УДК 519.676, 535.3

Статистическое моделирование кольцевых структур рассеяния лазерного излучения в атмосферной облачности и водных средах^{*}

С.М. Пригарин^{1,2}, Д.Э. Миронова¹

¹Институт вычислительной математики и математической геофизики Сибирского отделения Российской академии наук, просп. Акад. Лаврентьева, 6, Новосибирск, 630090

²Новосибирский национальный исследовательский государственный университет (НГУ), ул. Пирогова, 2, Новосибирск, 630090

E-mails: sergeim.prigarin@gmail.com (С.М. Пригарин), mirkin_93@mail.ru (Д.Э. Миронова)

Английская версия этой статьи печатается в журнале "Numerical Analysis and Applications" N $^{\circ}$ 3, Vol. 15, 2022.

Пригарин С.М., Миронова Д.Э. Статистическое моделирование кольцевых структур рассеяния лазерного излучения в атмосферной облачности и водных средах // Сиб. журн. вычисл. математики / РАН. Сиб. отд-ние. — Новосибирск, 2022. — Т. 25, № 3. — С. 303–313.

Работа посвящена статистическому моделированию оптических явлений, которые возникают при лидарном зондировании атмосферной облачности и водных сред. С помощью вычислительных экспериментов изучаются особенности распространения лазерных импульсов, когда свет образует расширяющиеся кольцевые структуры за счет многократного рассеяния.

DOI: 10.15372/SJNM20220306

Ключевые слова: методы Монте-Карло, многократное рассеяние излучения, лазерное зондирование, атмосферная облачность, водные среды, световые кольца.

Prigarin S.M., Mironova D.E. Monte Carlo simulation of ring-shaped structures of laser pulse radiation scattered in atmospheric clouds and water media // Siberian J. Num. Math. / Sib. Branch of Russ. Acad. of Sci.—Novosibirsk, 2022.—Vol. 25, № 3.—P. 303–313.

This paper deals with Monte Carlo simulation of optical phenomena which appear in the lidar sensing of atmospheric clouds and water media. By numerical experiments we study peculiarities of the laser pulse propagation when the light forms expanding ring structures at the expense of multiple scattering.

Keywords: Monte Carlo methods, multiple scattering of radiation, laser sensing, atmospheric clouds, water media, light rings.

1. Введение

Современные лидары с широкоугольными приемниками позволяют регистрировать пространственно-временные изображения яркости излучения, приходящего с достаточно больших участков зондируемой области. Для таких широкоугольных лидаров часто используют термины "wide-angle imaging lidar", "off-beam lidar" или "CCD lidar" [2, 3, 8, 9].

^{*}Работа выполнена в рамках гос. задания ИВМиМГ СО РАН (проект № 0251-2021-0002).

[©] С.М. Пригарин, Д.Э. Миронова, 2022

Многократное рассеяние играет существенную роль в формировании эхо-сигналов широкоугольных лидаров, и его необходимо учитывать при интерпретации результатов зондирования. При зондировании достаточно тонкого облачного слоя широкоугольным лидаром может наблюдаться расширяющееся световое кольцо с центром в точке, где лазерный импульс попадает в облачный слой (см. [8, 9, 13]). Это кольцо наблюдается в течение короткого промежутка времени (несколько микросекунд) после того, как основная часть излучения лазерного импульса пройдет сквозь облачный слой. Результаты численного моделирования методом Монте-Карло пространственно-временных эхо-сигналов широкоугольных лидаров также демонстрируют появление расширяющихся световых колец [6, 7, 12, 14, 15]. Такие вычисления проводятся с использованием локальных оценок излучения, приходящего в приемник лидара, и они являются трудоемкими. Для достижения приемлемой точности необходимо моделировать порядка 10¹¹ и более траекторий фотонов [15]. В то же время менее трудоемкие вычисления методом Монте-Карло позволяют подробно исследовать распространение фотонов лазерного импульса в рассеивающей среде и таким образом прояснить природу оптических явлений, наблюдаемых при лидарном зондировании. В данной работе методом Монте-Карло исследуются особенности рассеяния лазерных импульсов и появление световых колец в облачных слоях и водных средах.

