

Из (2) видно, что (18) удовлетворяется при условиях на фронте ударной волны и противоречит соотношениям (3) на фронте детонации. Интеграл Бернулли в общем виде можно использовать, например, для решения частных задач о двумерном разлете изэнтропического газа. Аналогично изложенному выше можно найти класс решений с ударными вращающимися волнами, зависящими от одной безразмерной переменной $\eta = \beta \ln \omega(t + \tau) - \theta$, где β и τ — параметры. Однако решения в этом классе задач оказываются более сложными.

На основании изложенного можно сделать следующие выводы. Некоторые двумерные автомодельные решения с ударными и детонационными волнами могут быть выражены в квадратурах. Простые аналитические зависимости, полученные в частных случаях, могут использоваться для опробирования, например, методов численного счета двумерных задач. На характер двумерного течения с ударными и детонационными волнами существенно влияют силы инерции.

Поступила в редакцию
28/VI 1978

ЛИТЕРАТУРА

1. Я. Б. Зельдович, Ю. П. Райзер. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М., «Наука», 1966.
2. И. П. Станюкович. Неустановившиеся движения сплошной среды. М., «Наука», 1971.
3. Л. И. Седов. Методы подобия и размерности в механике. М., «Наука», 1965.
4. Э. И. Андрианкин. ПММ, 1966, 30, 6, 1133.

СВАРКА ВЗРЫВОМ И ЗАДАЧА СТЕФАНА

М. С. Качан, В. Н. Штерн

(Новосибирск)

При сварке взрывом металлических деталей в области шва возникает зона расплава [1, 2]. Тепловой режим сварного шва, имеющий большое практическое значение, анализировался в работах [2—6]. Однако динамика фронтов фазового перехода детально не изучена. Настоящая работа посвящена решению задач типа Стефана [7], связанных с мгновенным локальным выделением тепла, как это бывает, например, при взрыве или высокоскоростном соударении. Рассчитана динамика образования расплавленной зоны и ее затвердевания.

Рассмотрено три случая: выделение тепла на плоскости, на линии и в точке безграничной среды. Первый из них имеет прямое отношение к сварке взрывом. Опытные данные [3] свидетельствуют, что теплота, затрачиваемая на расплавление, выделяется практически на поверхности, по которой происходит соударение двух пластин. Поскольку ширина оплавленной зоны обычно на несколько порядков меньше толщины пластин, простейшая модель соответствующей тепловой задачи может быть сформулирована так: в безграничной среде с равномерной начальной температурой T_0 в момент времени $t=0$ на плоскости $x=0$ происходит выделение тепла с постоянной поверхностной плотностью Q . Теплофизические свойства среды здесь принимаются независимыми от темпера-

туры и одинаковыми для обеих фаз. Таким образом, имеем математическую задачу:

$$\begin{aligned} \partial T / \partial t &= a \cdot \partial^2 T / \partial x^2, \quad t > 0, \quad x \geq 0, \quad x \neq \xi(t); \\ T(x, t) &\rightarrow T_0 \text{ при } x \rightarrow \infty; \quad \partial T / \partial x \cdot (0, t) = 0; \quad T(\xi, t) = T_*; \\ \partial T / \partial x \cdot (\xi + 0, t) - \partial T / \partial x \cdot (\xi - 0, t) &= L\rho/\lambda \cdot d\xi/dt; \\ T(x, t) &\rightarrow T_0 + (Q/2c\sqrt{\pi at}) \exp[-x^2/4at] \text{ при } t \rightarrow 0. \end{aligned}$$

Здесь a , c , λ , ρ , L — температуропроводность, теплоемкость, теплопроводность, плотность и теплота фазового перехода среды; $\xi(t)$ — положение движущейся границы раздела фаз; T_* — температура плавления. В силу симметрии задачу достаточно рассмотреть на полуоси $x \geq 0$. Определяющие размерные параметры позволяют ввести масштаб длины

$$\delta = 1/2 \cdot Q/[L\rho + c\rho(T_* - T_0)]$$

и безразмерный комплекс

$$q = L/[L + c(T_* - T_0)].$$

Физически масштаб δ означает полуширину расплавленной зоны в том случае, если все тепло затрачивается на прогрев этой зоны до критической температуры и оплавление, а комплекс q имеет смысл доли тепла, затраченной в этом процессе на фазовый переход.

