \sqrt{\tau_{\alpha} - \lambda}} \quad (f(\tau) = f(\mu(\tau))),$$

где функции τ_{α} , f , S и ω определены в соотношениях (3.3).

Видно, что при $t \rightarrow +\infty$ уравнение (4.6) переходит в стационарное уравнение [13], при этом имеет место следующая зависимость поверхностной концентрации от времени в передней критической точке:

$$C = \left\{ 1 + \frac{k}{\sqrt{2\pi \text{Pe}}} \left[\pi - B \left(e^{-2t}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right) \right] \right\}^{-1}.$$

Здесь $B(x, p, q)$ — неполная бетта-функция.

Отметим, что аналогично может быть рассмотрена задача с произвольной кинетикой поверхностной реакции $kF(c)$. В этом случае в правой части уравнения для поверхностной концентрации (4.5) вместо C под интегралом будет стоять $F(C)$.

5. Нестационарная диффузия к поверхности пленки. Периодические режимы. Рассмотрим теперь конвективную диффузию к поверхности реагирующей пленки, стекающей по вертикальной стенке в периодическом режиме (или к колеблющейся поверхности покоящейся на бесконечности жидкости). В этих случаях гидродинамическая модель движения пленки часто приводит к следующему выражению для компонент скоростей в уравнении (1.1) [3, 4] (v — волновой вектор, κv — частота):

$$(5.1) \quad \Omega(t, x) = U + b \cos [v(x - \kappa t)], \quad g \equiv 1 \quad (x = \eta).$$

Здесь будет показано, как результаты п. 1, 2 могут быть использованы для анализа (некоторых) периодических решений уравнения (1.1), (5.1) при условии полного поглощения реагента на поверхности пленки и постоянства концентрации вдали от нее

$$(5.2) \quad \xi = 0, \quad c = 0, \quad \xi \rightarrow \infty, \quad c \rightarrow 1$$

К граничным условиям (5.2) нужно добавить еще условия периодичности c по t

$$(5.3) \quad c(t) = c(t + 2\pi(\kappa v)^{-1})$$

и какое-либо условие типа нормировки (см. ниже (5.6)).

Аналогичная задача с граничным условием $c = 1$ при $x = 0$ (вместо (5.3)) рассматривалась в [3, 4].

Для простоты промежуточные результаты приводим здесь лишь для случая

$$\nu = \kappa = 1, U = 2, |b| < 1,$$

а окончательное выражение запишем для произвольных κ, b, ν и U .

Переменные ω и f определяются по формулам (2.3), (2.4), которые с учетом (5.1) приводят к ($z = x - t$)

$$(5.4) \quad f = 1 + b \cos z, \quad \omega = x - z - \frac{2}{\sqrt{1-b^2}} E(z, b, 1),$$

$$E(z, b, 1) = \begin{cases} \gamma(z, b, 1) & \text{при } 0 \leq z \leq \pi, \\ \gamma(\pi, b, 1) + \gamma(z - \pi, b, 1) & \text{при } \pi \leq z \leq 2\pi, \end{cases}$$

$$\gamma(z, b, \delta) = \arctg \left(\sqrt{\left| \frac{\delta - b}{\delta + b} \right|} \operatorname{tg} \frac{z}{2} \right).$$

С учетом (5.4) общее выражение для переменной τ (1.4) может быть записано в виде (проще всего его получить непосредственно из уравнения для τ (1.3))

$$(5.5) \quad \tau = z + b \sin z + A(\omega) \quad (z = x - t).$$

Для того чтобы переменная τ была периодической по t , должно выполняться условие $\tau(t) = \tau(t + 2\pi)$, которое приводит к следующему уравнению для определения τ :

$$(5.6) \quad A(\omega) = A(\omega - 2\pi - \langle f^{-1} \rangle 2\pi) + 2\pi \langle f \rangle,$$

$$\langle h \rangle = \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} h dt, \quad \langle f \rangle = 1, \quad \langle f^{-1} \rangle = \frac{1}{\sqrt{1-b^2}},$$

где h — любая периодическая функция с периодом T_0 ; $\langle h \rangle$ — среднее значение h за период.

Решение (5.6) ищем в виде

$$(5.7) \quad A(\omega) = p\omega + l \quad (p, l = \text{const}),$$

откуда получим $p = \langle f \rangle (1 + \langle f^{-1} \rangle)^{-1}$, а коэффициент l может быть выбран произвольно и должен определяться из условия нормировки.