2. Описание алгоритмов статистического моделирования

Нестационарное уравнение переноса излучения в интегро-дифференциальной форме имеет вид [10]:

$$\frac{1}{c(r)} \frac{\partial I(r,\omega,t)}{\partial t} + \langle \omega, \operatorname{grad} I(r,\omega,t) \rangle
= -\sigma(r,\omega)I(r,\omega,t) + \int_{\Omega} q(r,\omega')\sigma(r,\omega')I(r,\omega',t)g(\omega',\omega,r)\,d\omega' + \Phi_0(r,\omega,t),
r \in \mathbf{R}^3, \quad \omega, \omega' \in \Omega = \{\omega \in \mathbf{R}^3 : \|\omega\| = 1\}.$$

Здесь $I(r, \omega, t)$ — интенсивность (энергетическая яркость) излучения в точке r в направлении ω в момент времени t, c(r) — скорость света, Φ_0 — плотность распределения источников, σ — коэффициент ослабления излучения, q — вероятность рассеяния (альбедо однократного рассеяния), g – индикатриса рассеяния, $\int_{\Omega} g(\omega', \omega, r') d\omega = 1$. В интегральной форме с обобщенным ядром уравнение переноса излучения можно записать в виде

$$\begin{split} \varphi(r,\omega,t) &= \sigma(r,\omega) \int_{-\infty}^{t} \int_{\Omega} \int_{\mathbf{R}^{3}} q(r',\omega') g(\omega',\omega,r') \frac{e^{-\tau(r',r)}}{|r-r'|^{2}} \times \\ &\delta\bigg(\omega - \frac{r-r'}{|r-r'|}\bigg) \varphi(r',\omega',t') \delta\big(S(t-t',r)\big) \, dr' d\omega' dt' + \varphi_{0}(r,\omega,t) , \end{split}$$

где $\varphi = \sigma I$ — плотность столкновений, δ — дельта-функция Дирака, $\tau(r', r)$ — оптическая длина отрезка [r', r], S(t - t', r) множество точек, из которых фотоны могут попасть в точку r за время t - t', φ_0 — плотность начальных столкновений.

В нашей работе изучается распределение в пространстве и времени энергии лазерного импульса, поглощенной и рассеянной в облачном или водном слое. Для вычисления пространственно-временной плотности используется метод Монте-Карло, а точнее оценка "по столкновениям" [1, 10]. Траекторию фотона, моделируемую на компьютере по известным алгоритмам, можно описать последовательностью

$$W = \{ (r_n, t_n, \omega_n, p_n) : n = 0, 1, 2, \dots, N \}.$$

Здесь r_n , t_n — точка и время *n*-го столкновения фотона с частицами среды, ω_n , p_n — направление и статистический вес фотона после рассеяния в точке r_n . Первоначальное значение веса $p_0 = 1$ при каждом столкновении умножается на вероятность рассеяния q, $p_n = qp_{n-1}$, $n \ge 1$. Траектория моделируется до вылета из слоя или до момента, когда $p_N \le \epsilon$, где ϵ — достаточно малое число, и считается, что фотон практически полностью поглотился.