Вводя новые переменные

$$r = x/\delta, \quad \xi = \xi/\delta, \quad \tau = at(1-q)^2/\delta^2, \quad v = (T - T_0)/(T_* - T_0),$$

приведем задачу к безразмерному виду

$$\begin{aligned} (1-q)^2 \frac{\partial \vartheta}{\partial \tau} &= \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial r^2}, \quad \vartheta(\infty, \tau) = 0, \quad \frac{\partial \vartheta}{\partial r}(0, \tau) = 0, \quad \vartheta(\xi(\tau), \tau) = 1, \\ \frac{\partial \vartheta}{\partial r}(\xi + 0, \tau) - \frac{\partial \vartheta}{\partial r}(\xi - 0, \tau) &= q(1-q) \frac{d\xi}{d\tau}, \\ \vartheta(r, \tau) &\rightarrow \frac{1}{\sqrt{\pi\tau}} \exp\left[-\frac{r^2(1-q)^2}{4\tau}\right] \text{ при } \tau \rightarrow 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Задача о движении фазовой границы методом источников [7] сводится к интегродифференциальному уравнению. Действительно, поле температур определяется мгновенным источником в начале координат и движущимися непрерывными источниками при $r = \pm \xi(\tau)$

$$\begin{aligned} \vartheta(r, \tau) &= \frac{1}{\sqrt{\pi\tau}} \exp\left[-\frac{r^2(1-q)^2}{4\tau}\right] - \frac{q}{2\sqrt{\pi}} \int_0^\tau \xi'(\tau_1) \times \\ &\times \left\{ \exp\left[-\frac{(r - \xi(\tau_1))^2(1-q)^2}{4(\tau - \tau_1)}\right] + \exp\left[-\frac{(r + \xi(\tau_1))^2(1-q)^2}{4(\tau - \tau_1)}\right] \right\} / \\ &/ \sqrt{\tau - \tau_1} \cdot d\tau_1; \quad \xi' = \frac{d\xi}{d\tau}. \end{aligned}$$

В частности, при $r = \xi(\tau)$ имеем

$$\begin{aligned} 1 &= \frac{1}{\sqrt{\pi\tau}} \exp\left[-\frac{\xi^2(\tau)(1-q)^2}{4\tau}\right] - \frac{q}{2\sqrt{\pi}} \int_0^\tau \xi(\tau_1) \times \\ &\times \left\{ 1 + \exp\left[-\frac{\xi^2(\tau_1)(1-q)^2}{\tau - \tau_1}\right] \right\} / \sqrt{\tau - \tau_1} \cdot d\tau_1. \end{aligned} \quad (2)$$

Если положить $q=0$, т. е. пренебречь скрытой теплотой фазового перехода, как это делалось в работах [3, 4], получим

$$\zeta(\tau) = \sqrt{2\tau \ln[1/(\pi\tau)]}. \quad (3)$$

Следовательно, время плавления $\tau_n = 1/(\pi e)$, время затвердевания $\tau_s = 1/\pi$, максимальная ширина оплавленной зоны $\zeta_m = \sqrt{2/(\pi e)} \approx 0,483$.

В другом предельном случае, когда $q \rightarrow 1$, т. е. мала теплоемкость или перепад $T_* - T_0$, все выделенное тепло сначала затрачивается на оплавление и $\zeta_m \rightarrow 1$. При этом $\tau_n \rightarrow 0$, поскольку оно определяется тепловым сопротивлением слоя конечной толщины $\sim \delta$, стремящимся к нулю. Таким образом, практически мгновенно задача трансформируется в следующую: первоначально дан расплавленный слой толщиной 2δ при температуре плавления T_* , вне которого температура среды равна T_0 . Для этой задачи существует решение Неймана [7]

$$\zeta(\tau) = 1 - 2\sqrt{\pi\tau}, \quad \tau_s = \pi/4.$$

При промежуточных значениях q задача решалась численно. При этом оказалось удобнее иметь дело не с нелинейным интегродифференциальным уравнением (2), а прямо с исходной задачей (1).

Существует ряд методов численного решения задачи Стефана [8, 9], среди которых наиболее распространены методы сглаживания и ловли фазовой границы в узел сетки. Оба они требуют при расчете одного временного шага проведения итераций: из-за нелинейности в первом случае и для ловли границы — во втором.