Аналогично для произвольных величин параметров κ, b, ν и U , входящих в (5.1), имеем следующие выражения для новых переменных (1.2)–(1.5) ($|\kappa - U| > |b|$):

$$(5.8) \quad f = \Omega(vz) - \kappa, \quad \tau = \frac{b}{\nu} \sin \nu z + \frac{U - \kappa}{\kappa + \sqrt{(U - \kappa)^2 - b^2}} \times$$

$$\times \{ \sqrt{(U - \kappa)^2 - b^2} x + \kappa z - 2\kappa\nu^{-1} E(vz, b, U - \kappa) \} \quad (z = x - \kappa t).$$

Здесь τ выписано с точностью до аддитивной постоянной, выражение для ω опущено (так как в окончательном выражении оно фигурировать не будет), а функция E определена в (5.4).

В переменных (1.2)–(1.5), (5.8) уравнение (1.1) приводится к (1.6) с граничными условиями

$$(5.9) \quad \zeta = 0, c = 0, \zeta \rightarrow \infty, c \rightarrow 1.$$

Периодическими решениями этой задачи являются

$$(5.10) \quad c = \operatorname{erf} \left(\frac{\sqrt{\text{Pe}} \xi |f(z)|}{2 \sqrt{\tau(z, \cdot) + \tau_0}} \right), \quad \tau_0 = \text{const} \left(\tau_0 > \tau \left(\frac{\pi}{2}, 0 \right) \right).$$

Для определения величины τ_0 необходимо задать еще условие типа нормировки. Например, для химических реакторов (массообменников) конечной длины L можно считать известным средний расход реагента Q (который определяется разностью массы реагента на входе и выходе реактора). Вычисляя с помощью (5.10) при произвольном τ_0 полный приток реагента к поверхности пленки за период и приравнивая к расходу Q , получаем алгебраическое (трансцендентное) уравнение для определения τ_0

$$(5.11) \quad \left\langle \frac{1}{2} \int_0^L \frac{\sqrt{\text{Pe}} f(z) dx}{\sqrt{\tau(z, x) + \tau_0}} \right\rangle = Q.$$

При достаточно больших x из выражения (5.10) получаем асимптотическую формулу для локального диффузационного потока на поверхность пленки (в случае (5.4))

$$(5.12) \quad j(b) = \left(\frac{\partial c}{\partial \xi} \right)_{\xi=0} = \sqrt{\frac{\text{Pe}}{\pi}} \left(\frac{1 + \langle f^{-1} \rangle}{\langle f \rangle} \right)^{1/2} f(z) x^{-1/2} \quad (x \rightarrow \infty).$$

Из этого выражения видно, что локальный диффузационный поток (его асимптотика) уменьшается обратно пропорционально квадратному корню из расстояния от входа в реактор с коэффициентом пропорциональности, зависящим от средних значений f и f^{-1} за период колебания.

Для неколеблющейся пленки ($b = 0$) локальный диффузационный поток будет определяться выражением $j(0)$ (5.12). Составляя отношение, получаем (при $x \rightarrow \infty$)

$$(5.13) \quad \frac{\langle j(b) \rangle}{j(0)} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(1 + \frac{1}{\sqrt{1 - b^2}} \right)^{1/2} > 1.$$

Отсюда видно, что колебания могут существенно увеличить интенсивность процесса массопереноса к поверхности пленки.

6. Случай разрывных решений. Уравнение (1.6) (или (1.1)) допускает частные решения $c = F(\omega)$, зависящие только от ω (F — произвольная функция).

Если в начальный момент времени такое решение терпело разрыв при переходе через какую-либо характеристику, например, при $t = 0$ выполнялись условия

$$\eta < 0, \quad c = c^-, \quad \eta > 0, \quad c = c^+ \quad (\omega(0, 0) = 0, \quad \text{sign } \omega(0, \eta) = \text{sign } \eta),$$

то эволюция этого решения (во всем пространстве без граничных условий) также будет описываться разрывной функцией $c = c^-$ при $\omega(t, \eta) < 0$ и $c = c^+$ при $\omega(t, \eta) > 0$. Это означает, что в погранслойных задачах нестационарной конвективной диффузии, описываемых уравнением (1.1), могут возникать ситуации с разрывом концентрации (решения «типа ударных волн»). Такие решения являются следствием гиперболичности погранслойного уравнения (1.1) по переменным t и η .