Оценка по столкновениям строится по достаточно большому ансамблю из Mтраекторий

$$W_i = \left\{ \left(p_n^{(i)}, \omega_n^{(i)}, r_n^{(i)}, t_n^{(i)} \right) : n = 0, \dots, N(i) \right\}, \quad i = 1, 2, \dots, M.$$
(1)

Предположим, что требуется вычислить пространственно-временную плотность световой энергии, поглощенной и рассеянной в окрестности точки r_* в момент времени t_* . Рассмотрим небольшую область V объемом |V|, содержащую точку r_* , и отрезок времени T длиной |T|, такой что $t_* \in T$. Для каждой траектории W_i подсчитываем сумму весов для столкновений, произошедших в объеме V в отрезок времени T:

$$\sum_{\{n>0: r_n^{(i)} \in V, t_n^{(i)} \in T\}} p_{n-1}^{(i)}.$$

Суммируем полученные значения для всех траекторий, нормируем и получаем требуемую оценку для пространственно-временной плотности поглощенной и рассеянной световой энергии E в точке r_* в момент времени t_* :

$$\frac{dE}{dx\,dy\,dz\,dt} \approx \frac{1}{|V||T|} \frac{E_0}{M} \sum_{i=1,\dots,M} \sum_{\{n>0:\, r_n^{(i)} \in V,\, t_n^{(i)} \in T\}} p_{n-1}^{(i)}.$$
(2)

Здесь E_0 — полная энергия испускаемого лазерного импульса. Функцию

$$\Psi(x, y, z, t) = \frac{dE}{dx \, dy \, dz \, dt}(x, y, z, t)$$

естественно назвать пространственно-временной плотностью взаимодействия лазерного импульса с рассеивающей средой. Отметим, что интеграл от этой функции по достаточно большому объему и временному интервалу может оказаться больше полной энергии лазерного импульса E_0 за счет многократного рассеяния фотонов. Если в вышеприведенных формулах $p_{n-1}^{(i)}$ заменить на $p_n^{(i)}$, то получим выражения для рассеянной энергии без учета поглощенной.

Методом Монте-Карло вычислялась также плотность $\widehat{\Psi}(t)$ распределения по времени энергии фотонов лазерного импульса, испытывающих рассеяние и поглощение во всем слое. Оценка функции $\widehat{\Psi}(t)$ строится по M траекториям фотонов методом Монте-Карло аналогично выражению (2):

$$\widehat{\Psi}(t) \approx \frac{1}{|T|} \frac{E_0}{M} \sum_{i=1,\dots,M} \sum_{\{n>0: \ t_n^{(i)} \in T\}} p_{n-1}^{(i)}.$$
(3)

Здесь $\sum_{\{n>0: t_n^{(i)} \in T\}} p_{n-1}^{(i)}$ — это сумма весов перед столкновениями *i*-го фотона, произошедшими в интервале времени T (см. (1)). Замечание 1. Величину $\int_{\Omega} I(r, \omega, t) d\omega$ называют пространственной облученностью. Так как $\varphi = \sigma I$, то выражение справа в (2) представляет собой оценку пространственной облученности в точке пространства r_* в момент времени t_* с точностью до множителя σ .

3. Результаты статистического моделирования рассеяния лазерных импульсов в слоях атмосферной облачности

Процесс переноса излучения моделировался в однородном плоскопараллельном облачном слое высоты H с коэффициентом ослабления σ . Для видимого диапазона длин волн поглощение в облачной среде незначительно, и поэтому значение альбедо однократного рассеяния q бралось равным единице. Рассеяние моделировалось по индикатрисе облачности "OPAC Stratus Maritime" [5], длина волны = 530 нм (см. рисунок 1). Предполагается, что в начальный (нулевой) момент времени узконаправленный лазерный импульс единичной энергии попадает в облачный слой снизу и распространяется вертикально вверх. Для простоты мы считаем, что импульс имеет дельта-распределение по времени. Методом Монте-Карло моделировалось достаточно большое число траекторий фотонов (1), по которым строились оценки (2) для пространственно-временной плотности энергии фотонов лазерного импульса, испытывающих рассеяние в облачном слое. Фактически эта пространственно-временная плотность отражает "концентрацию" или распределение фотонов лазерного импульса в облачном слое в зависимости от времени.



