УДК 533.6.011.5:533.697.23

# Численное моделирование течения с псевдоскачком в осесимметричном расширяющемся канале с лобовым воздухозаборником

# И.И. Мажуль<sup>1,2</sup>, Ю.П. Гунько<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Институт теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича СО РАН, Новосибирск

<sup>2</sup>Новосибирский государственный технический университет

E-mail: mazhul@itam.nsc.ru, gounko@itam.nsc.ru

Представлены результаты численного моделирования течения с псевдоскачком в осесимметричном канале, включающем лобовой воздухозаборник с начальным воронкообразным участком и горловым цилиндрическим участком, а также последующий расширяющийся диффузор. Для создания течения с псевдоскачком осуществлялось дросселирование канала с помощью выходного сужающегося сопла. Численные расчеты осесимметричного течения проведены на основе решения уравнений Навье–Стокса с использованием модели турбулентности *k-w* SST. В результате расчетов определены такие параметры течения, как положение начала псевдоскачка, длина его сверхзвукового участка, профили скорости в различных сечениях псевдоскачка, распределение давления на поверхности канала, коэффициент восстановления полного давления и другие. Анализируется поведение этих параметров в зависимости от углов раскрытия диффузора при числе Маха набегающего потока М = 6 и различной степени дросселирования канала воздухозаборника.

**Ключевые слова**: осесимметричное сверхзвуковое течение, лобовой воздухозаборник внутреннего сжатия, расширяющийся диффузор, псевдоскачок, дросселирование канала.

# Введение

В исследованиях воздухозаборников высокоскоростных летательных аппаратов с прямоточными воздушно-реактивными двигателями (ЛА с ПВРД) большое внимание уделяется изучению процессов торможения захватываемой сверхзвуковой струи в воздухозаборниках. В воздухозаборниках ПВРД, рассчитанных на числа Маха полета M = 3-6, сверхзвуковая струя тормозится до дозвуковой скорости, и это торможение обычно происходит за горлом в диффузоре с образованием так называемого «псевдоскачка», длина которого может составлять более десяти величин поперечного размера канала. Длина псевдоскачка фактически и определяет требуемую длину диффузора. Формирование псевдоскачка связано с наличием вязкости и обусловлено взаимодействием косых скачков уплотнения,  $\chi$ -образных или  $\sim$ -образных в продольном сечении вдоль оси.

© Мажуль И.И., Гунько Ю.П., 2018

# Мажуль И.И., Гунько Ю.П.

Исследованиям сверхзвуковых течений в каналах с псевдоскачком посвящено большое количество работ как экспериментальных, так и теоретических, однако в настоящее время задача о формировании псевдоскачка не имеет точного теоретического решения, его структура и особенности в полной мере не изучены. Полноценные данные для практической разработки воздухозаборников с псевдоскачком отсутствуют. Формирование псевдоскачка зависит как от параметров исходного потока, поступающего в канал (числа Маха, наличия развитого пограничного слоя, системы скачков уплотнения и т.п.), так и от формы собственно канала. Большинство исследований связано с течениями в каналах постоянного сечения [1, 2]. Обзор работ и многочисленные экспериментальные данные по торможению сверхзвукового потока в каналах с различной формой поперечного сечения представлены в монографии [3]. В то же время отметим, что объем получаемой экспериментальной информации для осесимметричных течений с псевдоскачком весьма невелик ввиду ограниченных возможностей измерительных методов. Как правило, в каналах осесимметричных воздухозаборников достаточно просто может быть измерено лишь распределение статического давления на стенках и полного давления в некоторых поперечных сечениях в ограниченном числе точек. Существенно большие возможности в плане выявления структуры и локальных параметров течения с псевдоскачком дает использование численных методов (см., например, [4, 5]). Так, в работе [5] было численно показано, что псевдоскачок в осесимметричных каналах может выдерживать большее противодавление по сравнению с каналами другой поперечной формы. Однако и в настоящее время развиваются простые, физически оправданные модели течения в псевдоскачке, позволяющие получать оценки некоторых его характеристик в зависимости от определяющих параметров [6, 7].

Настоящая работа посвящена численному моделированию течения в осесимметричном канале с лобовым воронкообразным воздухозаборником и диффузором, в котором формируется псевдоскачок при дросселировании выходного сечения канала с помощью сужающегося сопла. Характерной особенностью течений в осесимметричных воздухозаборниках внутреннего сжатия является то, что на передней кромке внутреннего конуса воздухозаборника возникает воронкообразный скачок уплотнения, скорость потока за которым направлена к оси симметрии, а угол наклона и интенсивность скачка непрерывно увеличиваются по мере приближения к оси симметрии. Это приводит к нерегулярному отражению скачка от оси симметрии, образованию диска Маха с некоторым конечным поперечным размером и дозвуковым течением за ним и образованию отраженного скачка. То есть, в таком воздухозаборнике изначально формируется X-образная система скачков с повышенными потерями полного давления за диском Маха. Однако с увеличением скоростей полета свыше M = 4 размеры диска Маха существенно уменьшаются и лобовые воздухозаборники могут иметь приемлемые характеристики и быть перспективными для высокоскоростных летательных аппаратов. Лобовой осесимметричный воздухозаборник внутреннего сжатия без торможения захватываемой струи до дозвуковой скорости используется, например, в проекте экспериментального гиперзвукового летательного аппарата SCRAMSPACE [8] с прямоточным воздушно-реактивным двигателем, рассчитанным на максимальное число Maxa полета — M = 8. Экспериментальные исследования осесимметричных воздухозаборников с внутренней конической поверхностью, проведенные в ИТПМ СО РАН в 70-х годах прошлого века, показали их высокую эффективность по степени сжатия поперечного сечения захватываемой струи: при числе Маха М  $\approx 8$  была реализована 30-кратная, а при М  $\approx 11.5 - 16$ -кратная степень сжатия [9, 10].

В осесимметричном канале с воздухозаборником внутреннего сжатия и диффузором торможение захватываемой сверхзвуковой струи до дозвуковой скорости за горлом в диффузоре осложняется  $\mathbf{x}$ -образной системой скачков, изначально формирующейся во входном участке. Ниже представлены результаты численного исследования особенностей формирования псевдоскачка в этих условиях при числе Маха набегающего потока M = 6, при различных углах раскрытия диффузора и в зависимости от степени дросселирования канала воздухозаборника (противодавления на выходе диффузора). Также определены следующие характеристики псевдоскачка: его положение в расширяющемся канале диффузора, длина его сверхзвукового участка, профили скорости перед псевдоскачком и за ним, распределение давления на поверхности канала в области псевдоскачка, потери полного давления.