Для иллюстрации разрыва такого рода рассмотрим задачу о нестационарной конвективной диффузии к поверхности сферы, обтекаемой стационарным потоком идеальной несжимаемой жидкости со скоростью U_∞ на бесконечности. Считаем, что на части поверхности сферы в окрестности точки натекания имеется лакированное включение, т. е. в области $0 \leq \theta \leq \pi - \theta_0$, $0 < \theta_0 < \pi$ происходит полное поглощение вещества; в начальный момент времени концентрация в потоке была постоянной

и равной единице, а при $\theta = \pi - \theta_0$ (на входе в пограничный слой) поддерживается постоянная концентрация, равная $\rho = \text{const}$.

Выбирая за характерный масштаб скорости U_∞ , а за характерный масштаб длины — радиус сферы, получаем, что распределение концентрации (в области $0 \leq \theta \leq \pi - \theta_0$) в этом случае описывается уравнением (1.1), (3.1) с начальными и граничными условиями

$$(6.1) \quad t = 0, c = 1, \xi = 0, c = 0, \mu = \mu_0, c = \rho (\mu_0 = -\cos \theta_0 > -1).$$

Характеристика уравнения (1.1), удовлетворяющая условию $\omega_*(0, \mu_0) = 0$ (это условие выбрано для удобства), имеет вид

$$(6.2) \quad \omega_* = \omega_*(t, \mu, \mu_0) = \omega(\bar{t}, \mu) - \omega(0, \mu_0),$$

где функция $\omega(t, \mu)$ определена в выражении (3.3).

При $t = 0$ характеристика $\omega_* = 0$ отделяет области с различными значениями концентраций: $c = \rho$ при $\omega < 0$ и $c = 1$ при $\omega > 0$, а движение точки разрыва происходит с переменной скоростью (которая определяется правой частью (1.5)) и описывается уравнением

$$(6.3) \quad \mu_* = \mu_*(t, \mu_0) = [(1 + \mu_0)e^t - (1 - \mu_0)][(1 + \mu_0)e^t + (1 - \mu_0)]^{-1}.$$

При этом в области $\mu_0 < \mu < \mu_*$ распределение концентрации описывается уравнением (1.6) (случай α) с граничными условиями

$$(6.4) \quad \zeta = 0, \quad c = 0, \quad \tau_{\alpha*} = \tau_\alpha(\mu) - \tau_\alpha(\mu_0) = 0, \quad c = \rho (\omega_* < 0),$$

а в области $\mu_* < \mu < 1$ — уравнением (1.6) (случай β) с граничными условиями

$$(6.5) \quad \zeta = 0, \quad c = 0, \quad \tau_\beta = 0, \quad c = 1 \quad (\omega_* > 0).$$

Здесь переменные ζ , τ_α и τ_β определены в соотношениях (3.3).

Решение уравнения (1.6) для граничных условий (6.4) дается формулой (3.5) при $q = \rho$ с заменой τ_β на $\tau_{\alpha*}$, а решение задачи (1.6), (6.5) — выражением (3.5) при $q = 1$. Поэтому полное решение пограничной задачи о диффузии во всей области $\mu_0 \leq \mu \leq 1$ имеет вид (Θ — единичная функция Хевисайда)

$$(6.6) \quad c = \rho \Theta(-\omega_*) \operatorname{erf} \left(\frac{\sqrt{\text{Pe}}(r-1)(1-\mu^2)}{4\sqrt{\tau_\alpha(\mu) - \tau_\alpha(\mu_0)}} \right) + \\ + \Theta(\omega_*) \operatorname{erf} \left(\frac{\sqrt{\text{Pe}}(r-1)(1-\mu^2)}{4\sqrt{\tau_\alpha(\mu) - \tau_\alpha(S(\omega))}} \right),$$

где функция $S(\omega)$ определена в (3.3).

Из этой формулы видно, что концентрация c при переходе через характеристику $\omega = 0$ ($\mu = \mu_*(t)$) терпит разрыв; в частности, при $\rho = 0$ концентрация в области $\omega_* < 0$ равна нулю, а при $\omega_* > 0$ задается вторым слагаемым (6.6) и отлична от нуля.

Следует отметить, что решение типа (6.6) при условии (2.1) и $g = 1$ в случае начальных и граничных условий $c(t=0) = c(x=0) = c_\infty$ было получено в [7], однако автор не заметил наиболее существенного свойства этого решения — его разрывности при $\omega_* = 0$.