В данной работе применен алгоритм, позволяющий обойтись без итераций. Он основан на том обстоятельстве, что нелинейность задачи носит контактный характер и связана лишь с условием Стефана на границе фаз. Использовалась неявная разностная схема аппроксимации уравнения теплопроводности и условия Стефана:

$$\begin{aligned} (1-q)^2 (\vartheta^j - \vartheta^{j-1})/h &= d^2\vartheta^j/dr^2; \quad d\vartheta^j/dr = 0 \text{ при } r=0; \\ \vartheta^j &= 0 \text{ при } r=R; \quad d\vartheta^j/dr \cdot (\zeta^j + 0) - d\vartheta^j/dr \cdot (\zeta^j - 0) = q(1-q)(\zeta^j - \zeta^{j-1})/h; \\ \vartheta^j(\zeta^j) &= 1. \end{aligned}$$

Здесь h — шаг по времени; j — номер временного слоя; $R \gg 1$ — координата, куда сносится граничное условие из бесконечности. Для решения пространственной задачи использовался метод встречной прогонки [9]. После проведения прямой прогонки с обеих границ и вычисления прогоночных коэффициентов определялось место фазовой границы, где удовлетворяются условия Стефана, после чего осуществлялась обратная прогонка в обе стороны. Удобнее пояснить алгоритм на примере дифференциальной прогонки.

Введем прогоночные функции $A(r)$, $B(r)$:

$$d\vartheta^j/dr = A\vartheta^j - B.$$

Чтобы удовлетворить граничным условиям при $r=0$ для любых ϑ^j , необходимо равенство $A(0) = B(0) = 0$. Подставляя прогоночную связь в уравнение теплопроводности и удовлетворяя его для любых ϑ^j , получим

$$dA/dr = (1-q)^2/h - A^2; \quad dB/dr = (1-q)^2/h \cdot \vartheta^{j-1} - AB.$$

Интегрируя полученную для A , B задачу Коши, найдем их на всем интервале $0 \leq r \leq R$. С другой стороны, введем прогоночные коэффициенты $D(r)$, $F(r)$:

$$\begin{aligned} \vartheta^j &= D d\vartheta^j/dr + F; \quad D(R) = F(R) = 0; \\ dD/dr &= 1 - (1-q)^2/h \cdot D^2; \quad dF/dr = (1-q)^2/h \cdot D(\vartheta^{j-1} - F), \end{aligned}$$

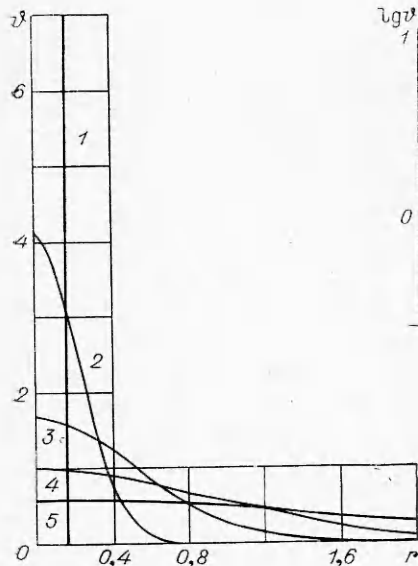


Рис. 1. Распределение температур для $q=0,2$ в различные моменты времени; $R=8,5$.
 τ равно: 1—0, 2—0,014, 3—0,09, 4—0,3, 5—1.

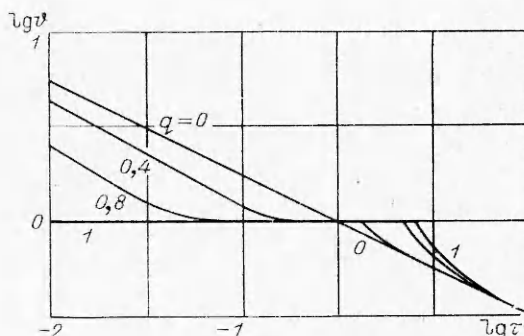


Рис. 2. Зависимость температуры шва от времени.