## Условия расчета

Рассматривается осесимметричный канал с лобовым воздухозаборником, включающий входной участок в виде простой конической воронки, последующие цилиндрический горловой участок и расширяющийся диффузор (рис. 1). Воздухозаборник имеет угол наклона внутреннего конуса входного участка  $\delta_{\kappa} = 10^{\circ}$ , относительную длину цилиндрического горлового участка  $\overline{L}_{\Gamma} = L_{\Gamma}/D_{\Gamma} = 3D_{\Gamma}$  и относительную длину расширяющегося диффузорного участка  $\overline{L}_{\mu} = L_{\mu}/D_{r} = 20D_{r}$ . Относительная площадь горла принята равной  $\bar{A_r} = A_r / A_0 = 0,15$ , где  $A_0$  — лобовая площадь воздухозаборника (площадь сечения входа), соответствующая диаметру входного сечения  $D_0 = 1$  м. Эта величина определена согласно данным работы [11] из условия неразрушения сверхзвукового течения в запущенном воздухозаборнике при числе Maxa M = 6. Исследуется влияние угла раскрытия диффузорного участка  $\theta_{\rm d}$  на характеристики псевдоскачка; численные расчеты проведены для значений  $\theta_n = 0^\circ, 0.5^\circ, 1^\circ$  и 2°. При  $\theta_n = \text{const}$  варьируемым параметром являлась относительная площадь выходного сечения дроссельной вставки (сужающегося сопла)  $\bar{A_c} = A_c / A_{\pi}$ , где  $A_{\pi}$  — площадь сечения канала в конце диффузорного участка перед входом в сужающееся сопло, либо величина  $\overline{A_c} = A_c / A_r$  в случае  $\theta_n = 0^\circ$ . Величина  $\bar{A}_{c}$  определяет степень дросселирования канала и создаваемое при этом противодавление в его конце, что и обуславливает возникновение и развитие псевдоскачка в диффузоре и его распространение вверх по потоку. Рассмотрены диапазоны значений A<sub>c</sub>, которые охватывают как режимы течения без образования псевдоскачка, так и режимы с разрушением сверхзвукового втекания в воздухозаборник. Данные получены при числе Маха набегающего потока М = 6 и параметрах потока, соответствующих условиям полета в атмосфере при скоростном напоре q = 42 кПа. При этом единичное число Рейнольдса  $\text{Re}_1 = 3, 1 \cdot 10^6 \text{ 1/м}.$ 

Численные расчеты проводились методом установления на основе решения уравнений Навье–Стокса с использованием модели турбулентности k- $\omega$  SST. Расчетная сетка имела порядка  $4 \cdot 10^5$  узлов и сгущение к поверхности канала, что позволило обеспечить значения параметра  $y^+ < 1$  на стенке и, соответственно, более надежный расчет взаимодействия скачков с пограничным слоем. Начальные условия на внешних границах и внутри расчетной области соответствовали параметрам невозмущенного набегающего потока, а в выходном сечении канала — статическому давлению и температуре торможения набегающего потока. На стенках канала ставились условия прилипания, поверхность предполагалась адиабатической. Установление стационарного режима течения в процессе



Рис. 1. Схема воздухозаборника.



численного решения контролировалось по равенству расходов воздуха во входном и выходном сечениях канала воздухозаборника и на режимах дросселирования — по достижению критического условия запирания неравномерного потока в дросселе, определяемого значением  $\tilde{q}(M) = 1$  для интегральной функции приведенного расхода [12].

Для валидации используемого алгоритма расчета было проведено сравнение расчетных данных с экспериментальными [13, 14], полученными при исследованиях псевдоскачка в цилиндрической трубе диаметром D = 0,05 м при числе Маха M = 3,74. Результаты сопоставления представлены на рис. 2, где  $\overline{x} = x/D$  — безразмерная продольная координата, нормированная на диаметр трубы  $\overline{x}_{\text{нпс}}$  — безразмерная продольная координата псевдоскачка (начала роста давления, обусловленного псевдоскачком),  $p/p_0$  — относительное давление, нормированное на давление торможения набегающего потока. В целом отметим, что результаты расчета достаточно хорошо согласуются с экспериментальными данными как по наклону кривых, так и по уровню давлений, в том числе по максимумам в распределении давления. Можно ожидать, что предлагаемый метод дает возможность получения достоверных данных в решаемой задаче формирования псевдоскачка в лобовом воздухозаборнике.

#### Условия формирования псевдоскачка

Структура течения во входном участке рассматриваемого воздухозаборника представлена на рис. 3 в виде распределения линий равных значений числа Маха (изомах). Как уже отмечалось, на передней кромке внутреннего конуса воздухозаборника образуется воронкообразный скачок, скорость потока за которым направлена к оси и интенсивность которого непрерывно увеличивается по мере приближения к оси симметрии. Теоретически в осесимметричном течении такой сходящийся скачок должен отражаться от оси нерегулярно с образованием диска Маха с дозвуковой скоростью за ним, с образованием отраженного скачка и контактного разрыва, исходящего из точки тройного



Рис. 3. Схема течения на входе воздухозаборника.

взаимодействия скачков. При умеренных сверхзвуковых числах Маха набегающего потока диск Маха имеет некоторый конечный поперечный размер, и за ним формируется виртуальная струя, ограниченная поверхностью тока, соответствующей контактному разрыву. Эта струя сначала сужается, дозвуковой поток здесь ускоряется вдоль оси до звуковой скорости, где образуются виртуальное горло и далее виртуальное сопло, в котором поток ускоряется до сверхзвуковой скорости. Для этой струи характерны пониженная скорость и большие потери полного давления, обусловленные наличием диска Маха и эквивалентные потерям в прямом скачке уплотнения.