Рис. 1. Индикатрисы рассеяния для модели жидкокапельного облака "OPAC Stratus maritime" (слева) и водной среды (справа), которые использовались в вычислительных экспериментах

В численных экспериментах, результаты которых представлены ниже, мы изменяли толщину облачного слоя H, оставляя коэффициент ослабления облачной среды неизменным: $\sigma = 0.02 \,\mathrm{m}^{-1}$. Моделирование проводилось для значений $H = 50,100,200 \,\mathrm{m}$. Особый интерес для нас будет представлять распределение рассеянных фотонов в облачном слое, после того как основная часть лазерного импульса, включая нерассеянное излучение, пройдет сквозь слой. Доли прямого (нерассеянного) излучения, прошедшего сквозь облачный слой, для различной оптической толщины представлены в таблице.

Таблица. Доли излучения лазерного импульса (%), прошедшего сквозь слой без рассеяния (T_0) , рассеянного вперед (T_s) и рассеянного слоем назад (A) для модели облачного слоя "OPAC Stratus Maritime" различной оптической толщины

Оптическая толщина	T_0	T_s	$T_0 + T_s$	A
1 (Н=50м)	37	59	96	4
2 (Н=100 м)	14	78	92	8
4 (Н=200 м)	2	81	83	17

Замечание 2. Так как альбедо однократного рассеяния в облачной среде для видимого диапазона длин волн практически равно единице, то величины в таблице, вычисленные методом Монте-Карло, представляют собой оценки вероятности успеха в схеме Бернулли. Предположим, что методом Монте-Карло была получена оценка $p^* = \frac{m}{M}$, где M – число смоделированных траекторий фотонов, а m – число "успехов". Тогда для оценки дисперсии Dp^* можно воспользоваться соотношениями:

$$Dp^* \approx \frac{p^*(1-p^*)}{M} \le \frac{\min(p^*, 0.25)}{M}.$$

Если теперь оценка p^* имеет вид (2), то одна траектория фотона дает вклад, равный кратности K столкновений фотона в области V, и для дисперсии можно воспользоваться эмпирическим соотношением

$$Dp^* \le \frac{p^*(1-p^*)}{M} K^2 \le \frac{\min(p^*, 0.25)}{M} K^2.$$

Наличие поглощения (которое существенно, например, в водной среде) приводит к уменьшению статистических весов фотонов после столкновений и уменьшению дисперсии оценок метода Монте-Карло. В вычислительных экспериментах, результаты которых мы приводим, моделировалось $M = 10^9$ траекторий фотонов при сравнительно небольшой кратности рассеяния (см., в частности, рис. 2), что обеспечивает достаточную малость дисперсий и статистическую значимость результатов.

Представление о средней кратности рассеяния фотонов лазерного импульса для различных участков облачного слоя дает рис. 2.



Рис. 2. Средняя кратность рассеяния фотонов лазерного импульса в облачном слое толщиной 200 м в момент времени 1167 нс на участке 800 м по горизонтали

Для облачного слоя толщиной 200 м основная часть светового импульса выходит из слоя через 200 м/0.3 нс = 667 нс. Этот момент хорошо виден на графике временной плотности взаимодействия лазерного импульса с облаком (рис. 3).

Посмотрим, как распределены фотоны в облачном слое после прохождения основной части импульса сквозь слой. Результаты численного моделирования для облачного слоя толщиной 200 м приведены на рис. 4. Как показывают результаты статистического моделирования, наибольшая концентрация рассеянных фотонов наблюдается в расширяющемся кольце и диске внутри кольца. Повышенная концентрация фотонов в вертикальной области вдоль луча лазера (см. верхние изображения на рис. 4) объясняется наличием локальных максимумов облачной индикатрисы в направлении назад и в области радуги (локальный максимум около 140° на левом графике рис. 1). Эти локальные максимумы характерны практически для всех типов жидкокапельной облачности.