которые определяются интегрированием задачи Коши от $r=R$ до $r=0$. Условие Стефана с использованием прогоночных связей примет вид

$$\Phi(\xi) = [1 - F(\xi)]/D(\xi) - A(\xi) + B(\xi) - q(1 - q)(\xi - \xi^{j-1})/h = 0.$$

Корень функции $\Phi(\xi)$ находится без труда, например методом Ньютона при использовании $\xi = \xi^{j-1}$ в качестве начального приближения. Затем находятся Φ^j интегрированием прогоночных связей в соответствующих областях с начальным условием $\Phi^j(\xi) = 1$. Фактически уравнения для прогоночных коэффициентов достаточно интегрировать до точки, лежащей немного далее ξ^{j-1} , так чтобы интегралы прогонки справа и слева перекрывались настолько, что ξ^j оказалось бы в области пересечения. Отыскание корня $\Phi(\xi)$ требовало не более 3—4 итераций и затрат времени пренебрежимо малых по сравнению с прогонкой.

Определенную погрешность вносит аппроксимация точечного источника ступенчатым распределением начальных температур при численных расчетах. (Точечный источник как идеализация тепловыделения при соударении пластин выбран для преемственности работам [2—4].) Влияние конечной ширины ступеньки определялось в серии расчетов, в которых тепловыделение сохранялось постоянным. В безразмерных переменных это выражается условием

$$\xi_0[q + \vartheta_m(1 - q)] = 1, \quad \xi_0 = \xi(0), \quad \vartheta_m = \vartheta(0, 0).$$

Начальная температура расплава ϑ_m увеличивалась до тех пор, пока значения характерных параметров, таких, как ξ_m , τ_n , τ_s , не устанавливались. Например, при $q=0,5$ время затвердевания шва τ_s зависит от ϑ_m следующим образом:

ϑ_m	1	2	3,33	7	∞
τ_s	0,493	0,52	0,526	0,535	0,54

Последнее значение τ_s получено экстраполяцией. При $q=0$ и $q=1$ сопоставление проводилось с аналитическими результатами. Если $\vartheta_m \geq 7$, расхождение с предельным случаем $\vartheta_m = \infty$ не более 1%.

Типичный пример иллюстрирует рис. 1 при $\vartheta_m = 7$, $\xi_0 = 0,172$. Максимум ширины оплавленной зоны $\xi_m = 0,53$ достигается при $\tau = 0,09$. Область интегрирования $[0, R]$ выбиралась при расчете так, чтобы ее

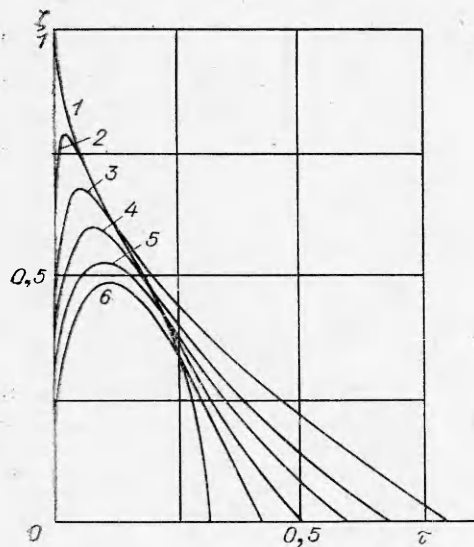


Рис. 3. Динамика фазового фронта в задаче о сварке взрывом.
 q равно: 1—1, 2—0.8, 3—0.6, 4—0.4, 5—0.2, 6—0.

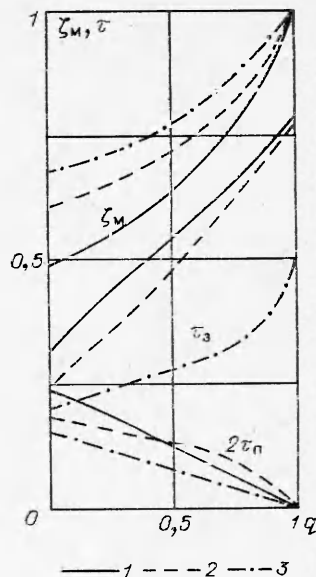


Рис. 4. Зависимость ширины оплавленной зоны ξ_m , времени оплавления τ_n и времени затвердевания τ_s от параметра q .
 1—3 — плоская, осесимметричная и сферически симметричная задача.

размер в 15—20 раз превосходил ξ_m . В этих условиях к моменту затвердевания шва температура на внешней границе $\vartheta(R, \tau_s) < 0.01$, т. е. внешние слои еще не прогревались.