Формула (6.6) показывает, что существует область $\omega_* > 0$, в которой не сказываются граничные условия на входе в пограничный слой при $\mu = \mu_0$. Это означает конечность скорости распространения возмущений, определяемой уравнением (1.5), а также существование области влияния $\omega_* < 0$ граничного условия при $\mu = \mu_0$. Аналогичная ситуация имеет место и в более общем случае (см. п. 7) и, в частности, является типичной для пленок жидкости (так как там нет вырождения $\Omega(\eta^-) \neq 0$ на входе в диффузионный пограничный слой).

Ясно, что в действительности такого разрыва быть не может, а в окрестности движущегося фронта разрыва существует узкая область (толщины $O(\text{Pe}^{-1/2})$) больших градиентов, в которой концентрация непрерывно быстро изменяется. В этой области становится существенной молекулярная диффузия в тангенциальном направлении к поверхности сферы, и уравнение пограничного слоя (1.1) становится непригодным. Поэтому для анализа распределения концентрации вблизи фронта необходимо рассматривать уже полное уравнение конвективной диффузии.

Исследуем теперь предельное поведение решения (6.6) при $\theta_0 \rightarrow 0$ ($\mu_0 \rightarrow -1$). Учитывая свойство $\lim_{\mu_0 \rightarrow -1} \omega_*(t, \mu, \mu_0) = +\infty$ ($\mu > -1$) и переходя к пределу при $\mu_0 \rightarrow -1$ в (6.6), получаем, что распределение концентрации в этом случае непрерывно, описывается только вторым членом (6.6) (или формулой (3.5) при $q = 1$) и совпадает с [2, 6]. Это означает, что при $\theta_0 = 0$ распределение концентрации в потоке (полностью) определяется только начальным условием (6.5) (т. е. нельзя удовлетворить начальному и граничному условию (6.4), (6.5) одновременно). Кроме того, переходя в полученном выражении к пределу при $\mu \rightarrow -1$ (т. е. в (3.5) при $q = 1$), получаем, что распределение концентрации в нестационарном случае отличается от стационарного множителем $(1 - e^{-2t})^{-1/2}$, стоящим под знаком интеграла вероятности; и при $t > 0$, $r < \infty$ $c(t, r, \pi) < 1$.

7. Случай произвольных начальных и граничных условий. В общем случае начальное и граничные условия для уравнения (1.1) имеют вид ($\eta^- = 0$)

$$(7.1) \quad t = 0, \quad c = c_\beta^0(\eta, \xi);$$

$$(7.2) \quad \eta = 0, \quad c = c_\alpha^0(t, \xi);$$

$$(7.3) \quad \xi = 0, \quad c = 0.$$

Здесь граничное условие на реагирующей поверхности для простоты взято в виде (7.3).

В дальнейшем считается, что при $0 \leq \eta < \infty$ $\Omega(t, \eta) > 0$ и $g > 0$ (1.1) (включая границу $\eta = 0$, т. е. $\Omega(t, 0) > 0$), поэтому якобиан J во всей области $0 \leq \eta < \infty$ отличен от нуля и преобразование (1.2)–(1.5) является невырожденным.

Рассуждая аналогично п. 6, в общем случае получаем, что область влияния граничного условия (7.2) задается неравенством

$$\omega(t, \eta) \leq 0 \quad (\omega(0, 0) = 0, \eta > 0, \omega(0, \eta) > 0),$$

где ω — частное решение первого уравнения (1.4), а скорость движения фронта (разрыва) определяется уравнением (1.5). На решение (1.1), (7.1)–(7.3) в области $\omega > 0$ не влияет граничное условие (7.2), а в области $\omega < 0$ решение не зависит от начального условия (7.1) и определяется только граничным условием (7.2).

В области $\omega < 0$ перейдем к переменным (1.2)–(1.5), (2.6) $\omega, \zeta, \tau_\alpha$, а в области $\omega > 0$ к переменным $\omega, \zeta, \tau_\beta$ (2.8). В каждой из этих областей распределение концентрации будет описываться уравнением (1.6) с соответствующим начальным условием

$$(7.4) \quad \tau_{\alpha, \beta} = 0, \quad c = c_{\alpha, \beta}^0(\zeta, \omega),$$

где α соответствует $\omega < 0$, а β — $\omega > 0$; соответствующие выражения для $c_{\alpha, \beta}$ получаются из начальных и граничных условий (7.1), (7.2) переходом к новым переменным по формулам (1.2)–(1.5), (2.6), (2.8).