Рис. 3. Временная плотность взаимодействия $\widehat{\Psi}(t)$ лазерного импульса с облачным слоем толщиной 200 м. По горизонтальной оси отложено время в наносекундах от начала распространения импульса в облачном слое



Рис. 4. Распределения фотонов, испытывающих рассеяние в облачном слое толщиной 200 м в моменты времени 767 нс, 900 нс, 1033 нс и 1167 нс (слева направо) после попадания лазерного импульса в облачный слой. На верхних рисунках показаны вертикальные сечения осесимметричных трехмерных распределений для участка облачности 800 м по горизонтали. На нижних рисунках представлены горизонтальные проекции этих же распределений. Осреднение проведено по интервалам времени длиной 67 нс

На рис. 5 представлены векторы средних направлений движения фотонов лазерного импульса в облачном слое, которые определялись следующим образом. При каждом столкновении фотона вычисляется проекция $(\sqrt{a^2 + b^2}, c)$ направления (a, b, c) его движения на плоскость, проходящую через луч лазера и точку столкновения фотона. Вектор (a, b, c) — это направление движения фотона перед его столкновением в некоторой ячейке пространства. Затем все эти проекции осредняются в соответствующих ячейках с учетом статистических весов фотонов (в данном случае поглощение отсутствует и все веса равны единице).



Рис. 5. Средние направления движения фотонов лазерного импульса в облачном слое толщиной 200 м в момент времени 1167 нс на участке 800 м по горизонтали

Аналогичная картина наблюдается и для более тонких облачных слоев, с тем отличием, что вместо расширяющегося светового диска внутри кольца на короткое время может возникать второе внутреннее кольцо. Это хорошо видно на рис. 6, где показана концентрация рассеянных фотонов в облаке толщиной 50 и 100 м.



Рис. 6. Распределения фотонов, испытывающих рассеяние в облачном слое толщиной 50 м в момент времени 300 нс (слева) и в облачном слое толщиной 100 м в момент времени 633 нс (справа). На верхних рисунках показаны вертикальные сечения осесимметричных трехмерных распределений для участков облачности с протяженностью 400 м по горизонтали. На нижних рисунках представлены горизонтальные проекции этих трехмерных распределений

Отметим также, что в более тонких облачных слоях световые кольца разбегаются от центра немного быстрее (этот эффект был продемонстрирован еще в работе [15]). Данная особенность заметна на рис. 7, где представлены концентрации рассеянных фотонов в облачных слоях различной толщины в один и тот же момент времени.



Рис. 7. Распределения фотонов, испытывающих рассеяние в облачных слоях толщиной 50 м (сверху), 100 м (посередине) и 200 м (снизу) в один и тот же момент времени (1033 нс после попадания лазерного импульса в облачный слой). На рисунках показаны вертикальные сечения осесимметричных трехмерных распределений для участков облачности с протяженностью 800 м по горизонтали.

Как показали расчеты, аналогичные оптические эффекты возникают и для моделей перистых облаков. Также, как и в случае жидкокапельного облака, здесь на короткое время внутри внешнего светового кольца может возникать световой диск или второе кольцо.

4. Статистическое моделирование распространения лазерного импульса в водном слое

При рассеянии лазерного импульса в водном слое также могут возникать световые кольцевые структуры. Существенную роль здесь играют поглощение излучения, отражение на подстилающей поверхности, а также отражение на границе раздела вода-воздух.

На рис. 8 и 9 приведены результаты вычислительного эксперимента для водного слоя глубиной 50 м. Для того чтобы продемонстрировать влияние отражения излучения на дне водоема, вычисления проводились для двух значений альбедо подстилающей поверхности: 0.8 и 0. Предполагалось, что отражение происходит по закону Ламберта. В начальный (нулевой) момент времени лазерный импульс начинает распространяться с верхней кромки водного слоя вертикально вниз. Скорость распространения света в водной среде бралась равной 0.23 м/нс. Для водного слоя использовалась оптическая модель М13 из [4, 11] для видимого диапазона длин волн, построенная по результатам наблюдений, проведенных в Гибралтарском проливе в мае 1998 года. Согласно этой модели коэффициент ослабления в видимом диапазоне длин волн равен 0.20723 м⁻¹, альбедо однократного рассеяния — 0.86667 (индикатрису рассеяния можно найти в [11], см. также рис. 1). Случайность границы раздела вода–воздух в данных расчетах не учитывалась.