На рис. 2 нанесены зависимости температуры шва $\vartheta(0, \tau)$ для различных значений q . В соответствии с методом источников имеем при $\tau > \tau_s$

$$\vartheta(0, \tau) = \frac{1}{\sqrt{\pi\tau}} - \frac{q}{\sqrt{\pi\tau}} \int_0^{\tau_s} \xi'(\tau_1) \left\{ \exp \left[-\frac{\xi^2(\tau_1)(1-q)^2}{4(\tau-\tau_1)} \right] \sqrt{1-\tau_1/\tau} \right\} d\tau_1.$$

Верхний предел в интеграле изменен в связи с тем, что при $\tau > \tau_s$ выполняется условие $\xi' = 0$. Выражение в фигурных скобках под интегралом стремится к 1 при $\tau \rightarrow \infty$, а так как $\int_0^{\tau_s} \xi'(\tau_1) d\tau_1 = 0$ в силу $\xi(0) = \xi(\tau_s) = 0$, то асимптотически все зависимости выходят на решение задачи при $q=0$, а именно $\vartheta(0, \tau) = 1/\sqrt{\pi\tau}$. Этот «хвост» и измерялся в экспериментах [3].

На рис. 3 представлена динамика фазового фронта $\xi(\tau)$ для различных q . Кривая $q=0$ соответствует (3), $q=1$ — решению Неймана [7]. Суммарная информация о зависимости ξ_m , τ_n , τ_s от параметра q соответствует рис. 4, 1. Эти функции имеют простой вид. Такие практически важные параметры, как толщина оплавляемой зоны и время затвердевания шва с точностью до двух значащих цифр описываются следующими аппроксимационными формулами:

$$\xi_m = 0.48 + 0.08q + 0.44q^2; \quad \tau_s = \pi q/4 + (1-q)/\pi.$$

Дадим оценку этих величин для материала Ст. 3, использованного в экспериментах [3]. Примем [10] $L_p = 430$ кал/см³, $T = 1600^\circ\text{C}$,

$T_0=100^\circ\text{C}$, $c_p=1,23$ кал/(град $\cdot$ см 3). Тогда $q \simeq 0,19$, $\xi_m \simeq 0,52$, $\tau_s=0,41$. При $Q=8$ кал/см 2 , $a=0,1$ см 2 /с [4], $\xi_m \simeq 9 \cdot 10^{-6}$ м, $t_s \simeq 2 \cdot 10^{-5}$ с. Ширина оплавленной зоны с точностью до 30% согласуется с измерениями [3, 4], опытных данных по времени затвердевания нет.

В случае, когда тепло выделяется при взрыве равномерно на некоторой прямой, вместо предыдущей плоской имеем осесимметричную тепловую задачу. В качестве масштаба длины, имеющего аналогичный физический смысл, выберем

$$\delta = \{Q/[L\rho + c\rho(T_* - T_0)]\}^{1/2},$$

а безразмерное время

$$\tau = at(1-q)/\delta^2.$$

Тогда имеем

$$(1-q) \cdot \partial\vartheta/\partial\tau = \partial^2\vartheta/\partial r^2 + 1/r \cdot \partial\vartheta/\partial r, \quad \partial\vartheta/\partial r \cdot (\xi+0, \tau) - \partial\vartheta/\partial r \cdot (\xi-0, \tau) = \\ = q \cdot d\xi/d\tau, \quad \vartheta(r, \tau) \rightarrow 1/4\tau \cdot \exp[-r^2(1-q)/(4\tau)], \quad \tau \rightarrow 0.$$

Остальные условия такие же, как в системе (1). Метод источников приводит к следующему уравнению для фазового фронта:

$$1 = \frac{\exp[-\xi^2(1-q)/(4\tau)]}{4\tau} - \frac{q}{2} \int_0^\tau \frac{\xi(\tau_1) \xi'(\tau_1)}{\tau - \tau_1} \exp\left[-\frac{\xi^2(\tau_1)}{2(\tau - \tau_1)}\right] I_0\left(\frac{\xi^2(\tau_1)}{2(\tau - \tau_1)}\right) d\tau_1$$

(I_0 —функция Бесселя мнимого аргумента). При $q=0$ $\xi = \sqrt{4\tau \ln[1/(4\tau)]}$, $\tau_n = 1/(4e)$, $\tau_s = 1/4$, $\xi_m = 1/\sqrt{e} \simeq 0,606$.