Решение задачи (1.6), (7.4) имеет вид ($\gamma = \alpha, \beta$)

$$(7.5) \quad c = \Theta(-\omega)c_\alpha(\omega, \zeta, \tau_\alpha) + \Theta(\omega)c_\beta(\omega, \zeta, \tau_\beta),$$

$$c_\gamma = \frac{1}{2\sqrt{\pi\tau_\gamma}} \int_0^\infty \left\{ \exp \left[-\frac{(\zeta - \zeta^*)^2}{4\tau_\gamma} \right] - \exp \left[-\frac{(\zeta + \zeta^*)^2}{4\tau_\gamma} \right] \right\} c_\gamma^0(\omega, \zeta^*, \tau_\gamma) d\zeta^*.$$

В окрестности фронта $\omega = 0$ тангенциальные производные от концентрации велики и уравнение диффузионного пограничного слоя (1.1) становится непригодным, и поэтому здесь необходимо рассматривать полное уравнение конвективной диффузии. При этом задача для распределения концентрации в окрестности фронта может быть сформулирована при помощи метода сращиваемых асимптотических разложений [14, 15].

Вводя в окрестности разрыва $\eta = \eta^*(t)(\omega = 0)$ растянутые координаты

$$(7.6) \quad t, Y = \sqrt{\text{Pe}}\xi, X = \sqrt{\text{Pe}}\omega(t, \eta),$$

подставляя их в полное уравнение конвективной диффузии и выделяя старшие члены разложения при $\text{Pe} \rightarrow \infty$ (считается, что $Y = O(1)$, $X = O(1)$), получаем следующее уравнение для концентрации c^* в окрестности фронта $\eta = \eta^*(t)$ ($\omega = 0$):

$$(7.7) \quad \frac{\partial c^*}{\partial t} - e(t) Y \frac{\partial c^*}{\partial Y} = \frac{\partial^2 c^*}{\partial Y^2} + s^2(t) \frac{\partial^2 c^*}{\partial X^2},$$

$$e(t) = \left[\frac{1}{\sqrt{g}} \frac{\partial \Omega}{\partial \eta} \right]_{t, \eta=\eta^*(t)}, \quad s(t) = \left[\frac{\partial \omega}{\partial \eta} \right]_{t, \eta=\eta^*(t)}.$$

Уравнение (7.7) следует дополнить условиями сращивания при $|X| \rightarrow \infty$ с решениями (7.5), а также начальным и граничным условиями (7.1), (7.3)

$$(7.8) \quad X \rightarrow -\infty, \quad c^* \rightarrow c_\alpha(0, \zeta, \tau_\alpha^*(t)), \quad X \rightarrow +\infty, \quad c^* \rightarrow c_\beta(0, \zeta, \tau_\beta^*(t)),$$

$$Y = 0, \quad c^* = 0, \quad t = 0, \quad c^* = \Theta(-X)c_\alpha^0(0, Y) + \Theta(X)c_\beta^0(0, Y),$$

$$\tau_\alpha^*(t) \equiv \tau_\alpha(t, \eta^*(t)), \quad \tau_\beta^*(t) \equiv \tau_\beta(t, \eta^*(t)).$$

Уравнение (7.7) с начальными и граничными условиями (7.8) задает распределение концентрации в окрестности точки разрыва.

Несмотря на то, что формула (7.5) неверно описывает распределение концентрации в окрестности фронта, она дает (асимптотически) правильный результат в области $|\omega| > O(\text{Pe}^{-1/2})$, $\text{Pe} \rightarrow \infty$ и определяет главный член разложения (по числу Пекле) для полного диффузионного притока вещества к реагирующей поверхности.

В общем случае $g^{-1/2}\Omega = O(|\eta - \eta^-|^{\varepsilon})$ при $\eta \rightarrow \eta^-$ и можно показать, что для $0 \leq \varepsilon < 1$ решение задачи (1.1), (7.1)–(7.3) дается формулами (7.5), а при $\varepsilon \geq 1$ решение уравнения (1.1), (7.3) определяется только начальным условием (7.1) и не зависит от граничного (7.2) (вместо которого следует задавать «нежесткое» условие ограниченности производной $[(\partial c / \partial \eta)]_{\eta=\eta^-} < \infty$) и дается выражением c_β (7.5) (случай $\varepsilon = 1$ рассмотрен в п. 6).