На рис. 8 представлены временные плотности взаимодействия лазерного импульса с водным слоем. В отличие от результатов для облачных слоев, функции являются строго монотонно убывающими. Это объясняется тем, что в водном слое существенным является поглощение излучения (вероятность поглощения кванта света при столкновении с рассеивающей средой — 0.13333). Изломы в районе 222 нс соответствует моменту, когда световой импульс лостигает полстилающей поверхности.



Рис. 8. Временные плотности взаимодействия $\widehat{\Psi}(t)$ лазерного импульса с водным слоем (глубина — 50 м, оптическая толщина — 10.36) для альбедо подстилающей поверхности 0 (слева) и 0.8 (справа). По горизонтальной оси отложено время в наносекундах от начала распространения импульса

Концентрации фотонов лазерного импульса в водном слое, испытывающих рассеяние в последовательные моменты времени, и формирование светового кольца показаны на рис. 9. После отражения от ламбертовской подстилающей поверхности фотоны концентрируются на растущей полусфере (верхнее правое изображение на рис. 9). Через некоторое время эта полусфера достигает границу раздела вода–воздух. При этом часть фотонов отражается назад, а часть, преломляясь, выходит из водного слоя. Этот процесс демонстрируют изображения справа на рис. 9, соответствующие моментам времени 477, 565 нс и далее. Таким образом, при отражении излучения на подстилающей поверхности в водном слое лазерный импульс формирует расширяющееся кольцо, которое имеет более сложную структуру по сравнению с кольцом, образующимся в облачном слое или в водном слое без отражения на подстилающей поверхности.



Рис. 9. Распределения фотонов, испытывающих рассеяние в водном слое глубиной 50 м в моменты времени 388, 477, 565, 654, 743, 831 нс (сверху вниз) после попадания лазерного импульса в водный слой. На рисунках показаны вертикальные сечения осесимметричных трехмерных распределений в участках водного слоя протяженностью 400 м по горизонтали для альбедо подстилающей поверхности 0 (слева) и 0.8 (справа). Осреднение проведено по интервалам времени длиной 22.1667 нс

Выводы

На основе методов Монте-Карло было разработано программное обеспечение для численного моделирования распространения лазерных импульсов в рассеивающей среде. Вычислительные эксперименты позволяют детально изучить особенности процессов переноса излучения и предсказать новые оптические эффекты. После прохождения основной части лазерного импульса сквозь тонкий облачный слой остающиеся в слое фотоны испытывают многократное рассеяние и концентрируются в кольце, расширяющемся со временем. На формирование кольца существенное влияние оказывают индикатриса рассеяния и оптическая толщина облачного слоя. Результаты статистического моделирования позволяют выдвинуть гипотезу о том, что наряду со световым кольцом, наблюдающимся при лидарном зондировании тонких облачных слоев, может дополнительно наблюдаться внутренний световой диск или кольцо. Ответственными за возникновение внутреннего кольца являются локальные максимумы индикатрисы рассеяния в направлении назад. Формально, наличие такого внутреннего кольца в распределении рассеянных фотонов лазерного импульса в облачном слое не говорит о том, что это кольцо будет наблюдаться и на детекторе широкоугольного лидара. Поэтому для проверки выдвинутой гипотезы нужны детальные расчеты для лидарных систем, которые авторы планируют провести в будущем, и фактические наблюдения на более точном оборудовании. Для водных сред, в дополнение к многократному рассеянию, существенную роль играет отражение излучения на подстилающей поверхности и на границе раздела вода-воздух. В этом случае статистическое моделирование также позволяет детально исследовать радиационные поля, порожденные лазерными импульсами, и разработать перспективные методики лидарного зондирования природных акваторий.