Размеры диска Маха существенно уменьшаются с увеличением числа Маха набегающего потока. В рассматриваемом случае при M = 6 и  $\delta_{\kappa} = 10^{\circ}$  наблюдается «квазирегулярное» отражение начального скачка, объяснимое тем, что, по-видимому, диск Маха не разрешается используемой расчетной сеткой. Далее, в вязком течении и в численном расчете скачки имеют конечную толщину, а вместо контактного разрыва образуется слой смешения. Несмотря на это виртуальная струя вдоль оси проявляется в виде приосевой области с пониженным полным давлением. В рассматриваемом воздухозаборнике отраженный от оси расходящийся скачок уплотнения, формирующийся в начальном сужающемся участке, попадает в цилиндрический горловой участок, и при его отражении от стенки образуется новый скачок, сходящийся к оси, который также должен отразиться от оси нерегулярно. Отметим, что в горловом участке взаимодействие падающих на стенки скачков с пограничным слоем приводит к образованию небольших локальных зон отрыва (см. рис. 3), но они не оказывают влияния на режим течения в воздухозаборнике.

Таким образом, в рассматриваемом воздухозаборнике формируется система последовательных воронкообразных, отражающихся от оси и от стенки скачков, и в этих условиях будет формироваться псевдоскачок в расширяющемся диффузоре при дросселировании канала.

На выходе из горлового участка имеем неравномерный сверхзвуковой поток (см. рис. 4, кривая *I*). Здесь и далее  $\overline{x} = x/D_{\Gamma}$  — безразмерная продольная координата (в калибрах), нормированная на диаметр горла воздухозаборника,  $\overline{y} = y/R_x$  — безразмерная радиальная координата,  $R_x$  — радиус канала в соответствующем поперечном сечении x = const. На рис. 4 приосевая область  $\overline{y} < 0,09$  соответствует указанной выше виртуальной струе с пониженными скоростью и полным давлением, формирующейся вдоль оси. Среднемассовое значение числа Маха на выходе из цилиндрического горлового участка составляют  $M_{cp} = 2,89$ , относительного статического давления —  $\overline{p} = p/p_{H} = 25,6$ , коэффициента восстановления полного давления —  $\sigma = p_0/p_{0H} = 0,55$ . Здесь  $p_{H}$ ,  $p_{0H}$  — статическое и полное давление в набегающем потоке соответственно. Заметим, что все



*Рис.* 4. Профили чисел Маха в диффузоре.  $\overline{x} = 7,5$  (1), 10,2 (2), 23 (3), 28 (4).

эти параметры не зависят от степени дросселирования канала и наличия псевдоскачка в диффузоре.

Профиль чисел Маха в поперечном сечении 2 непосредственно перед псевдоскачком также показан на рис. 4 при угле раскрытия диффузора  $\theta_{\rm g} = 2^{\circ}$  и  $\overline{A}_{\rm c} = 0,3$ . В зависимости от дросселирования канала и создаваемого при этом противодавления на выходе диффузора  $\overline{p}_{\rm вых} = p_{\rm выx}/p_{\rm H}$  (где  $p_{\rm выx}$  — среднемассовое значение статического давления) начало псевдоскачка располагается в различных поперечных сечениях  $x_{\rm HRC} = x_{\rm HRC}/D_{\rm F}$ , т.е. его формирование происходит в разных условиях. Связь между параметром дросселирования  $\overline{A}_{\rm c}$  и создаваемым при этом среднемассовым значением противодавления в конце диффузора  $\overline{p}_{\rm вых}$  отражена в таблице.

В соответствии с расчетными данными пограничный слой перед псевдоскачком может занимать область до 0,2–0,25 % радиуса поперечного сечения канала. В расширяющемся диффузоре происходит ускорение потока, среднемассовые значения чисел Маха в сечениях непосредственно перед псевдоскачком при  $\theta_{\rm A} = 2^{\circ}$  лежат в диапазоне  $M_{\rm cp} \sim 3,03-3,37$ , где более высокие значения соответствуют бо́льшим значениям  $\overline{A}_{\rm c}$ . В случае угла расширения канала  $\theta_{\rm A} = 1^{\circ}$  величина  $M_{\rm cp} \sim 2,95-3,05$ , при  $\theta_{\rm A} = 0,5^{\circ}$  —  $M_{\rm cp} \sim 2,9$ , при  $\theta_{\rm A} = 0$  —  $M_{\rm cp} \sim 2,6-2,7$ . На рис. 4 в качестве примера представлены также профили чисел Маха в сечении 3 с числом Маха M = 1 на оси канала и в конце диффузора 4.

В численном расчете формирование псевдоскачка в зависимости от числа итераций происходит следующим образом. Первоначально во входном сужающимся коническом участке дроссельного сопла образуется система воронкообразного скачка уплотнения с диском Маха вблизи оси симметрии. Этот скачок уплотнения не вызывает отрыва пограничного слоя на стенке диффузора у передней кромки дроссельного сопла, поскольку пограничный слой только начинает зарождаться. В дальнейшем, с развитием пограничного слоя, здесь индуцируется отрыв пограничного слоя, и перед дроссельным соплом начинает развиваться протяженная отрывная зона. Скачок уплотнения, индуцированный при отрыве, превращается в воронкообразный, сходящийся к оси, где образуется первый диск Маха, и далее формируются последующие системы воронкообразных скачков уплотнения с дисками Маха. С ростом числа итераций начало отрывной зоны и системы

$\theta_{\rm A} = 2^{\circ}$								
$\bar{A_{c}}$	$A_{\rm c}/A_{\rm r}$	$\overline{p}_{_{\rm BMX}}$	$\overline{x}_{\text{HTC}}$	$\overline{L}_{_{\mathrm{CB}}}$	$\sigma_{_{ m KCB}}$	$\sigma_{_{\rm CB}}$	$\overline{p}_{\rm KCB}$	$\overline{p}_{\rm CB}$
0,23	1,32	152	8,6	9,8	0,11	0,205	136,6	6,7
0,25	1,43	140,3	9,2	10,2	0,102	0,192	126,1	6,8
0,28	1,6	121,4	9,9	11,8	0,0894	0,171	110,1	6,9
0,3	1,72	115,6	10,2	12,3	0,089	0,163	105,2	6,8
0,35	2,0	96,5	12,3	12,5	0,0716	0,148	90,4	8,2
$\theta_{\rm g} = 1^{\circ}$								
0,3	0,86	230,4	6,2	7,6	0,163	0,285	201,9	8,1
0,35	1,0	196,4	8,7	8,5	0,14	0,262	174	7,7
0,4	1,15	169,7	10,7	9,5	0,123	0,238	151,9	8,2
0,45	1,29	148,6	12,4	10,9	0,109	0,218	135,4	8,1
$ heta_{ m g}$ = 0,5°								
0,45	0,818	235,4	6,69	7,54	0,169	0,299	209,2	8,49
0,5	0,908	209,1	9,56	8,93	0,153	0,29	189,1	8,12
0,55	0,999	187,2	12,43	9,54	0,138	0,279	170,9	8,1
$ heta_{\pi}=0$								
0,77	0,77	222,7	14,9	7,2	0,176	0,38	211,8	7,54
0,8	0,8	216,1	17,6	8,03	0,173	0,39	206,6	6,97

Параметры псевдоскачка

Таблица



Теплофизика и аэромеханика, 2018, том 25, № 1

Рис. 5. Схема течения в области псевдоскачка.