В заключение отметим, что преобразование (1.2)–(1.5) позволяет решать более сложные задачи для многокомпонентных изотермических реакций, происходящих на реагирующих поверхностях (при больших числах Пекле) и описываемых системой уравнений типа (1.1).

Авторы благодарят В. С. Бермана, Ю. П. Гупало и Ю. С. Рязанцева за внимание к работе и полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Левич В. Г., Крылов В. С., Воротилин В. П. К теории нестационарной диффузии из движущейся капли. — ДАН СССР, 1965, т. 161, № 3.
2. Ruckenstein E. Mass transfer between a single drop and continuous phase. — Int. J. Heat Mass Transfer, 1967, vol. 10, p. 1785.
3. Ruckenstein E. A generalized penetration theory for unsteady convective mass transfer. — Chem. Engng Sci., 1968, vol. 23, p. 363.
4. Ruckenstein E., Berbente C. Mass transfer to falling liquid film at low Reynolds numbers. — Int. J. Heat Mass Transfer, 1968, vol. 11, p. 743.
5. Ruckenstein E., Muntean O. Mass transfer between a bubble and a oscillating liquid. — Chem. Engng Sci., 1970, vol. 25, N 7.
6. Chao B. T. Transient heat and mass transfer to translating droplet. — Trans. ASME, Ser. C. J. Heat Transfer, 1969, vol. 91, N 2.
7. Ruckenstein E. Unsteady mass transfer near fluid-liquid interfaces. — Chem. Engng Sci., 1970, vol. 25, N 11.
8. Гупало Ю. П., Полянин А. Д. и др. О нестационарном массообмене капли в потоке вязкой жидкости. — ПММ, 1978, т. 42, вып. 3.
9. Гупало Ю. П., Полянин А. Д. и др. Об интегрировании нестационарного уравнения теплообмена движущихся в жидкости тел. — ИММ, 1979, т. 43, вып. 6.
10. Полянин А. Д. О диффузионном взаимодействии капель в жидкости. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1978, № 2.
11. Левич В. Г. Физико-химическая гидродинамика. М.: Физматгиз, 1959.
12. Sutton W. G. L. On the equation of diffusion in turbulent medium. — Proc. Roy. Soc. A, 1943, vol. 182, N 988.
13. Гупало Ю. П., Полянин А. Д. и др. Конвективная диффузия к капле при произвольных условиях поглощения. Приближение диффузионного пограничного слоя. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1979, № 6.
14. Коул Дж. Методы возмущений в прикладной математике. М.: Мир, 1972.
15. Найфе А. Методы возмущений. М.: Мир, 1976.

УДК 533.15

**ТЕЧЕНИЕ ПУАЗЕЙЛЯ И ТЕПЛОВОЙ КРИП
ДЛЯ РАЗЛИЧНЫХ ЯДЕР РАССЕЯНИЯ ГАЗА
НА ПОВЕРХНОСТИ КАНАЛА**

Ю. И. Маркелов, Б. Т. Породнов,
Б. Д. Селезнев, А. Г. Флягин

(Свердловск)

Широко известная максвелловская диффузно-зеркальная модель граничных условий не способна полностью описать существующие в настоящее время экспериментальные результаты по исследованию течения разреженного газа в длинных каналах. В рамках этой модели не удается объяснить эффект аккомодационной откачки Хобсона [1], температурную зависимость свободномолекулярного приведенного расхода газа в капиллярах [2, 3]. Поэтому возникает необходимость разработки и рассмотрения новых, более адекватно описывающих взаимодействия газа с поверхностью моделей граничных условий. В работе [4] предложено достаточно простое двухпараметрическое ядро рассеяния, которое следует как из физического, так и из чисто математического анализа проблемы. Однако это ядро не учитывает возможности захвата молекул на поверхности с последующим диффузным их испарением. В данной работе предлагается учсть этот механизм взаимодействия молекул с поверхностью путем применения суперпозиции ядра, предложенного в [4], с диффузной функцией рассеяния. Предлагаемая комбинированная модель граничных условий и ядро рассеяния Черчиньин-Лампис применяются затем в задаче об изотермическом и неизотермическом течении газа в свободномолекулярном режиме в длинном канале с целью проверки их эффективности при описании соответствующих экспериментальных данных.