Благодарности. Авторы благодарны Г.А. Михайлову, Б.А. Каргину и С.А. Ухинову за полезные замечания.

Литература

- 1. Ермаков С.М., Михайлов Г.А. Статистическое моделирование. М.: Наука, 1982.
- Cahalan B., McGill M., Kolasinski J., Varnai T., and Yetzer K. THOR cloud thickness from offbeam lidar returns // J. Atmospheric and Oceanic Technology. – 2005. – Vol. 22, iss. 6. – P. 605–627.
- Davis A.B., Cahalan R.F., Spinhirne J.D., McGill M.J., and Love S.P. Off-beam lidar: an emerging technique in cloud remote sensing based on radiative Green-function theory in the diffusion domain // Phys. Chem. Earth. Part B. – 1999. – Vol. 24. – P. 177–185.
- Haltrin V.I. Analytical approximations to seawater optical phase functions of scattering // Proc. SPIE. - 2004. - Vol. 5544: Remote Sensing and Modeling of Ecosystems for Sustainability. -P. 356-363.
- Hess M., Koepke P., and Schult I. Optical properties of aerosols and clouds: the software package OPAC // Bull. Amer. Meteor. Soc. - 1998. - Vol. 79. - P. 831-844.
- Ilyushin Ya.A. Transient polarized radiative transfer in cloud layers: numerical simulation of imaging lidar returns // J. Optical Society of America A. - 2019. - Vol. 36, iss. 4. - P. 540-548.
- Ilyushin Ya.A. Dynamic backscattering halo of pulsed laser beams in thin cloud layers // Radiophysics and Quantum Electronics. - 2019. - Vol. 62. - P. 192–199.
- 8. Love S.P., Davis A.B., Ho C., and Rohde C.A. Remote sensing of cloud thickness and liquid water content with Wide-Angle Imaging Lidar (WAIL) // Atmospheric Research. 2001. N^Q 59-60. P. 295–312.
- Love S.P., Davis A.B., Rohde C.A., Tellier L., and Ho C. Active probing of cloud multiple scattering, optical depth, vertical thickness, and liquid water content using Wide-Angle Imaging Lidar // Proc. SPIE. - 2002. - Vol. 4815. - P. 129–138.
- 10. Marchuk G.I., Mikhailov G.A., Nazaraliev M.A. et al. Monte Carlo Methods in Atmospheric Optics.—Berlin, Heidelberg, New York: Springer-Verlag, 1989.
- 11. Mankovsky V.I., Haltrin V.I. Light scattering phase functions measured in waters of Mediterranean Sea // Proc. Oceans '02 MTS/IEEE. 2002. Vol. 4. P. 2368-2373.
- 12. Oppel U.G., Wengenmayer M., and Prigarin S.M. Monte Carlo simulations of polarized CCD lidar returns // J. Atmospheric and Oceanic Optics. 2007. Vol. 20, iss. 12. P. 1086-1091.
- 13. Polonsky I.N., Love S.P., and Davis A.B. Wide-Angle Imaging Lidar deployment at the ARM Southern Great Plains site: intercomparison of cloud property retrievals // J. Atmospheric and Oceanic Technology. 2005. Vol. 22, iss. 6. P. 628-648.
- Prigarin S.M. Monte Carlo simulation of the effects caused by multiple scattering of groundbased and spaceborne lidar pulses in clouds // J. Atmospheric and Oceanic Optics. - 2017. --Vol. 30, iss. 1. -- P. 79–83.
- 15. Prigarin S.M., Aleshina T.V. Monte Carlo simulation of ring-shaped returns for CCD LIDAR systems // Russ. J. Numer. Anal. Math. Model. 2015. Vol. 30, Nº 4. P. 251–257.