скачков с дисками Маха передвигаются вверх по потоку, и происходит формирование развитого псевдоскачка. Окончательно положение начала псевдоскачка стабилизируется в некотором поперечном сечении при установлении численного решения. Последнее определялось, как указывалось выше, по уменьшению разницы расходов воздуха во входном и выходном сечениях воздухозаборника до заданной погрешности (0,1–0,2 %) и по достижению критических условий запирания неравномерного потока в дросселе (при достижении значения  $\tilde{q}(M) \approx 1$  для интегральной функции приведенного расхода).

Пример структуры течения в установившемся псевдоскачке в целом (в виде распределения изомах) при  $\theta_n = 2^\circ$  и величине площади сопла  $A_c = 0.25$  приведен на рис. 5*a*, более детально структура в начальной области псевдоскачка показана на рис. 5b. Здесь наблюдается система падающих на ось симметрии скачков уплотнения 2 и образующихся при их нерегулярном отражении небольших дисков Маха. В псевдоскачке формируется струя с бочкообразными структурами, эта струя отделена отрывной зоной от стенки канала. Положение линии тока 4 (выделена белым цветом), ограничивающей эту отрывную зону, исходящую из точки отрыва и приходящую в точку присоединения пограничного слоя, хорошо видно на фрагментах рисунка. Эта зона имеет замкнутый характер и по данным численного расчета могут быть определены как её начало, так и конец. В отрывной зоне 1, ограниченной предельной линией тока 4, наблюдаются кольцевые вихри 3, периодически расположенные по ее длине. Их возникновение, по-видимому, связано с воздействием градиентов параметров потока на границы отрывной зоны: у стенки — это непрерывное плавное увеличение давления по длине, вдоль предельной линии тока 4 — это периодическое воздействие возмущений от скачков уплотнения. Вероятность существования отрывных рециркуляционных зон в области псевдоскачка в трубе была отмечена в работе [3], но возможности определения возвратных токов по измерениям давления, выполненных в экспериментах, оказались недостаточными для их обнаружения.

# Характеристики положения псевдоскачка

Рассмотрим, прежде всего, характеристики положения псевдоскачка по длине расширяющегося канала воздухозаборника. Одним из важнейших параметров является длина псевдоскачка, для определения которой требуется знание его начала и конца. Известно, что на эту длину существенно влияют число Маха и толщина пограничного слоя перед псевдоскачком. В случае каналов постоянного сечения начало и конец псевдоскачка обычно определяются по данным измерения продольного распределения статического давления на стенке канала. Это давление в начале псевдоскачка резко возрастает, но после достижения дозвуковой скорости в течении за псевдоскачком происходит разгон потока (в канале с эффективным поперечным сечением, сужающимся вследствие нарастания пограничного слоя), и соответственно, статическое давление уменьшается, то есть в продольном распределении статического давления имеется максимум. Именно точка максимума статического давления на стенке обычно и принимается за конец псевдоскачка. Длина псевдоскачка определяется при этом как расстояние от точки резкого возрастания давления на стенке до точки его максимума [1, 2]. Ввиду обычно нечеткой выраженности максимума давления положение конца псевдоскачка определяется с большим разбросом [1, 2].

Вопрос о положении конца псевдоскачка в случае расширяющихся каналов является более сложным. Примеры распределения относительного статического давления  $\overline{p}$ на стенке расширяющегося канала воздухозаборника, полученные в настоящей работе для расширяющихся диффузоров, представлены на рис. 6. Для сравнения приведено распределение давления в случае, когда псевдоскачок в канале не образуется ( $\theta_n = 2^\circ$ , кривая 4). С увеличением степени дросселирования наблюдается увеличение противодавления в конце канала и, следовательно, увеличение давления вверх по дозвуковому потоку. При этом скачок давления, соответствующий точке начального отрыва пограничного слоя (начала псевдоскачка), сдвигается вперед. Можно отметить наличие точек перегиба в кривых распределения давления и некоторого слабо выраженного «плато», свидетельствующих о наличии отрыва в начале псевдоскачка. Сопоставление данных для различных углов расширения диффузорного участка показывает, что при одинаковых значениях  $A_c$  для варианта  $\theta_n = 1^\circ$  реализуется существенно большее противодавление (рис. 6, кривые 2 и 5) по сравнению с  $\theta_{\pi} = 2^{\circ}$ . Начало псевдоскачка для  $\theta_n = 1^\circ$  в данном случае располагается в горловине воздухозаборника. Следует отметить, что наклон кривых  $\overline{p} = f(\overline{x})$  уменьшается с увеличением угла раскрытия диффузора. Для всех рассмотренных значений  $\overline{A}_{c}$  независимо от угла раскрытия  $\theta_{n}$  изменение знака продольного градиента давления в конце диффузора не наблюдается. Это указывает на то, что все еще происходит торможение потока и, следовательно, полученные распределения не могут быть использованы для определения длины псевдоскачка, как это имеет место для каналов постоянного сечения.

Для каналов переменного сечения возможен, например, «непрямой» приближенный способ определения конца псевдоскачка, использованный в работе [15] и основанный на измерениях статического давления на стенке и полного давления в некотором сечении за псевдоскачком, где течение полностью дозвуковое. По этим данным, в предположении одномерного адиабатического течения и с учетом постоянного коэффициента трения на стенках, рассчитывалось изменение скорости и статического давления



*Рис.* 6. Распределение относительного давления на поверхности канала воздухозаборника.  $\theta_{\pi} = 2^{\circ}$ :  $\overline{A_{c}} = 0,23$  (1), 0,3 (2), 0,35 (3), 0,4 (4);  $\theta_{\pi} = 1^{\circ}$ :  $\overline{A_{c}} = 0,3$  (5), 0,4 (6);  $\theta_{\pi} = 0,5^{\circ}$ :  $\overline{A_{c}} = 0,55$  (7); 8 — начало ( $\overline{x} = 7,5$ ) и конец ( $\overline{x} = 27,4$ ) диффузора.