На рис. 5 представлены результаты численных расчетов $\xi(\tau)$. По оси абсцисс отложена величина

$$\tau' = \tau(1+q)^2/\ln[e/(1-q)^{3/2}].$$

Зависимость $\tau'(q)$ подобрана (эмпирически) из условия $\tau'_s(0,99) = \frac{\pi}{4}$, $\tau'_s(0) = 1/4$. Функции $\xi_m(q)$, $\tau'_s(q)$, $\tau'_n(q)$ приведены на рис. 4, 2.

При $q \rightarrow 1$ процесс затвердевания приводится к задаче, которую можно назвать обращенной задачей Франка [7], и величина τ_s определяется параметрически:

$$\tau_s \rightarrow -\ln\lambda/4; \quad -\lambda^2 \ln\lambda \rightarrow 1-q \quad \text{при} \quad q \rightarrow 1.$$

Оценки работы [5] относятся именно к этому случаю и соответствуют точке с координатами (0,1) на рис. 5.

В заключение рассмотрим сферически симметричную задачу о точечном выделении тепла в начальный момент времени. Определим

$$\delta = \{Q/[4/3 \cdot \pi\rho(L + c(T_* - T_0))]\}^{1/3}, \quad \tau = at(1-q)/\delta^2,$$

тогда уравнение теплопроводности, условие Стефана и начальное условие примут вид

$$(1-q) \frac{\partial\vartheta}{\partial\tau} = \frac{\partial^2\vartheta}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial\vartheta}{\partial r}, \quad \frac{\partial\vartheta}{\partial r}(\xi+0, \tau) - \frac{\partial\vartheta}{\partial r}(\xi-0, \tau) = q \frac{d\xi}{d\tau}, \\ \vartheta(r, \tau) \rightarrow \frac{1}{6\sqrt{\pi\tau^{3/2}}} \exp\left[-\frac{r^2(1-q)}{4\tau}\right], \quad \tau \rightarrow 0.$$

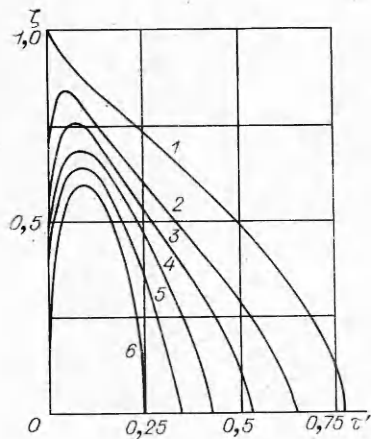


Рис. 5. Динамика фазового фронта для осесимметричного случая. q равно: 1—0,99, 2—0,8, 3—0,6, 4—0,4, 5—0,2, 6—0.

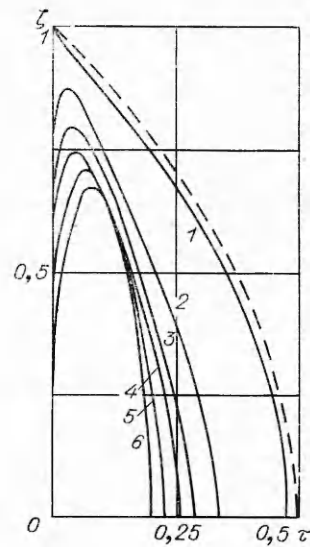


Рис. 6. Динамика фазового фронта в сферически симметричном случае. q равно: 1—0,9975, 2—0,8, 3—0,6, 4—0,4, 5—0,2, 6—0.

Остальные условия остаются прежними, а интегродифференциальное уравнение для фазового фронта запишется в виде

$$1 = \frac{\exp[-\zeta^2(1-q)/(4\tau)]}{6\sqrt{\pi}\tau^{3/2}} + \frac{q}{8\pi^{3/2}(1-q)} \int_0^\tau \left\{ 1 - \exp\left[-\frac{\zeta^2(1-q)}{\tau-\tau_1}\right] \right\} \times \\ \times \frac{\zeta'(\tau_1) d\tau_1}{\zeta^2(\tau_1)(\tau-\tau_1)}.$$

Решения этого уравнения приведены на рис. 6. При $q=0$ решение находится аналитически:

$$\zeta = \sqrt{4\tau \ln[1/(6\sqrt{\pi}\tau^{3/2})]}, \quad \tau_s = (6\sqrt{\pi})^{-2/3} \simeq 0,206,$$

$$\tau_n = \tau_s/e \simeq 0,076; \quad \tau_m = \sqrt{6\tau_n} \simeq 0,674.$$

Когда $q \rightarrow 1$, теплота источника сначала практически полностью затрачивается на оплавление, затем происходит затвердевание сферической области, находящейся при температуре плавления, т. е. получается обратная задача Франка [7], и $\zeta \simeq \sqrt{1-2\tau}$, $\tau_s=0,5$. Сравнение рассчитанной зависимости $\zeta(\tau)$ при $q=0,9975$ и решения Франка $\zeta=\sqrt{1-2\tau}$ (штриховая кривая) дано на рис. 6.