Поступила в редакцию 18 октября 2021 г. После исправления 17 ноября 2021 г. Принята к печати 24 апреля 2022 г.

Литература в транслитерации

1. Ermakov S.M., Mikhailov G.A. Statisticheskoe modelirovanie. – M.: Nauka, 1982.

- Cahalan B., McGill M., Kolasinski J., Varnai T., and Yetzer K. THOR cloud thickness from offbeam lidar returns // J. Atmospheric and Oceanic Technology. – 2005. – Vol. 22, iss. 6. – P. 605–627.
- Davis A.B., Cahalan R.F., Spinhirne J.D., McGill M.J., and Love S.P. Off-beam lidar: an emerging technique in cloud remote sensing based on radiative Green-function theory in the diffusion domain // Phys. Chem. Earth, Part B. – 1999. – Vol. 24. – P. 177–185.
- Haltrin V.I. Analytical approximations to seawater optical phase functions of scattering // Proc. SPIE. - 2004. - Vol. 5544: Remote Sensing and Modeling of Ecosystems for Sustainability. -P. 356-363.
- Hess M., Koepke P., and Schult I. Optical properties of aerosols and clouds: the software package OPAC // Bull. Amer. Meteor. Soc. - 1998. - Vol. 79. - P. 831-844.
- Ilyushin Ya.A. Transient polarized radiative transfer in cloud layers: numerical simulation of imaging lidar returns // J. Optical Society of America A. - 2019. - Vol. 36, iss. 4. - P. 540-548.
- Ilyushin Ya.A. Dynamic backscattering halo of pulsed laser beams in thin cloud layers // Radiophysics and Quantum Electronics. - 2019. - Vol. 62. - P. 192–199.
- Love S.P., Davis A.B., Ho C., and Rohde C.A. Remote sensing of cloud thickness and liquid water content with Wide-Angle Imaging Lidar (WAIL) // Atmospheric Research. - 2001. -N^Q 59-60. - P. 295-312.
- Love S.P., Davis A.B., Rohde C.A., Tellier L., and Ho C. Active probing of cloud multiple scattering, optical depth, vertical thickness, and liquid water content using Wide-Angle Imaging Lidar // Proc. SPIE. – 2002. – Vol. 4815. – P. 129–138.
- 10. Marchuk G.I., Mikhailov G.A., Nazaraliev M.A. et al. Monte Carlo Methods in Atmospheric Optics.—Berlin, Heidelberg, New York: Springer-Verlag, 1989.
- 11. Mankovsky V.I., Haltrin V.I. Light scattering phase functions measured in waters of Mediterranean Sea // Proc. Oceans '02 MTS/IEEE. 2002. Vol. 4. P. 2368-2373.
- 12. Oppel U.G., Wengenmayer M., and Prigarin S.M. Monte Carlo simulations of polarized CCD lidar returns // J. Atmospheric and Oceanic Optics. -2007. Vol. 20, iss. 12. P. 1086-1091.
- Polonsky I.N., Love S.P., and Davis A.B. Wide-Angle Imaging Lidar deployment at the ARM Southern Great Plains site: intercomparison of cloud property retrievals // J. Atmospheric and Oceanic Technology. - 2005. - Vol. 22, iss. 6. - P. 628-648.
- Prigarin S.M. Monte Carlo simulation of the effects caused by multiple scattering of groundbased and spaceborne lidar pulses in clouds // J. Atmospheric and Oceanic Optics. - 2017. --Vol. 30, iss. 1. -- P. 79–83.
- 15. Prigarin S.M., Aleshina T.V. Monte Carlo simulation of ring-shaped returns for CCD LIDAR systems // Russ. J. Numer. Anal. Math. Model. 2015. Vol. 30, Nº 4. P. 251–257.