вверх по потоку. Рассчитанное давление на некотором расстоянии от сечения, в котором измерялось полное давление, совпадало с измеренным на стенке, и эта точка принималась за конец псевдоскачка.

Более надежным является прямое измерение скорости по длине канала, однако такой способ экспериментально очень трудоемок и не всегда реализуем. В общем случае для каналов переменного сечения, если учитывать неравномерность потока, определение конца псевдоскачка с определением изменения скорости по длине канала не представляется возможным. Более того, нет полной ясности о критериях, на основании которых можно было бы считать, что процессы, происходящие в псевдоскачке, завершены и, таким образом, определен его конец.

Рассмотрим некоторые возможности более строгого определения характеристик протяженности псевдоскачка по данным численного расчета течения. Легко установить начало возникновения первой отрывной зоны псевдоскачка, где формируется начальный отрывной скачок уплотнения псевдоскачка и начинается рост давления на стенке. Оно определяется по смене знака поверхностных напряжений трения  $\tau_x$ . Начало отрывной зоны связано с переходом в область  $\tau_x < 0$ , конец — с восстановлением значений  $\tau_x > 0$ . Пример изменения поверхностных напряжений трения по длине диффузора приведен на рис. 7 для угла раскрытия  $\theta_{\rm q} = 2^{\circ}$  при различной степени дросселирования канала. Видно, что с увеличением степени дросселирования (т.е. с уменьшением величины  $\overline{A}_{\rm c}$  и, следовательно, увеличением противодавления  $\overline{p}_{\rm вых}$ ) как начало, так и конец отрывной зоны перемещаются вперед по каналу. В целом длина отрывной зоны при этом уменьшается. Как показали численные расчеты, аналогичная картина имеет место и при других углах раскрытия диффузора.

Рассмотрим далее в качестве параметра, характеризующего протяженность псевдоскачка, длину его сверхзвукового участка. Относительная координата конца этого участка  $\bar{x}_{\text{ксв}} = x_{\text{ксв}}/D_{\text{г}}$  может быть получена по распределению числа Маха вдоль оси симметрии канала. Пример изменения числа Маха вдоль оси симметрии при  $\theta_{\text{д}} = 2^{\circ}$  и различной степени дросселирования канала представлен на рис. 8. Видно многократное скачкообразное изменение числа Маха в начальной части псевдоскачка, которое теоретически должно соответствовать наличию дисков Маха (с дозвуковой скоростью потока непосредственно за ними). После этого участка псевдоскачка поток на оси симметрии остается все еще сверхзвуковым, скорость на оси продолжает плавно уменьшаться и ниже по течению достигает звуковой скорости. Вниз по потоку



Рис. /. Поверхностные напряжения трения.  $\overline{A}_c = 0,23 \ (I), 0,25 \ (2), 0,3 \ (3), 0,35 \ (4);$ 5 — начало ( $\overline{x} = 7,5$ ) и конец ( $\overline{x} = 27,4$ ) диффузора.



Рис. 8. Изменение числа Маха
вдоль оси канала при $\theta_{\mu} = 2^{\circ}$ .
$\overline{A}_{c} = 0,23 (1), 0,28 (2), 0,35 (3);$
4 — начало ( $\overline{x} = 7,5$ ) и конец ( $\overline{x} = 27,4$ )
диффузора.

за сечением  $M_{cB} = 1$  течение является полностью дозвуковым, однако практически до конца диффузора наблюдается дальнейшее торможение потока. Положение сечения, в котором число Маха на оси достигает значения  $M_{cB} = 1$ , определяет координату  $\overline{x}_{KCB}$ 

и соответственно длину  $\overline{L}_{CB} = \overline{x}_{HRC} - \overline{x}_{KCB}$  сверхзвукового участка псевдоскачка. Экспериментально положение этого сечения, собственно, может быть определено по измерениям распределения полного и статического давлений вдоль оси канала.

С увеличением степени дросселирования (с уменьшением  $A_c$ ) происходит перемещение вперед по потоку как псевдоскачка, так и координаты точки со звуковой скоростью на оси  $M_{cB} = 1$ . На рис. 9 приведены профили чисел Маха в поперечных сечениях, соответствующих координатам  $\bar{x}_{kCB}$ . Несмотря на различные положения конца сверхзвукового участка псевдоскачка в зависимости от степени дросселирования канала  $\bar{A}_c$ , безразмерные профили чисел Маха в поперечных сечениях непосредственно за ним при углах  $\theta_{\mu}$  = const практически совпадают. При этом среднемассовые значения чисел Маха в этих сечениях достаточно близки и составляют  $M_{cp} \sim 0,53-0,59$ . Отметим также увеличение «наполненности» профилей с уменьшением угла расширения диффузора.

Положение начала псевдоскачка  $\bar{x}_{Hnc}$  и длина его сверхзвуковой части  $L_{cB}$  представлены на рис. 10 в зависимости от противодавления  $\bar{p}_{Bblx}$  в конце диффузора. Из полученных данных следует, что при  $\theta_{d}$  = const начало псевдоскачка с увеличением дросселирования канала (т.е. с увеличением противодавления) перемещается вверх по потоку. При этом длина сверхзвукового участка псевдоскачка  $\bar{L}_{cB}$  уменьшается. С уменьшением угла расширения диффузора  $\theta_{d}$  наблюдается уменьшение длины сверхзвукового участка псевдоскачка с длины сверхзвукового участка псевдоскачка  $\bar{L}_{cB}$  в конце длины сверхзвукового участка псевдоскачка с длины сверхзвукового участка псевдоскачка  $\bar{L}_{cB}$  в конце длины сверхзвукового участка псевдоскачка  $\bar{L}_{cB}$  в конце длины сверхзвукового участка псевдоскачка в длины в располагается в с длие в дли в с дли в дли в с дли в дли



*Рис.* 9. Профили чисел Маха в сечении  $M_{cB} = 1$ .  $\theta_{\mu} = 2^{\circ}$ :  $\overline{A}_{c} = 0,3$  (*1*), 0,25 (*2*), 0,23 (*3*);  $\theta_{\mu} = 1^{\circ}$ :  $\overline{A}_{c} = 0,3$  (*4*), 0,4 (*5*);  $\theta_{\mu} = 0,5^{\circ}$ :  $\overline{A}_{c} = 0,5$  (*6*), 0,55 (*7*);  $\theta_{\mu} = 0^{\circ}$ :  $A_{c}/A_{r} = 0,77$  (*8*).