Приведенные решения о динамике фазового фронта и полученные критериальные зависимости позволяют, в частности, определять время на оплавление и затвердевания, а также ширину оплавляемой зоны для широкого круга практических задач сварки взрывом и других инженерных приложений.

Поступила в редакцию
30/XII 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. А. А. Дерибас, В. М. Кудинов, Ф. И. Матвеев. ФГВ, 1967, 3, 4.
2. G. R. Cowan, A. H. Holtzman. J. Appl. Phys., 1963, 34, 4.
3. И. Д. Захаренко. ФГВ, 1971, 7, 2.
4. И. Д. Захаренко, Т. М. Соболенко. ФГВ, 1971, 7, 3.
5. В. М. Кудинов. Explosive working of metals. Praha, 1974, 1.
6. А. С. Гельман. ФГВ, 1974, 10, 6.
7. Г. Карслоу, Д. Егер. Теплопроводность твердых тел. М., «Наука», 1964.
8. Решение задач типа Стефана. М., изд. МГУ, 1971, вып. 1; 1972, вып. 2.
9. Н. С. Бахвалов. Численные методы. Т. 1. М., «Наука», 1975.
10. В. С. Чиркин. Теплофизические свойства материалов ядерной техники. М., Атомиздат, 1968.

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА ЗАТУХАНИЯ УДАРНЫХ ВОЛН В МЕТАЛЛАХ ПРИ НАГРУЖЕНИИ КОНТАКТНЫМ ВЗРЫВОМ

*А. А. Дерибас, В. Ф. Нестеренко, Г. А. Сапожников,
Т. С. Тесленко, В. М. Фомин*

(Новосибирск)

Для многих задач представляет интерес характер изменения давления на фронте ударной волны в металле от детонации заряда ВВ, находящегося в контакте с металлом. В первых расчетах затухания давления на фронте плоской ударной волны при ее движении по металлу по мере удаления от поверхности использовалась газодинамическая модель [1]. Полученные кривые для максимального давления в ударной волне в меди и никеле от контактных зарядов литого тротила с гексогеном 50/50 толщиной 15 мм использованы в работе [2], где сделан вывод, что давление убывает с глубиной быстрее, чем это предсказывает газодинамический расчет.

В данной работе приводится расчет аналогичной задачи на основе упругопластической модели для Ni и Cu. Полученные данные сравниваются с результатами экспериментального определения давления на фронте ударной волны на различных глубинах в меди, нагруженной зарядами ТГ 50/50, и с некоторыми остаточными характеристиками материалов.

1. Рассматривается задача о нагружении твердого тела (металл) продуктами детонации конденсированного ВВ в одномерном приближении. Пусть в точке $r=R_1$ возбуждается детонационная волна. Продукты детонации (ПД) истекают в пространство $r < R_1$ с текущей координатой свободной поверхности R_2 . В направлении $r > R_1$ распространяется детонационная волна, которая за время $t_0 = (R_0 - R_1)/D$ дойдет до границы контакта ($r=R_0$) с твердым телом и сообщит ему динамическую нагрузку. Здесь D — скорость детонационной волны.

Поведение твердого тела при динамическом нагружении описывается системой уравнений, которые в координатах Лагранжа имеют вид

$$\begin{aligned} 1/v \cdot \partial v / \partial t &= 1/r^{v-1} \cdot \partial (r^{v-1} u) / \partial r, \\ 1/v \cdot \partial u / \partial t &= \partial \sigma_1 / \partial r + (v-1) \cdot (\sigma_1 - \sigma_2) / r, \\ 1/\rho_0 \cdot \partial e / \partial t &= -p \cdot \partial v / \partial t + v [s_1 \cdot \varepsilon_1 / \partial t + \\ &\quad + (v-1) s_2 \cdot \partial \varepsilon_2 / \partial t], \end{aligned} \quad (1)$$

где $v=1/\rho$, $\sigma_i = -p + s_i$, v принимает значение 1, 2, 3 соответственно