вниз по каналу, и наиболее высокие значения  $\bar{x}_{\text{нпс}}$  получены для цилиндрического канала  $\theta_{n} = 0$ .

Для диффузоров с разными углами раскрытия  $\theta_{\rm A}$  имеют место различные предельные значения противодавления, при которых возможно существование псевдоскачка. Так, например, предельное значение для  $\theta_{\rm A} = 2^{\circ}$ , при котором псевдоскачок располагался в расширяющемся канале, соответствует  $\overline{p}_{\rm Bbix} = 152$  при  $\overline{A}_{\rm c} = 0,23$ , а при  $\overline{A}_{\rm c} = 0,2$  уже имело место течение с головной волной перед входом воздухозаборника. С другой стороны, при  $\overline{A}_{\rm c} = 0,4$  образование псевдоскачка не происходило. Длина сверхзвукового участка псевдоскачка  $\overline{L}_{\rm cB}$  при  $\overline{A}_{\rm c} = 0,23$  составила 9,8 калибра, при  $\overline{A}_{\rm c} = 0,35$ —12,5 калибра. Аналогично, при  $\theta_{\rm A} = 1^{\circ}$  предельное значение соответствует  $\overline{p}_{\rm Bbix} = 230,4$  при  $\overline{A}_{\rm c} = 0,3$ , а длина  $\overline{L}_{\rm cB}$  для  $\overline{A}_{\rm c} = 0,3$  составила 7,6 калибра и для  $\overline{A}_{\rm c} = 0,45-10,9$  калибра. Значения относительных координат начала псевдоскачка  $\overline{x}_{\rm hnc}$  и длины его сверхзвукового участка  $\overline{L}_{\rm cB}$  приведены также в таблице. Из представленных данных следует, например, что псевдоскачок в канале с углом расширения  $\theta_{\rm A} < 2^{\circ}$  способен выдержать заметно большие противодавления  $\overline{p}_{\rm Bbix}$  (до разрушения сверхзвукового течения и образования головной волны на входе) по сравнению с каналом при  $\theta_{\rm A} = 2^{\circ}$ .

Представляется интересным рассмотреть взаимное положение конца отрывной зоны (т.е. присоединения ограничивающей ее линии тока) и конца сверхзвуковой зоны псевдоскачка при М<sub>св</sub> = 1. Такие данные представлены на рис. 11. Конец отрывной зоны



*Puc. 11*. Характеристики положения псевдоскачка.  $\theta_{\pi} = 2^{\circ}(1), 1^{\circ}(2), 0, 5^{\circ}(3), 0$  (4);

символы: светлые — конец сверхзвуковой зоны, темные — присоединение пограничного слоя.

при угле раскрытия диффузора  $\theta_{d} = 2^{\circ}$  расположен несколько ниже по потоку по сравнению с концом сверхзвукового участка псевдоскачка; при меньших значениях  $\theta_{d}$ , наоборот, отрывная зона заканчивается раньше. При этом эта разница координат несколько возрастает с уменьшением угла  $\theta_{d}$ . То есть, длина отрывной зоны при  $\theta_{d} = 2^{\circ}$  больше длины сверхзвукового участка псевдоскачка, а во всех других рассмотренных случаях — меньше.

## Интегральные параметры псевдоскачка

В области торможения сверхзвукового потока в псевдоскачке происходит сложный газодинамический процесс, сопровождающийся потерями полного давления. Помимо представленных выше распределений давления и чисел Маха по длине псевдоскачка (см. рис. 6 и 8) рассмотрим изменение коэффициента восстановления полного давления по длине диффузора в различных поперечных сечениях  $\overline{x}$  = const. Пример профилей  $\sigma$ приведен на рис. 12 для канала с углом расширения  $\theta_{\mu} = 2^{\circ}$  и  $\overline{A}_{c} = 0,3$ . В сечениях начала диффузора 1 ( $\bar{x} = 7,5$ ) и начала псевдоскачка 2 (x = 10,2) потери полного давления вблизи стенки связаны с пограничным слоем, который занимает до 20-25 % поперечного сечения канала (см. рис. 4). Кривые 3 ( $\overline{x} = 12$ ) и 4 ( $\overline{x} = 15,8$ ) соответствуют поперечным сечениям, примерно проходящим через середину первого и третьего кольцевых вихрей в отрывной зоне. В этих сечениях низкие значения  $\sigma$  вблизи стенки при  $\overline{y} \sim 0.7-1$  соответствуют отрывной зоне. Кривая 5 ( $\overline{x} = 23$ ) соответствует сечению с числом Maxa M = 1 на оси канала, кривая 6 — концу диффузорного участка. В целом, профили  $\sigma$ , неравномерные в начале диффузора (кривые 1, 2) и в начальном участке псевдоскачка со скачкообразным изменением числа Маха (кривые 3, 4), трансформируются к достаточно равномерным далее вниз по потоку (кривые 5, 6).

На основе проведенных расчетов могут быть получены оценки эффективности торможения захватываемой струи в псевдоскачке до дозвуковой скорости, которые являются существенной характеристикой рассматриваемого лобового воздухозаборника с практической точки зрения. По распределению параметров потока в характерных поперечных сечениях канала были определены среднемассовые значения коэффициента восстановления полного давления  $\sigma$  и степени повышения статического давления  $\overline{p}$ . Эти данные представлены на рис. 13 и в таблице. Коэффициент восстановления полного давления 5)



*I* — начало диффузора, *2* — начало псевдоскачка, *3* —  $\overline{x}$  = 12, *4* —  $\overline{x}$  = 15,8, *5* — сечение M = 1, *6* — конец диффузора.



Рис. 13. Коэффициент восстановления полного давления в воздухозаборнике.
 θ<sub>д</sub> = 2°(1), 1° (2), 0,5° (3), 0 (4); 5 — начало диффузора, 6 — начало псевдоскачка,
 7 — конец сверхзвукового участка псевдоскачка, 8 — конец диффузора,
 9 — сверхзвуковой участок псевдоскачка, 10 — оценки для прямого скачка.

составляет  $\sigma \sim 0,55$  и, естественно, не зависит от величины противодавления  $\overline{p}_{\text{вых}}$  для рассмотренных углов расширения диффузора. В сечениях непосредственно перед псевдоскачком (кривая 6) соответственно  $\sigma \sim 0,48-0,54$  для канала с  $\theta_{\text{д}} = 2^{\circ}, \sigma \sim 0,5-0,57$  при  $\theta_{\text{д}} = 1^{\circ}$  и 0,5° и  $\sigma \sim 0,45-0,47$  при  $\theta_{\text{д}} = 0$ . Значения  $\sigma$  при  $\theta_{\text{д}} = 1^{\circ}$  и 0,5°, бо́льшие по сравнению с  $\sigma \sim 0,55$  в начале диффузора, обусловлены тем, что в данном случае начало псевдоскачка находится в горловом участке. При  $\theta_{\text{д}} = 0$  псевдоскачок расположен заметно ниже по потоку по сравнению с расширяющимся каналом и это приводит к более низким значениям  $\sigma$ . Во всех случаях наблюдается рост коэффициента восстановления полного давления с увеличением дросселирования канала, т.е. с уменьшением  $\overline{A}_{\text{с}}$  и, соответственно, увеличением противодавления  $\overline{p}_{\text{вых}}$ . Аналогичные зависимости  $\sigma$  наблюдаются в конце сверхзвукового участка псевдоскачка (кривая 7) и конце диффузора (кривая 8). Такой характер кривых  $\sigma = f(\overline{p}_{\text{вых}})$  обусловлен перемещением псевдоскачка в канале вверх по потоку и уменьшением его длины с увеличением противодавления  $\overline{p}_{\text{вых}}$ .

По значениям  $\sigma$  в конце сверхзвукового участка (кривая 7) и перед псевдоскачком (кривая 6) можно оценить потери полного давления непосредственно в сверхзвуковом участке псевдоскачка. Эти данные представлены на рис. 13 кривой 9 и указывают также на некоторое уменьшение потерь полного давления (т.е. рост  $\sigma$ ) в самом псевдоскачке с увеличением степени дросселирования канала. Увеличение угла расширения диффузора  $\theta_{\rm д}$  при этом приводит к увеличению потерь полного давления. Полученные оценки с некоторым приближением можно принять за потери в псевдоскачке в целом, хотя вниз по потоку и имеют место дополнительные потери (см. данные для конца диффузора, кривая 8).

Для оценок потерь полного давления и степени повышения статического давления в псевдоскачке иногда используют соответствующие данные, полученные для прямого скачка уплотнения по значениям числа Маха перед ним. В рассматриваемом случае будем использовать среднемассовые значения чисел Маха в сечениях непосредственно перед псевдоскачком, которые находятся в диапазонах  $M_{cp} \sim 3,03-3,37$  при  $\theta_{д} = 2^{\circ}$ ,  $M_{cp} \sim 2,95-3,1$  при  $\theta_{d} = 1^{\circ}$ ,  $M_{cp} \sim 2,92-2,94$  при  $\theta_{d} = 0,5^{\circ}$  и  $M_{cp} \sim 2,6-2,7$  при  $\theta_{d} = 0$ . Полученные величины коэффициента восстановления полного давления (кривая *10*) также приведены на рис. 13 и показывают, что такого рода оценки дают существенно завышенные значения по сравнению со значениями в псевдоскачке (кривая *9*).



Данные, аналогичные описанным выше, получены и для степени повышения среднемассового статического давления в различных сечениях канала воздухозаборника. Некоторые из них приведены в таблице, где индекс «нпс» относится к началу псевдоскачка, «ксв» — к концу сверхзвуковой части псевдоскачка, «св» — к параметрам собственно сверхзвуковой части псевдоскачка. В целом наблюдается возрастание относительного давления за псевдоскачком с увеличением дросселирования канала, хотя его изменения в самом псевдоскачке менее существенны.

#### Аэродинамическое сопротивление воздухозаборника

Рассмотрим суммарные силы, действующие на проточную часть исследуемого лобового воздухозаборника (без дросселирующего сопла) и, в частности, на диффузор воздухозаборника, в котором располагается псевдоскачок. Полученные численные данные представлены на рис. 14, где  $C_x$  — коэффициент сопротивления, нормированный на лобовую площадь  $A_0$ . Очевидно, что значения  $C_x$  для конической носовой части (кривая I) и цилиндрической горловой части (кривая 2) не зависят от противодавления, создаваемого дросселированием канала. Сопротивление диффузора обусловлено в основном давлением на его стенку, которое в целом больше для диффузоров с меньшими углами расширения (см., например, кривые 2 и 5 на рис. 7). Тем не менее, абсолютные значения коэффициента сопротивления диффузора определяются углом наклона и существенно уменьшаются с уменьшением  $\theta_n$ .

В ряде работ экспериментально исследовались силы трения в канале при наличии псевдоскачка [1, 17]. Так в монографии [1] отмечалось, что торможение потока в цилиндрическом канале с псевдоскачком приводит к уменьшению напряжения трения по сравнению с торможением потока в цилиндрическом канале той же длины без псевдоскачка, т.е. с торможением только за счет сил трения. В рассматриваемом случае для течения без образования псевдоскачка коэффициент сопротивления трения диффузора равен 0,052 при  $\theta_{\rm g} = 2^{\circ}$ , 0,064 — при  $\theta_{\rm g} = 1^{\circ}$  и 0,07 — при  $\theta_{\rm g} = 0,5^{\circ}$ , что составляет соответственно 33 %, 52 % и 85 % от сопротивления давления. Если же реализуется течение с псевдоскачком, то в отрывной зоне имеют место отрицательные значения напряжения трения  $\tau_x$  (см. рис. 7), что приводит к существенному уменьшению коэффициента сопротивления трения диффузора в целом (до значений ~ 0,0004–0,008 при  $\theta_{\rm g} = 2^{\circ}$ , ~ 0,012–0,018 при  $\theta_{\rm g} = 1^{\circ}$  и

~ 0,019–0,027 при  $\theta_{\rm g} = 0,5^{\circ}$ ). В этом случае сопротивление трения составляет незначительную долю от общего сопротивления диффузора, ~ 0,1–5 % в зависимости от режима течения. Для течения в цилиндрическом канале без псевдоскачка получено значение коэффициента сопротивления трения диффузора 0,089, его значения в тех же условиях с образованием псевдоскачка составили 0,052 и 0,047 при  $A_{\rm c}/A_{\rm r} = 0,77$  и 0,8 соответственно. Таким образом, наличие псевдоскачка привело к уменьшению сопротивления трения на 42–47 % по сравнению с течением в канале с исходным неравномерным потоком.

#### Заключение

Проведено численное моделирование течения в осесимметричном канале с лобовым воздухозаборником при числе Маха набегающего потока М = 6 и при различных углах расширения диффузора в зависимости от степени дросселирования выходного сечения канала. Подытожим основные результаты настоящей работы.

1. Длина сверхзвукового участка псевдоскачка уменьшается с увеличением дросселирования канала (т.е. с увеличением противодавления на выходе), а сам псевдоскачок перемещается вверх по потоку в канале. Эта длина также уменьшается с уменьшением угла расширения диффузора. Так, например, для расширяющегося канала с углом  $\theta_{\rm g} = 2^{\circ}$  она составляет 9,8–12,5 диаметра канала, с углом  $\theta_{\rm g} = 1^{\circ}$  — 7,6–10,9, для цилиндрического канала — 7,2–8, в зависимости от степени дросселирования.

2. Псевдоскачок в диффузоре с меньшим из рассматриваемых углом его расширения  $\theta_{\rm g} = 1^{\circ}$  способен выдержать заметно большие противодавления  $\overline{p}_{\rm вых}$  (до разрушения сверхзвукового течения и образования головной волны на входе), по сравнению с каналом при  $\theta_{\rm g} = 2^{\circ}$ .

3. В отрывной зоне пограничного слоя имеют место периодические кольцевые вихри. Длина отрывной зоны пограничного слоя уменьшается с увеличением дросселирования канала, а сама отрывная зона перемещается вверх по потоку в канале.

4. Коэффициент восстановления полного давления за сверхзвуковым участком псевдоскачка и в его пределах несколько возрастает с увеличением дросселирования канала (с увеличением противодавления  $\overline{p}_{Bbix}$  на выходе), что связано, по-видимому, с уменьшением его длины и перемещением псевдоскачка в канале вверх по потоку. С увеличением угла расширения диффузора потери полного давления возрастают.

5. Образование псевдоскачка в цилиндрическом диффузоре рассматриваемого канала приводит к уменьшению сопротивления трения на 42–47 % по сравнению с исходным течением в канале без псевдоскачка.

# Список литературы

- **1. Гуськов О.В., Копченов В.И., Липатов И.И., Острась В.Н., Старухин В.П.** Процессы торможения сверхзвуковых течений в каналах. М.: Физматлит. 2008. 164 с.
- Matsuo K., Miyazato Y., Kim H.-D. Shock train and pseudo-shock phenomena in internal gas flows // Progress in Aerospace Sci. 1999. No. 35. P. 33–100.
- 3. Пензин В.И. Экспериментальное исследование отрывных течений в каналах. М.: Изд-во ЦАГИ. 2009. 280 с.
- 4. Huang W., Wang Zh.-G., Pourkashanian M., Ma L., Ingham D.B., Luo Sh.-B., Lei J., Liu J. Numerical investigation of the shock wave transition in a three-dimensional scramjet isolator // Acta Astronautica. 2011. Vol. 68, Iss. 11–12. P. 1669–1675.
- Wang C.P., Tian X.-A., Cheng K.-M., Wu Y.-Z. Numerical analysis of pseudo-shock flow diffusion phenomenon in variable cross section ducts // J. of Aerospace Engng. 2008. Vol. 222, No. 8. P. 1109–1121.
- 6. Мещеряков Е.А., Яшина В.В. Квазиодномерная отрывная модель псевдоскачка в канале // Уч. записки ЦАГИ. 2013. № 5. С. 46-63.
- 7. Медведев А.Е. Приближенное моделирование структуры течения в λ-образном псевдоскачке // Прикл. механика и технич. физика. 2014. Т. 55, № 6. С. 43–59.

- 8. Tirtey S.C., Boyce R.R., Brown L.M., Creagh M.A., van Staden P., Dimitrijevic I., Capra B. The SCRAMSPACE I scramjet flight design and construction // AIAA Paper. 2012. No. 5843. 9 p.
- 9. Бошенятов Б.В., Гилязетдинов Б.Н., Затолока В.В. Экспериментальные исследования гиперзвуковых воздухозаборников // Аэромеханика. М: Наука, 1976. С. 87–98.
- 10. Антонов А.С., Бошенятов Б.В., Гилязетдинов Б.Н., Гутов Б.И., Затолока В.В. Испытания гиперзвуковых осесимметричных диффузоров внутреннего сжатия в гиперзвуковой импульсной трубе ИТ-301 при М = 11,5 // Аэрофизические исследования. Новосибирск: ИТПМ СО АН СССР, 1972. С. 108–109.
- 11. Гунько Ю.П., Мажуль И.И. Численное моделирование условий реализации режимов течения в сверхзвуковых осесимметричных конических воздухозаборниках внутреннего сжатия // Теплофизика и аэромеханика. 2015. Т. 22, № 5. С. 567–580.
- 12. Гунько Ю.П., Мажуль И.И., Нурутдинов В.И. Численное исследование разрушения сверхзвукового потока при дросселировании канала воздухозаборника // Теплофизика и аэромеханика. 2014. Т. 21, № 2. С. 163–178.
- Melnikov A.Yu., Zvegintsev V.I. Investigation of deceleration supersonic flow in a long cylindrical channel with formation pseudoshock // Intern. Conf. on Measurement and Test Methodologies, Technologies and Applications (MTMTA2016). April 24–25, 2016. Thailand, Phuket. DEStech Publications, Inc. P. 259–264.
- Melnikov A.Yu., Zvegintsev V.I. Supersonic flow deceleration in a long cylindrical channel with pseudoshock formation // AIP Conference Proceedings. 2016. Vol. 770. P. 030007-1–030007-7.
- Ikui T., Matsuo K., Mochizuki H., Somekama K. Pseudo-shock waves in a divergent channel // Bull. of JSME. 1980. Vol. 23, No. 175. P. 20–25 (цитируется по [16]).
- 16. Воздухозаборники высокоскоростных летательных аппаратов // Обзоры ЦАГИ. 1985. № 658. 203 с.
- 17. Острась В.Н., Пензин В.И. Экспериментальное исследование силы трения в цилиндрическом канале при наличии псевдоскачка // Уч. зап. ЦАГИ. 1974. Т. 5, № 2. С. 151–155.

Статья поступила в редакцию 25 мая 2017 г.